GIORNALE
ARCADICO
DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. 343.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
1848

S. 1194.

GIORNALE

ARCADICO

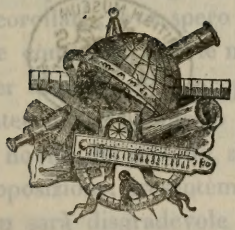
DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. CXV.

Aprile, Maggio e Giugno

1848



ROMA
Tipografia delle Belle Arti
1848

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

SCIENZE

Alcune formole sul calcolo dei residui e loro applicazione.
Memoria di Ercole Roselli.
(Continuazione.)

§. II.

Prime proprietà generali dell'equazioni algebriche appartenenti alle radici reali.

Vedute le prime proprietà generali comuni alle radici reali ed immaginarie, l'ordine vuole che si proceda a quelle, che si appartengono esclusivamente alle radici reali. Quindi questo paragrafo conterrà due proposizioni coi corollari; ove spero che saranno degne di qualche considerazione le nuove dimostrazioni, che uso per dimostrare le proposizioni. Siccome credo che l'antecedente paragrafo non sia stato noioso sì per la novità del metodo, sì ancora per qualche nuova proposizione; presentemente ancora credo che questo non sarà disgradevole pel metodo nuovo, di cui si arricchisce l'analisi algebrica.

Proposizione 7. = La equazione

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x \pm a))}\mathcal{E}\frac{1}{((x \pm b))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x \pm h))} = 0$$

avrà tante radici reali positive, quante alternazioni di segni s'incontrano tra i suoi termini; tante radici reali negative, quante sono le successioni.

Dimostrazione. = Chiamando

n' il numero delle radici reali positive

n'' quelle delle radici reali negative, così che

$$n = n' + n''$$

dalla proposta equazione avremo le seguenti

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-a))} = 0, \quad \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-c))} = 0, \quad \ldots \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-\mathrm{K}))} = 0$$

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x+b))} = 0, \quad \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x+d))} = 0, \quad \ldots \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x+h))} = 0,$$

donde per la prop. 3 e dal coroll. 1, saranno

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}\,\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^{n'} - \mathrm{A}'x^{n'-1} + \mathrm{B}'x^{n'-2} + \ldots \mp \mathrm{K}'x \pm \mathrm{H}}{((x-\mathrm{K}))} = 0$$

valendo il segno superiore quando n' è pare, l'inferiore quando è dispare;

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x+b))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x+d))}$$

$$\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^{n''} + \mathrm{A}''x^{n''-1} + \mathrm{B}''x^{n''-2} + \ldots + \mathrm{K}''x + \mathrm{H}''}{((x+h))} = 0$$

ma vedemmo nella prop. 3, coroll. 7 sempre sussistere la equazione

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x+b))}\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{x^n \pm Ax^{n-1} \pm Bx^{n-2} \pm .. \pm Kx \pm H}{((x+h))} = 0$$

dunque conseguiremo

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{\begin{array}{c}[x^{n'} - A'x^{n'-1} + B'x^{n'-2} - .. K'x \pm H'] \times \\ [x^{n''} + A''x^{n''-1} + B''x^{n''-2} + .. + K''x + H'']\end{array}}{((x-h))}$$

$$= \mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{x^n \pm Ax^{n-1} \pm Bx^{n-2} \pm .. \pm Kx \pm H}{((x-h))};$$

la quale dimostra che avremo n' alternazioni, ed n'' successioni di segni, cioè l'une quante sono le radici reali positive e le altre radici reali negative.

Coroll. 1. = Essendo tutte le radici reali positive, avremo alternazioni di segni, essendo tutte negative successioni: lo somma poi delle alternazioni e successioni dei segni eguaglia il numero delle radici.

Coroll. 2. = Se nella equazione

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x \pm a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x \pm b))}\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x \pm h))} = 0$$

compiuta nel suo numero dei termini, in cui i segni di questi si succedono con qualunque ordine di alternazioni e di successioni, si prenda un altro residuo in quanto ad

$$x = m,$$

la nuova formola dovrà avere necessariamente un'alternazione di segni di più della proposta: e se pren-

desse il residuo in quanto ad

$$x = -m$$

la nuova formola avrebbe una successione di più della proposta. Lo stesso corollario si estenderà a qualunque numero dei residui, che si volessero prendere.

Coroll. 3. = Se una equazione ha tutti i segni alternativi, non potrà avere nessuna radice reale negativa; e se ha tutti i segni positivi, non potrà avere nessuna radice reale positiva.

Coroll. 4. — Avendosi la formola

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}\,\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{x^n+x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots+x+1}{((x-h))}=0$$

otterremo per la proposizione 4

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a\mathrm{A}))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b\mathrm{A}))}$$

$$\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{x^n+\mathrm{A}x^{n-1}+\mathrm{A}^2x^{n-2}+\ldots+\mathrm{A}^{n-1}x+\mathrm{A}^n}{((x-h\mathrm{A}))}=0$$

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a\mathrm{B}))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b\mathrm{B}))}$$

$$\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{x^n+\mathrm{B}x^{n-1}+\mathrm{R}^2x^{n-2}+\ldots+\mathrm{B}^{n-}x+\mathrm{B}^n}{((x-h\mathrm{B}))}=0$$

. . . . . .

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a\mathrm{H}))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b\mathrm{H}))}$$

$$\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{x^n+\mathrm{H}x^{n-1}+\mathrm{H}^2x^{n-2}+\ldots+\mathrm{H}^{n-1}x+\mathrm{H}^n}{((x-h\mathrm{H}))}=0$$

donde ponendo che la prima data avesse tutti i residui binomali positivi, ossia tutte successioni di segni, se alcuno dei coefficienti e. g. A fosse negativo, si cambieranno di segno i valori, pei quali prendonsi i residui: quindi si dovranno avere tutte alternazioni di segni, come in fatti si verifica. Lo stesso discorso si ripeta sui coefficienti A, B, C, . . . , K, H.

Proposizione VIII. — Nella equazione

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-h))}=0$$

essendo

$$\varphi(x)$$

una funzione reale della variabile x, contiene fra

$$x=x_0 \qquad \text{ed} \qquad x=x_n:$$

posti i coefficienti reali, e prendendo i residui in quanto a due valori similmente reali, da uno dei quali venga fuori un risultato positivo, e dall' altro un risultato negativo, dico che la equazione dovrà avere un residuo intermedio, che dia un risultato $=0$.

Dimostrazione. — Dai dati della proposizione abbiamo

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-x_0))}=\pm\varphi(x_0), \qquad \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-x_n))}=\mp\varphi(x_n),$$

l'intervallo

$$x_n-x_0$$

si divida in parti, le quali si rappresentino per

$$x_1 - x_0 \,,\; x_2 - x_1 \,,\; \ldots\; x_n - x_{n-1}$$

e prendendo quindi i residui in quanto

$$x = x_1 \,,\quad x = x_2 \,,\; \ldots\; x = x_{n-1}$$

avremo

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_1))} = \pm\, \varphi(x_1)$$

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_2))} = \pm\, \psi(x_2)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_{n-1}))} = \pm\, \varphi(x_{n-1})$$

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_n))} = \pm\, \varphi(x_n)$$

donde

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_1))} - \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_0))} = \pm\, \varphi(x_1) - [\pm\varphi(x_0)]$$

$$\mathcal{E}\frac{x(\varphi)}{((x - x_2))} - \mathcal{E}\frac{\varphi x()}{((x - x_1))} = \pm\, \varphi(x_2) - [\pm\varphi(x_1)]$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_n))} - \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x - x_{n-1}))} = \pm\, \varphi(x_n) - [\pm\varphi(x_{n-1})]$$

e più brevemente secondo la notazione, che dimostrerò in altro luogo non inutile, di una memoria inedita, sarà

$$\mathcal{E}_{x=x_0}^{x=x_1}\varphi(x) = \pm\varphi(x_1) - [\pm\varphi(x_0)]$$

$$\mathcal{E}_{x=x_1}^{x=x_2}\varphi(x) = \pm\varphi(x_2) - [\pm\varphi(x_1)]$$

. . . . . .

$$\mathcal{E}_{x=x_{n-1}}^{x=x_n}\varphi(x) = \pm\varphi(x_n) - [\pm\varphi(x_{n-1})]:$$

Ora a due a due i termini di questi residui o saranno positivi, o saranno negativi, o uno positivo e l'altro negativo. Dai due primi casi dedurremo che sono compresi solamente nei termini intermedi fra loro; però che essendo

$$x_0\,,\quad x_1\,,\quad x_2\,,\ .\ .\ x_n$$

continui tutti i termini positivi e negativi saranno gli uni nel principio, e gli altri alla fine di quelle differenze, come deducesi ancora dalle condizioni della proposizione. Nel terzo caso rinnoveremo la divisione di questo intervallo in più piccole porzioni, e faremo di nuovo la stessa operazione, e così continuando tutte quelle differenze che svaniranno al limite per un valore

$$x = a$$

intermedio fra

$$x_0 \text{ ed } x_n\,,$$

sarà quello che verifica la equazione

$$\varphi(x) = 0.$$

Coroll. 1. = Potendovi essere uno o due o più di questi valori, che convergendo verso i limiti

$$b\,,\ c\,,\ \ldots$$

facciano sì che quei residui binomiali rimangono di segni contrari, egli è chiaro che vi possono essere più valori reali della x compresi fra x_0 ed x_n, che verifichino la equazione

$$\varphi(x) = 0$$

Coroll. 2. — Godendo questo metodo la proprietà di dare tutte le radici reali comprese fra x_0 ed x_n, avremo più sistemi di residui fra

$$x_0\,,\ x_1\,,\ x_2\,,\ \ldots\ x_n$$

che verificheranno la dimostrata proposizione; e quindi sarà facile riconoscere quale di questi sistemi darà la più grande e la più piccola radice della equazione, di cui trattasi.

Coroll. 3. Se la

$$\varphi(x)$$

non avesse alcuna radice reale compresa fra

$$x_0 \quad \text{ed} \quad x_n\,,$$

allora i residui

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-x_0))}\ \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-x_n))}$$

avremo costantemente il medesimo segno: e lo stesso dicasi dei residui intermedi.

Coroll. 4. Nel caso che la funzione

$$\varphi(x)$$

ammettesse una radice reale solamente, il che avverrebbe allora quando essa crescesse o decrescesse costantemente dopo

$$x = x_0 \quad \text{fino ad} \quad x = x_n,$$

avremo solamente fra i residui

$$\mathcal{E}_{x=x_0}^{x=x_1}\varphi(x)\,,\quad \mathcal{E}_{x=x_1}^{x=x_2}\varphi(x)\,,\ldots\ \mathcal{E}_{x=x_{n-1}}^{x=x_n}\varphi(x)$$

uno che desse una differenza; se ammettesse due radici reali, avremo due di questi residui, che dessero differenze; e così in appresso.

Coroll. 5. = Se s'indica per

$$b,\ b',\ \ldots.$$

quantità intermedie fra

$$x_0 \quad \text{ed} \quad x_n$$

che verificano la proposizione, si potranno sempre soddisfare le seguenti equazioni

$$\varphi(x) = b\,,\quad \varphi(x) = b',\ \ldots$$

Coroll. 6. = Essendo

$$\mathcal{E}_{((x-x_1))}^{\varphi(x)} = \pm\varphi(x_0)\,,\qquad \mathcal{E}_{((x-x_n))}^{\varphi(x)} = \mp\varphi(x_n)$$

avremo che

$$x_0\,,\quad x_n$$

sono due valori l'uno maggiore e l'altro minore e. g. di a radice reale della equazione; ora sia ρ la più piccola differenza fra la radice a, e ciascuno delle altre radici reali, così che però sia

$$\mp x_0 \pm x_u < \rho$$

avremo

$$\varphi(x_n) = (x_n - a)(x_n - b) \ldots . (x_n - h) \gtrless 0$$

$$\varphi(x_0) = (x_0 - a)(x_0 - b) \ldots . (x_0 - h) \lessgtr 0$$

poichè

$$x_n - a\,, \quad \text{ed} \quad x_0 - a$$

sono di segni contrari od

$$x_n - b\,,\ x_n - 0\,,\ \ldots .\ x_n - h$$

$$x_0 - b\,,\ x_0 - c\,,\ \ldots .\ x_0 - h$$

sono dello stesso segno; non potendo essere

$$b\,,\ c\,,\ \ldots\ h$$

intermedi fra

$$x_0 \quad \text{ed} \quad x_n$$

per la condizione

$$\mp x_0 \pm x_n < \rho :$$

donde il teorema cognito, se in una qualunque equazione, che abbia una o più radici reali o disuguali, sostituiscansi successivamente due quantità, l'una maggiore e l'altra minore di una delle radici reali, le quali quantità differiscono fra loro per una quantità minore della differenza fra questa radice reale,

e ciascuna delle altre della equazione; tali due sostituzioni daranno necessariamente risultamenti di segno contrario.

Coroll. 7. = La esposta dimostrazione con la sua generalità (Prop. VIII) dando tutte le radici di una data equazione per coroll. 2, potremo conoscere la massima radice reale positiva e negativa; e quindi prendendo una quantità immediatamente superiore e. g. x_0 per le positive, ed x_n per le negative, per la enunciata proposizione dovrà verificarsi il criterio

$$\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-x_0))} = \pm\varphi(x_0)\,, \quad \mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-x_n))} = \mp\varphi(x_n)$$

nel qual caso avremo determinato i due limiti, fra i quali sono compresi tutte le radici reali di una data equazione

$$\varphi(x) = 0$$

Coroll. 8. — Essendosi veduto che generalmente

$$\varphi(x) = x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \ldots + Kx + H = 0:$$

ne dedurremo dalla dimostrata proposizione, ch'essendo n dispare, senza dubbio questa equazione avrà almeno una radice reale. Infatti prendiamo per x un valore negativo tanto grande, che sia

$$\varphi(x) < 0$$

il che può farsi, essendo n dispare; similmente per x prendiamo un valore positivo tanto grande che sia

$$\varphi(x) > 0\,,$$

quindi per la proposizione

$$\varphi(x)$$

avrà un residuo intermedio fra questi valori che faccia

$$\varphi(x) = 0,$$

che sarà la radice cercata.

Coroll. 9. = Essendo n pare ed

$$H < 0,$$

la equazione

$$\varphi(x) = 0$$

ha per lo meno due radici reali, l'una positiva e l'altra negativa; infatti facendo $x = 0$, sarà

$$\varphi(x) < 0;$$

facendo poi x primieramente molto grande positivamente, e quindi negativamente, e chiamando X, — X questi valori, poichè n è pare, sarà

$$\varphi(x) > 0:$$

quindi avremo che fra

$$x = 0 \quad \text{ed} \quad x = X$$

$$x = 0 \quad \text{ed} \quad x = -X$$

vi saranno residui intermedi, che renderanno

$$\varphi(x) = 0,$$

che saranno le radici cercate, l'una positiva e l'altra negativa per lo meno.

Coroll. 10. — Essendo l'ultimo termine negativo, ed il primo positivo, la equazione ha necessariamente una radice reale positiva. Infatti per $x=0$ avremo

$$\varphi(x) < 0\,;$$

per un valore

$$x = X$$

abbastanza grande, sarà

$$\varphi(x) > 0$$

dunque fra

$$x = 0 \quad \text{od} \quad x = X$$

vi sarà una radice positiva di

$$\varphi(x) = 0.$$

Coroll. 11. — Essendo n dispare e l'ultimo termine positivo, la

$$\varphi(x)$$

ha necessariamente una radice reale negativa. Infatti per $x = 0$, avremo

$$\varphi(x) > 0\,,$$

per un valore

$$x = -X$$

abbastanza grande

$$\varphi(x) < 0\,;$$

dunque fra

$$x = 0 \quad \text{ed} \quad x = -X$$

vi sarà una radice reale negativa.

Scolio. — Egli è facile riconoscere la generalità delle date dimostrazioni dal numero dei corollari,

che sono stati dedotti: questo è un cenno delle proprietà dell'equazioni; poichè lo scopo è di dimostrare il metodo nuovo e l'uso delle formole date. In appresso con altre memorie estenderò questi trattati.

§. III.

Prime proprietà generali dell'equazioni algebriche appartenenti alle radici immaginarie.

Tutte le proposizioni e corollari dedotti nel parag. I appartenendo tanto alle radici reali, quanto alle immaginarie, non si dovrà ivi fare altro, volendolo sotto l'aspetto immaginario, che in luogo di quelle radici, che sono sotto forma reale, mettervi l'espressioni

$$X + Y\sqrt{-1},$$

essendo X, Y due quantità reali qualunque: e questo si è fatto per evitare quelle spesse ripetizioni, che leggonsi non senza noia in qualche trattato. Al presente paragrafo ho ricercato applicare le formole alle proprietà del tutto specifiche delle radici immaginarie: e ciò per dimostrare la estensione delle formole e la generalità del presente metodo.

Proposizione IX. — La equazione

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}\,\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-h))}=0$$

se ammette la radice immaginaria

$$u+v\sqrt{-1}$$

ammetterà ancora la sua coniugata

$$u - v\sqrt{-1}$$

Dimostrazione. = Nella proposizione 5 delle nozioni preliminari abbiamo ottenuto che se

$$x = u + v\sqrt{-1},$$

la condizione che adempie la posta equazione è

$$\varphi(x) = \psi(u, v) + \sqrt{-1}\ \chi(u, v) = 0$$

donde

$$\psi(u, v) = 0\ , \quad \chi(u, v) = 0$$

e se poniamo

$$x = u - v\sqrt{-1}$$

avremo

$$\varphi(x) = \psi(u, v) - \sqrt{-1}\ \chi(u, v) = 0$$

donde similmente

$$\psi(n, v) = 0\ , \quad \chi(u, v) = 0$$

e siccome i valori, che verificano la posta equazione, sono i medesimi nei due casi, dedurremo che tanto

$$x = u + v\sqrt{-1}$$

quanto

$$x = u - v\sqrt{-1}$$

sono radici della posta equazione.

Coroll. 1. = Poichè una radice immaginaria ammette sempre la sua coniugata; il numero delle radici immaginarie dovrà essere sempre pare.

Coroll. 2. = Se una equazione algebrica deter-

2

minata ha tutte le sue radici immaginarie, essa dovrà ascendere ad un grado pare; e siccome abbiamo veduto nel coroll. 9, prop. VIII, che quando n'è pare e l'ultimo termine negativo la equazione

$$\varphi(x) = 0 \ ,$$

ammette due radici reali; conchiuderemo che quando tutte le radici sono immaginarie, l'ultimo termine dovrà essere positivo.

Coroll. 3. = Abbiamo veduto nella prop. II. coroll. 4 che se

$$u + v\sqrt{-1} \ , \qquad u - v\sqrt{-1}$$

sono radici della equazione

$$\varphi(x) = 0,$$

questa sarà divisibile non solo pei binomi

$$x - u - v\sqrt{-1} \ , \qquad x - u + v\sqrt{-1}$$

ma ancora pel prodotto

$$(x - u - v\sqrt{-1})(x - u + v\sqrt{-1}) \ ;$$

donde avremo

$$\mathcal{E}\frac{(x - u - v\sqrt{-1})\varphi_1(x)}{((x - u - v\sqrt{-1}))} = 0$$

$$\mathcal{E}\frac{(x - u + v\sqrt{-1})\varphi_2(x)}{((x - u + v\sqrt{-1}))} = 0$$

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-u-v\sqrt{-1}))}\,\mathcal{E}\frac{(x-u-v\sqrt{-1})(x-u+v\sqrt{-1})\varphi_2(x)}{((x - u + v\sqrt{-1}))} = 0$$

essendo

$$\varphi_1(x) \ , \quad \varphi_2(x) \ , \quad \varphi_3(\ )$$

il prodotto degli altri fattori.

Coroll. 4. = Avendosi

$$(x - u - v\sqrt{-1})(x - u + v\sqrt{-1}) = (x - u)^2 + v^2$$

prodotto sempre positivo, diremo che una equazione avente due radici immaginarie sarà divisibile per un fattore reale di secondo grado.

Coroll. 5. = Se ha quattro radici immaginarie, sarà divisibile per due fattori reali di secondo grado; se ha sei radici immaginarie, sarà divisibile per tre fattori reali di secondo grado; se ne ha n, sarà divisibile per

$$\frac{n}{2}$$

fattori reali di secondo grado.

Coroll. 6. = Se una equazione ha tutte le radici immaginarie, sarà decomponibile in tanti fattori reali di secondo grado, ma metà di numero delle radici stesse: se ne ha parte reali e parte immaginarie, sarà decomponibile in tanti fattori reali di primo e secondo grado.

Coroll. 7. = I coefficienti del secoudo termine dell'equazioni che hanno radici immaginaria o tutte o parte saranno sempre reali, però che la somma delle coniugate

$$u + v\sqrt{-1} \ , \quad u - v\sqrt{-1}$$

è sempre reale.

Coroll. 8. = L'ultimo termine dell'equazioni, che hanno radici immaginarie tutte o in parte, sarà sempre reale; perchè il prodotto delle coniugate

$$u + v\sqrt{-1}\ ,\quad u = v\sqrt{-1}$$

è sempre reale.

Coroll. 9. — Il coefficiente del terzo termine, eguagliando la somma di tutti i binari delle radici della equazione, sarà reale, s'essa ammette un paio di coniugate: imperocchè il prodotto delle coniugate

$$(u + v\sqrt{-1})(u - v\sqrt{-1}) = u^2 + v^2$$

sarà reale, come reale sarà il prodotto di ciascun' altra radice per

$$u + v\sqrt{-1} \quad \text{ed} \quad u - v\sqrt{-1},$$

ammettendosi le parti immaginarie. Se all'incontro la equazione ammette più paia di radici immaginarie, questo coefficiente sarà immaginario; però che supponiamo che vi siano due paia

$$x + v\sqrt{-1}\ ,\ u - v\sqrt{-1};\ u' + u'\sqrt{-1}\ ,\ u' - u'\sqrt{-1}:$$

il prodotto delle coniugate, il prodotto delle reali con le immaginarie sarà sempre reale, ma rimarrà immaginaria la espressione

$$(u+v\sqrt{-1})(u'+v'\sqrt{-1})\ ,\ (u-v\sqrt{-1})(u'-v'\sqrt{-1}).$$

Questo discorso vale per tutti gli altri termini, meno per l'ultimo, che sarà sempre reale positivo (Corollario 2 e 8). Donde dedurremo, che se una equazio-

ne ammette un paio solamente di coniugate, i coefficienti saranno sempre reali: se più paia, il secondo e l'ultimo reali e gli altri immaginari.

Coroll. 10. — Nell'equazioni che hanno radici immaginerie, se si annulla una di esse, si deve annullare la sua coniugata, come discende dalla dimostrazione della presente proposizione; quindi diremo che per l' annullamento di una radice immaginaria si deve abbassare di due gradi l'equazione.

Proposizione X. — Rappresentare una equazione contenente qualunque numero di radici reali ed immaginarie in modo che le radici reali siano separate dalle immaginarie, e formino un prodotto.

Dimostrazione. — Chiamiamo n' il numero delle radici reali

$$a\ ,\quad b\ ,\quad c\ ,\ .\ .\ .\ m$$

ed n'' quello delle immaginarie

$$n\ ,\quad o\ ,\quad p\ ,\ .\ .\ .\ h$$

così che

$$n' + n'' = n :$$

dalla proposizione 6, coroll. 2, sarà

$$\mathcal{E}_{\frac{1}{(x-a)}}\ \mathcal{E}_{\frac{1}{((x-b))}}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^n + Ax^{n-1} + \ldots + Kx + H}{((x-h))} =$$

$$(x-a)(x-b)\ldots(x-m)\ \mathcal{E}_{\frac{1}{((x-a))}}$$

$$\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^{n''} + A^1x^{n''-1} + \ldots + 2^{n-1}K_1x + H_1}{((x-h))}$$

ma per lo stesso corollario

$$(x-a)(x-b)\ldots(x=m)-$$

$$\mathcal{E}_{((x-a))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}_{((x-b))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x'^n+A'x^{n'-1}+\ldots+K'x+H'}{((x-h))}=0$$

quindi

$$\mathcal{E}_{((x-a))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}_{((x-b))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^n+Ax^{n-1}+\ldots+Kx+H}{((x-h))}=$$

$$\mathcal{E}_{((x-a))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^{n'}+A'x^{n'-1}+\ldots+K'x+H'}{((x-m))}\,\mathcal{E}_{((x-n))}\frac{1}{}$$

$$\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^{n''}+A_1x^{n''-1}+\ldots+K_1x+H_1}{((x-h))}$$

ch'è la formola cercata.

Coroll. 1. — Pel fattore

$$\mathcal{E}_{((x-a))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}_{((x-b))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^{n'}+A'x^{n-1}+\ldots+Kx+H}{((x-m))}=0$$

dovrà valere quanto dicemmo nel §. II; e per l'altro quanto si deduce nel presente; e per ambedue quanto si disse nel §. I. Dunque mediante quella decomposizione siamo in facoltà di dimostrare le proprietà delle radici reali e quelle delle immaginarie in separati fattori.

Coroll. 2. — Il fattore

$$\mathcal{E}_{((x-n))}\frac{1}{}\,\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{x^{n''}+A_1x^{n''-1}+\ldots+K_1x+H_1}{((x-h))}=0$$

avendo tutte le radici immaginarie, n'' sarà pare ed H_1 positivo : ora le radici immaginarie si presentano ancora sotto la forma

$$x = y\sqrt[2^r]{-1}$$

ma avvertendo che si possono ridurre ad $a+b\sqrt{-1}$, sarà manifesta la ragione, perchè si dà questa ultima forma alle radici immaginarie. Infatti

$$y\sqrt[2^r]{-1} = y\sqrt[2^{r-2}]{\sqrt[4]{-1}}$$

Ora ponendo

$$\sqrt[4]{-1} = a + b\sqrt{-1}, \text{ sarà } \sqrt[4]{-1} = \frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}};$$

dunque sostituendo

$$y\sqrt[2^r]{-1} = y\sqrt[2^{r-2}]{\sqrt[4]{-1}} = y\sqrt[2^{r-2}]{\frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}} = y\sqrt[2^{r-3}]{\sqrt[2]{\frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}}}$$

ripetendo lo stesso discorso avremo finalmente, che

$$y\sqrt[2^r]{-1} = u + v\sqrt{-1}$$

Coroll. 3. — I coefficienti del fattore avente tutte le radici immaginarie, cioè

$$\mathcal{E}_{((x-n))}\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{x^{n''} + A_1 x^{n''-1} + \ldots + K_1 x + H}{((x-h))} = 0$$

saranno sotto le forme seguenti: il secondo A_1 essendo la somma di tutte le radici immaginarie sarà della forma

il terzo B_1 essendo il prodotto a due a due delle n'' radici, questo sarà composto e delle coniugate e delle non coniugate: quindi avranno la forma

$$B_1 = X_1^2 + Y_1^2 + X + Y\sqrt{-1}$$

Il quarto C_1 sarà il prodotto a tre a tre di tutte le radici; le quali saranno il prodotto di due coniugate ed una no, ed il prodotto di tre non coniugate: quindi saranno

$$C_1 = -[(X_1^2 + Y_1^2)(x + y\sqrt{-1}) + X_2 + Y_2\sqrt{-1}]$$

D_1 sarà la somma della n'' radici prese a quattro a quattro, e saranno questi composti di quattro coniugate, poi di due sì e due no, ed infine di quattro non coniugate: onde avrà la forma

$$(X^2+Y^2)(X_1^2+Y_1^2)+(X^2+Y^2)(X_1+Y_1)\sqrt{-1}+X_2+Y_2\sqrt{-1}$$

. . . .

L'ultimo termine essendo il prodotto di tutte le radici immaginarie, avrà la forma

$$\pm(X^2+Y^2)(Y_1^2+X_1^2)(X_2^2+Y_2^2) \ . \ . \ . \ (X_n^2+Y_n^2)$$

Coroll. 4. — Sostituendo i valori dei coefficienti nella respettiva equazione, sarà l'equazione avente tutte le radici immaginarie della forma

$$\mathcal{E}\frac{1}{(x+a))}\mathcal{E}..\mathcal{E}\frac{x^{n''}-Xx^{n''-1}+(X_1^2+Y_1^2+X+Y\sqrt{-1})x^{n''-2}..\pm (X^2+Y^2)(X_1^2+Y_1^2) \ . \ . \ . \ . \ (X^2_n+Y^2_n)}{(x-h))} = 0$$

ove devesi avvertire che si potrebbero dare diverse altre forme a questi coefficienti, e dedurne altre conseguenze su queste radici; ma essendo l'oggetto di questo scritto vedere una qualche applicazione algebrica delle date formole, pongo qui fine a questo capitolo.

La presente memoria sarà continuata.

Discorso sopra le finanze di Roma nei secoli di mezzo, letto da A. Coppi nell'accademia romana di archeologia il dì 25 novembre 1847.

1. Discorsi altra volta « Sopra alcune tasse ed ope-
» razioni di finanze degli antichi Romani (1) ». Mi venne poscia in pensiero di protrarre lo stesso argomento ai secoli di mezzo; ma per qualche tempo ne rimasi in dubbio, spaventato dalla mancanza di certe ed interessanti notizie. Finalmente riflettendo non doversi tralasciare di fare quello che si può per quello che si vorrebbe, mi accinsi all'opera, unendo quel poco che potei raccogliere.

2. Per intelligenza degli avvenimenti posteriori è indispensabile il premettere, che la chiesa romana sino dai primi secoli del cristianesimo possedette beni considerabili. Eusebio ci racconta che Costantino decretò generalmente: « Omnia quae ad ecclesias recte
» visa fuerint pertinere, sive domus, sive possessio
» sit, sive agri, sive horti, seu quae alia, nullo iure
» quod ad dominum pertinet imminuto, sed salvis
» omnibus atque integris manentibus, restitui iube-
» mus (2) ». Quell'imperatore poi arricchì specialmente la chiesa romana, non di regni, come inventarono alcuni falsi zelanti; ma di terreni in Italia, in Affrica, in Grecia, in Oriente ed in Egitto, come ne attesta l'antico autore della vita di s. Silvestro (3).

(1) Discorso dei 4 maggio 1843.
(2) Euseb. in Vit. Constant. lib. II, cap. XXXIX.
(3) Num. XV,XIX et X. R. I. S. tom III, part. 1. p. 105-110.

È notissimo che il pagano Pretestato, prefetto di Roma e console designato, soleva dire al pontefice san Damaso (eletto nel 336): « Facite me romanae ur- » bis episcopum, et ero protimus christianus (1) ». Crebbero nei secoli posteriori i beni della romana chiesa: e Paolo diacono nella vita di s. Gregorio Magno nomina gl'individui che quel pontefice (eletto nel 590) inviò ad amministrare i patrimoni appio, carseolano, campano, napolitano, sannitico, appulo, calabrese, palermitano, siracusano, siculo, sabino, norcino, toscano, ravennate, sardo, corso, ligure, delle alpi cozie, gallo, istro, dalmatino, illirico e germanico (2). La chiesa romana perdette col tempo molti di questi beni: ma ne acquistò altri, e certamente molti ne possedeva nei secoli undecimo e duodecimo, come si legge nel registro che il cardinale Deusdedit compilò a' tempi di Pasquale II eletto nel 1099 (3), e nel famoso codice di Cencio Camerario scritto nel 1192 (4).

3. Di più: in quei secoli crebbe talmente la considerazione della chiesa romana che molti sovrani di Europa le offrirono i loro regni, corrispondendone talvolta un annuo censo. Vi furono fra essi quelli di Portogallo, di Spagna, di Francia, d'Inghilterra, d'Irlanda, di Danimarca, di Boemia, di Ungheria, di Polonia e di Russia (5). Gli stati delle due Sici-

(1) Ammian. Marcell. Hist. lib. XXVII.

(2) Lib. II, cap. 23.

(3) Cod. msst. vat. 3833. Borgia, Breve ist. del domin. temp. della santa sede nelle due Sicilie, doc. N. 1.

(4) Baron an. 1192. §. 19. A. M. E. t. V, diss. LXIX, col 777.

(5) S. Greg. VII, epist. lib. I, II, V, VII. Gretserns, De imperat. regum in sed. apost. munificentia. A. M. E. tom. VI. Dissert. LXXI.

lie divennero un feudo della s. sede (1). Nell'anno 800 Leone III ristabilì l' impero di occidente, affinchè negli augusti sovrani del medesimo la chiesa avesse un protettore e difensore. E per lo spazio di sei secoli gl'imperatori non assunsero un tale onorifico titolo, se non ne ricevevano la corona dai romani pontofici (2).

4. S. Gregorio II, circa l'anno 730, acquistò il dominio temporale di Roma, e sul declinare dello stesso secolo i suoi successori lo estesero sopra varie province (3). Questo però fu per molto tempo agitatissimo. Imperciocchè i pontefici furono spesso vessati da imperatori prepotenti, dai romani che tentavano di ristabilire la repubblica, dai conti di Tusscolo e di Galera, poscia dai Colonnesi e dagli Orsini che ambivano all'impero di Roma; dai capitani di ventura infesti alle province ed alla stessa capitale: e finalmente dai re di Napoli che aspiravano al dominio d' Italia. Alcune province governaronsi per molto tempo indipendenti dalla capitale, che rimase talvolta isolata. Si aggiunse la dimora dei papi in Avignone dal 1305 al 1377. Quindi lo scisma di occidente dal 1378 al 1417. In somma trascorsero circa sette secoli prima che il governo pontificio

col. 3-190. Borgia, Breve ist. del dom. temporale della sede apost. nelle due Sicilie, doc. N. 11.

(1) Muratori, An. 1059. Borgia, Breve ist. del dom. temporale della sede apost. nelle due Sicilie.

(2) Baron. An. 800. Murat. et Raynald. An. 1338. 1452. 1493. 1519. Koch, Tableau des revol. par. IV et V. Essai sur la puissance des papes, tom. I, p 311 et tom. II, p. 156-171.

(3) Baron. e Murat. Annal. 730, 733, 755, 757, 774. Orsi, Del dom. temp. de'romani pontefici cap. I-IV.

siasi potuto ordinare in una forma regolare e stabile. Finalmente si consolidò da Alessandro VI e da Giulio II sul fine del secolo decimoquinto e sul principio del decimosesto (1).

5. Fra le antiche ricchezze e grandezze della chiesa probabilmente divennero insignificanti le rendite dello stato temporale spesso agitato e sconvolto. Che che ne sia, la prima notizia veramente finanziera che mi sia venuta sott'occhio è un pedaggio messo da Gregorio VII, circa l'anno 1080, in Roma sopra il ponte di s. Angelo, per la esigenza del quale vi aveva fatto costruire un'alta torre (2).

6. Cencio Camerario ci conservò la memoria dei tributi che gli abitanti della terra di Ninfa (nella provincia di Marittima) dovevano al pontefice, scrivendo: « Haec sunt quae facient nymphissi-
» mi, hostem et parlamentum cum curia praecepe-
» rint. Servitium, quod assueti sunt facere et placi-
» tum et bannum, faciant beato Petro et papae.
» Quartam, quam reddere debent, deinceps reddant
» ad mensuram romani modii; et si minister prae-
» cipit, conducant eam usque Tiberiam vel Cister-
» nam. Glandaticum solvant in festo sancti Martini;
» bradones bonos in festo sancti Thomae. De ca-
» rico unicuiusque sandali solvent denarios sex. Fi-
» dantiam in unoquoque anno. In mense madio li-
» bras triginta de papia bonorum. Placieticum, quod
» extranei debent solvere curiae, solvatur. Foderum,
» quod debuerant domno papae uno die, dent duo-
» bus (1) ».

(1) Baron. e Murat. Annal. 800-1513.
(2) Murat. Antich. ital. diss. XIX, tom I, part. 1.
(3) A. M. E. Diss. XIX. tom. II, pag. 112.

7. Nell' atto di concordia fatto nel 1188 fra Clemente III ed il senato e popolo romano, i senatori dichiararono al pontefice: « Ad praesens red-
» dimus vobis senatum et urbem et monetam; ta-
» men de moneta habebimus tertiam partem;.....
» Reddimus omnia regalia tam intra, quam extra
» urbem quae tenemus, praeter pontem lucanum,
» quem tamen non refutatis . . . . dabitis singulis
» annis pro restauratione murorum huius excellen-
» tissimae urbis C. lib. bonorum provenien . . . .
» monetam facietis fieri intra urbem, ubi vobis pla-
» cuerit, de qua tertiam partem dabitis senatoribus
» per tempora (1) »

8. Nel 1198 il popolo di Rieti « promisit red-
» dere domino papae et ecclesiae romanae medieta-
» tem de placitis et bannis et de forisfactis et de
» sanguine et de plaza et scorta et passagio et ponte
» reatinae civitatis (2) ».

9. Fra' proventi di fisco vi erano le multe per i delitti: ed in una bolla diretta da Gregorio IX nel 1230 agli abitanti del castello di Serrone (nella provincia di Campagna) si dispone: « Si aliquis com-
» mittit omicidium vel fecit alicuius membri occi-
» sionem, debet solvere curiae XX solidos prove-
» nienses: et ille qui est specialis dominus eius de-
» bet facere inde iustitiam et vindictam. De san-
» guine vero debet solvere curiae X solidos. Item
» si aliquis committit furtum intra castrum de die,
» debet solvere curiae V solidos; si de nocte, X so-

(1) Dal codice vat. di Cencio Camerario num. LXXXIX. Baron. an. 1188.

(2) Murat. Antich. Ital. Diss. XIX.

» lidos. Item si quis furatur uvas vel consimilia de-
» bet solvere curiae XII denarios (1) ».

10. Nel 1300 i romani sottomisero la città di Toscanella che si era ribellata, e le imposero il canone di due mila rubbia di grano all'anno; colle facoltà di esigere invece mille lire, nel caso che l'agro romano somministrasse frumento sufficiente alla capitale. Fu inoltre imposto l'obbligo ai toscanellesi di mandare « octo ludentes romanis ludis (2) ».

11. Nello stesso anno 1300 Bonifazio VIII stabilì il giubileo: e Guglielmo Ventura, che fu tra'pellegrini, ci racconta essersi calcolato che in tale circostanza venissero a Roma due milioni di persone. Quindi soggiunge: « Papa innumerabilem pecuniam
» ab eisdem recepit, quia die ac nocte duo clerici
» stabant ad altare sancti Pauli tenentes in eorum
» manibus rastellos, rastellantes pecuniam infini-
» tam (3) ». Naturalmente un tale racconto è più oratorio che storico. Del resto abbiamo documenti, dai quali risulta che Bonifazio VIII impiegò una porzione almeno di quel danaro per acquistare nell'anno seguente fondi per la basilica vaticana. Fra questi fu la tenuta di Valca (4), che il capitolo possiede tuttora, con altra confinante denominata Valchetta. Ambedue sono del valore di scudi 161,631.

12. Nel 1305 Clemente V trasferì la residenza pontificia in Avignone. Giovanni XXII suo successore, che governò la chiesa dal 1316 al 1334, am-

(1) Murat. Antic. Ital. Diss. XIX.

(2) Iscrizione in Campidoglio nel palazzo dei conservatori. Vitale, Stor. dipl. dei senatori di Roma, tom. I, pag. 206.

(3) Chron. Asten. R. I. S. tom. XI, pag. 192

(4) Bull. Vat. tom. I, pag. 228.

pliò le riserve pontificie nella collazione dei benefici ecclesiastici, e ragunò molto danaro, del quale impiegò una porzione nel ridurre all'obbedienza molte terre dello stato ecclesiastico che si erano ribellate, e riservava l'altro per una nuova impresa di terra santa. Il Monaldesco, autore contemporaneo, narra che quel pontefice « lasciò grand'oro che valeva » da XV milioni di fiorini d'oro (1) ». Giovanni Villani, anch' esso contemporaneo, scrisse: « È no- » to che dopo la sua morte si trovò nella chiesa » del tesoro in Avignone in moneta d'oro coniata » il valere computo in diciotto milioni di fiorini » d'oro e più: in vasellamenti, croci, corone e mi- » tre e altri gioielli d'oro con pietre preziose, la » stima di largo di valuta di sette milioni di fiorini » d'oro. Sicchè in tutto fu il tesoro di valuta più » di venticinque milioni di fiorini d'oro: chè ogni » milione è mille migliaia di fiorini d'oro la valuta. » E noi ne possiamo fare piena fede e testimonianza » vera: chè il nostro fratello carnale, uomo degno » di fede, che allora era in corte mercatante di » papa, che da'tesorieri, e da altri furono diputati » a contare e pesare il detto tesoro, gli fu detto e » accertato, e in somma recato per farne relazione » al collegio de'cardinali per mettere in inventario: » e così il trovarono. Il detto tesoro fu ragunato » la maggior parte per lo papa Giovanni per sua » industria e sagacità; chè infino l'anno 1319 puose » le riservazioni di tutti i benefici collegiati di cri- » stianità, e tutti gli voleva dare egli, dicendo il » faceva per levar le simonìe. Di questo trasse e

(1) R. I. S. tom. XII, p. 537.

» ragunò infinito tesoro . . . Però che il detto te-
» soro diceva papa Giovanni ragunava per fornire
» il santo passaggio di oltre mare : e forse aveva
» quella intenzione. Molto tesoro consumò in Lom-
» bardia in guerre e in osti per abbattere i tiran-
» ni (1) ». Venticinque milioni di fiorini d' oro , cioè di zecchini fiorentini (che appunto faceva coniare quel pontefice (2)) formano una somma ragguardevole non solo per le finanze pontificie di qualsivoglia epoca (e piacesse al cielo che si avesse nella nostra!) ma per quelle di qualunque grande impero. Ripeterò col Rainaldi: « Cuius rei fides sit penes auctorem (3) ». Ma certamente possiamo credere che Giovanni XXII abbia lasciato una considerevole quantità di danaro.

13. Cola di Rienzo allorquando nella primavera del 1347, ancora semplice privato, eccitava sull'Aventino il popolo romano a ricuperare l'antico splendore, diceva: « De la moneta non dubitate: chè la ca-
» mera di Roma ha molte rendite inestimabili. In
» prima per lo focatico pagano per fumante quat-
» tro soldi; comenzando dal ponte di Ceprano sino
» al ponte de la paglia, montano cento mila fiorini;
» e più di sale cento mila fiorini; anco li porti di
» Roma e le rocche di Roma cento mila fiorini, li
» quali hanno mandato a messere lo papa: e ciò sa
» 'l vicario suo (4) ».

14. Asceso poscia nel dì 20 di maggio di quel-

(1) Gio. Villani, Istoria fiorentina lib. XI, cap. XX.
(2) Ivi lib. IX, cap. CLXIX.
(3) Annal. Eccl. 1334, §. 40.
(4) Vita di Cola di Rienzo lib. I, cap. IV.

l'anno al potere, nel dì 8 di luglio scriveva a Clemente VI: « Salinam etiam, quae romanae camerae » fructus erant modici vel nullius, reduxi ad talem » fructuum ubertatem, quod annuatim valet XXX » millia florenorum (2) ». Abbiamo adunque la rendita del sale calcolata a centomila fiorini, e poi quella della *salina* a trentamila. Forse nel primo caso calcolò le rendite di quel provento in tutto lo stato: nel secondo quello delle saline che allora erano vicine a Roma. In ogni evento sappiamo altro essere il linguaggio dei faziosi, altro quello degli uomini del potere.

15. Sul fine di luglio, o nel principio di agosto del 1350, Cola di Rienzo espulso da Roma eccitava l'imperatore Carlo IV ad impadronirsene sollecitamente, osservando che se ritardava sino al termine del governo dei senatori che allora la reggevano, sulle gabelle del sale e sull'aumento dei dazi di consumo nel tempo del giubileo perdeva almeno cento mila fiorini, spettanti all'impero (3).

16. Cola ritornò in Roma nel 1354: e l'antico scrittore della di lui vita ci racconta che « aveva » fatto una gabella di vino e di altre cose, e posole » nome *sussidio*; colse sei denari per soma di vino: » coglievasi la molta moneta, e' romani se lo com- » portavano per avere stato. Anche stringeva 'l sale » per più moneta avere ». Un tale aumento di dazi eccitò malcontento nel popolo. I Colonnesi ed i Sa-

(1) Hocsem. tom. I, pag. 502. Papencordt, Cola di Rienzo, cap. I, pag. 38, not. 1.

(2) Pelzel. Coll. epist. Nicolai tribuni p. 44-47. Papencordt, Cola di Rienzo num. XIII, p. 386-400.

velli se ne prevalsero per sollevarlo contro il senatore ed abbatterlo: e vi riuscirono (1).

17. Durante la residenza dei papi in Avignone l' autorità pontificia in Roma fu sempre rispettata; ma l' esercizio del potere, e specialmente il ramo delle finanze, era, se non del tutto, certamente nella massima parte presso i cittadini. E questo fu anche conservato allorquando da Gregorio XI si ristabilì la sede apostolica in Roma. Imperciocchè nel concordato sottoscritto fra i rappresentanti pontificii e quelli del popolo romano, ai 21 dicembre 1376, fra le altre cose si convenne: « Quod societas executorum » iustitiae et quatuor consiliariorum ballistariorum » et pavesatorum » continuasse ad amministrare « e- » molumenta camerae urbis more solito (2) ».

18. In un codice vaticano ottoboniano si conserva la memoria, che nell'anno 1379 il popolo romano, per redimere il castello di Vetralla occupato da un Guglielmo capitano di ventura tedesco, vendette quattro mila rubbia di sale (3).

19. Urbano VI avendo bisogno di danaro per combattere colle armi temporali contro l' antipapa che denominavasi Clemente VII, sul principio del 1380, mise una imposizione sul clero, e specialmente sopra quello di Roma, dal quale « tria aureorum » millia exegit (4) ».

20. Crescendo poscia i bisogni, ai 30 di maggio dello stesso anno commise ai cardinali di santa

(1) Anonimo, Vita di Cola di Rienzo lib. II, cap. XXIV.
(2) Raynald. Annal. eccl. 1376, §. 11.
(3) Cod. msst. Vat. Othob. N. 2553 litt. T. p. 13.
(4) Raynald. Annal. Eccl. 1380, §. 7.

Susanna e di san Clemente di vendere qualunque sorta di beni ecclesiastici, dovunque esistenti, eccettuati soltanto i castelli: e ciò sino alla somma che avessero creduto conveniente (1).

21. Ma infine nè anche questi furono risparmiati. Imperciocchè nel 1385 dovendo soddisfare i genovesi per averlo soccorso con dieci galere, onde liberarsi dalle armi di Carlo Durazzo re di Napoli e trasferirsi dalla spiaggia di Salerno a Genova, diede loro in pegno la città di Corneto per la somma di ottanta mila fiorini d' oro (2). Nell'anno seguente però affrettossi di liberarla, cedendo a quella repubblica in pagamento del credito varie terre e beni della chiesa di Albenga, di Noli e di Savona (3).

22. Bonifazio IX, per sostenere gl'interessi di Ladislao re di Napoli contro Lodovico di Angiò creato re dall' antipapa, nel 1390 vendette molti fondi che la chiesa romana possedeva nell' agro beneventano e nell' Abbruzzo. Quindi concesse in vicariato per diverso tempo varie città e province dello stato ecclesiastico, stabilendone un annuo canone e determinando un certo numero di soldati da spedirsi in caso di guerra. Fra gli altri luoghi concedette Rimini, Fossombrone e Fano ai Malatesti; Urbino ad Antonio conte di Montefeltro per anni dodici; Faenza ad Astorre Manfredi per anni dieci; Forlì agli Ordelaffi; Imola a Bertrando degli Alidosi per anni cinque; e Ferrara ad Alberto marchese d' Este (4).

(1) Id. §. 8.
(2) Id. 1385 §. 8.
(3) Ascheri, Notizie storiche delle famiglie di Genova p. 55
(4) Raynald. Annal. Eccl. 1390, §. 17, 18.

23. Continuando poscia il bisogno del danaro, nel 1392 vendette alcuni fondi ecclesiastici, altri ne pignorò, e riserbò all' erario pontificio una mezza annata dei frutti dei beneficii che conferiva (1).

24. Presso l' antico porto romano fu innalzata una chiesa al martire sant'Ippolito, e nei secoli di mezzo trovasi menzione di una gabella detta dell'ampolla che si pagava alla medesima. Bonifazio IX nel 1392 la concesse in appodiazione vitalizia a Bucciarone di Napoleone per l'annuo censo di un paio di pernici (2): ed Eugenio IV nel 1441 ne confermò l'amministrazione a Ciccobella e Lodovica degli Stefaneschi (3).

25. Nel 1392 Bonifazio IX, disgustato per alcune insolenze fattegli dai banderensi romani, aveva trasferito la sua residenza a Perugia (4). Presto però gli officiali ed il popolo romano lo pregarono di ritornare alla sua sede: ed egli vi acconsentì con alcune condizioni. Fra le altre cose si stabilì (addì 8 di agosto 1393), che per le spese del viaggio i romani prestassero al papa sei mila fiorini: le chiese di Roma, gli ospedali e gli altri luoghi pii fossero esenti dai dazi e dalle collette; fossero similmente immuni e liberi dalle gabelle, tanto per terra che per mare, il papa ed i cardinali per le cose di loro uso: ed in ciò si dovesse credere, in quanto al papa « Camerario sanctitatis suae: » in quanto poi ai cardinali, alle cedole munite dei propri sigilli, col giuramento « camerariorum suorum (5) ».

(1) Ivi. 1392, §. 1 et 4.
(2) Cod. msst. Vat. 8046, fol. 38.
(3) Ivi. pag. 42.
(4). Chron. Esten. R. S. I. tom. XV. Muratori. Annal. 1392.
(5) Raynald. Annal. Eccl. 1393, §. 5. Vitali, Stor. dipl. dei senatori di Roma, tom. II, pag. 602.

26. Ai 30 di settembre dal 1308 Malatesta de' Malatesti di Rimini senatore di Roma, Paolo di Stazio, Checco della Moyo e Giovanni di Alessio conservatori « ad laudem Bonifacii papae IX, et ad » honorem ac statum reipublicae romanorum . . . » auctoritate sacri senatus, et vigore et auctoritate » nostrorum officiorum » compilarono una tariffa che denominarono « Statuta gebellarum urbis. » Si stabilirono in essa i dazi sopra vari generi, e fra gli altri i seguenti:

Quattro soldi per ogni rubbio di grano del peso di seicento libre che si mandasse a macinare.

Sei danari per lira sul valore del vino vendibile, esistente nelle vigne o venduto a minuto. Sette danari per quello venduto all'ingrosso.

Otto danari per lira sul valore delle bestie grosse.

Si annoverarono cinquanta specie di panni, e poi su quello *de grana* si stabilì il dazio di un fiorino e mezzo, e sugli altri di soldi trentacinque e mezzo.

Nelle vendite dei fondi si fissò che il dazio fosse di sei danari sopra ciascuna lira del prezzo, ossia del valore, sino a cinque fiorini;

Di quattro sino a mille.

Di due per le somme maggiori (1).

27. Nel 1404 morì Bonifazio IX e fu eletto Innocenzo VII. Intanto vi furono tumulti popolari: e Ladislao re di Napoli, col pretesto di sedarli, venne in Roma con un esercito. Colla sua mediazione ai 27 di ottobre si fece una concordia fra il pontefice ed il senato romano. Si confermò quella del 1393 e si aggiunsero vari articoli. In uno di questi si stabilì

(1) Nella biblioteca corsiniana in Roma. Cod. Msst. 1316, N. 6.

che il sale esistente nei magazzini di campidoglio e nel campo salino spettasse alla camera della città colla limitazione che mille rubbia appartenessero al papa ed alla camera apostolica. Dichiarò poscia il pontefice che « de omnibus et singulis sextertiis ga- » bellarum et proventuum . . . . . debi- » torum camerae praefatae urbis, ... et non » solutarum » se ne dovesse fare il pagamento « per » emptores huiusmodi gabellarum: » e la camera apostolica ne avesse l'introito in quella quantità che si dovevano pagare alla camera della città (1).

28. Giovanni XXIII, eletto nel 1410, secondo alcuni scrittori aggravò il popolo di gabelle e perciò divenne a molti esoso (2). Nel 1413 fu costretto ad allontanarsi da Roma occupata dalle armi del re Ladislao, e nel partire diminuì della terza parte il dazio sul vino (3) che probabilmente aveva aumentato.

29. Lo stato sconvolto dalle civili discordie acquistò qualche ordine nel pontificato di Martino V eletto nel 1417: ed abbiamo indizi che le finanze sieno divenute floride. Il concilio di Costanza aveva decretato, che pel mantenimento del sommo pontefice e dei cardinali si pagassero le annate dalle chiese e dai monasteri degli uomini, secondo le stabilite rubriche. Aveva eziandio determinato che il numero dei cardinali fosse moderato, affinchè non fosse grave alla chiesa « nec superflua numerositate vilescat: » di modo che non fossero più di ventiquattro, scelti

(1) Vitale, Storia diplom. de'senatori di Roma, tom. II, pag. 596, 600-611.

(2) Raynald. Annal. eccl. 1413, §. 19.

(3) R. I. S. tom. XXIV, col. 1034.

in tutto l'orbe cattolico (1). E di fatti dobbiamo credere che vivessero con gran decoro: poichè il pontefice raccomandando loro la sobrietà, li avvertiva che uscendo di casa « non conducessero seco più di venti fa-
» migliari cavalieri, chierici e laici loro continui
» commensali (2) ».

30. Martino V eccitò vari principi cattolici a combattere colle armi gli eretici detti boemi: e per incoraggiarli, con breve dei 5 agosto 1423 assegnò loro la quinta parte di tutti gl'introiti della sua camera, unitamente alla decima di tutti gli offici della romana curia e di tutti i beneficii ecclesiastici (3). Nel 1423 poi, promovendo altre guerre contro gli eretici ussiti e vicleffiti, vi assegnò la decima di tutto l'orbe cattolico, e la quinta parte delle rendite dell'erario pontificio (4).

31. Non ostante tali largizioni, nella sua morte (accaduta nel 1431) lasciò considerevoli tesori. Non ne conosciamo la somma; ma sappiamo essere stati tali da somministrare cagioni di guerra fra i suoi eredi Colonnesi ed il successore Eugenio IV. Nella pace si convenne che i Colonnesi versassero nell'erario pontificio settantacinqne mila fiorini d'oro (5).

32. La prosperità, della quale si godette nel pontificato di Martino V, cessò in quello del suo successore Eugenio IV, che regnò dal 1431 al 1447. Questi nel primo anno accrebbe di tre soldi e mez-

(1) Labbè, Collect. concil. tom. XVI, pag. 722-730.
(2) Contelor, Vita Martini V. Raynald. Annal eccl. 1324 §. 4.
(3) Raynald. Annal. eccl. 1423 §. 13, p. 61.
(4) Raynald. Annal eccl. 1427, §. 9.
(5) Vita Eugenii IV, R. I. S. tom. III, part. II, col. 869, 872. 873.

zo il dazio sul vino, che dianzi era di sei danari per ciascuna lira di valore. E questo aumento fu destinato allo stipendio dei professori nella università degli studi di Roma (1). Sostenendo poscia guerre interne ed esterne, accrebbe, e secondo l'Infessura, raddoppiò le gabelle (2).

33. Nel 1434 egli fu costretto a fuggire da Roma e dimorare vari anni in Firenze o in Bologna. In tal tempo, e precisamente nel 1440, vendette al conte Everso dell'Anguillara i castelli di Vico e di Caprarola pel prezzo di 7375 fiorini d'oro (3).

34. Nel 1443 ritornò a Roma: e l'Infessura ci narra che il popolo essendo malcontento per l'aumento dei dazi e specialmente del *terzo* sul vino, « quando il Pontefice fu a Colonna fu strillato : Viva la chiesa e mora lo terzo. Allora il papa Eugenio fece questa grazia e levò lo terzo (4) ».

35. Fra' condottieri di armi, che Eugenio IV aveva assoldato, fu Antonio di Redo padovano, nel quale aveva tanta fiducia che gli affidò per vari anni la custodia di castel Sant' Angelo. Questi col tempo chiese molti compensi per danni sofferti e spese fatte: ed il pontefice, per soddisfarlo, nel 1445 gli concesse a terza generazione i castelli di Borghetto e di s. Pietro in Fornis (ora Campo morto) pel canone di due libre di cera all'anno (5).

36. Del resto sul fine del suo pontificato i da-

(1) Bulla, In supremo VI, id oct. 1431, Renazzi, Storia dell'università di Roma, vol. I, app. N. 11.

(2) R. I. S. tom. III, part. II, p. 1130.

(3) Cod. msst. Vat. 8030, fol. 133.

(4) R. I. S. tom. III, part. II, p. 1130.

(5) Bull. Basil. Vat. tom. II, pag. 105.

zi di consumo furono ridotti in Roma ad un saggio tenuissimo e di mera norma. Imperciocchè nello statuto del 1446 fra le altre si stabilì quanto segue :

Per ogni soma di olio, di pesce e cose simili , bol. 1.

Per ogni soma di capretti e di porchetti, dan. quattro

Per ciascuna soma di vino forestiere, sol. uno

Per ogni soma di vino romano, per ciascuna bestia danari due

Per pane ed unto per i pastori non si paghino gabelle (1).

37. Nicolò V nel 1450 celebrò il giubileo, ed immenso fu il concorso de' pellegrini a Roma. Il Manetti, scrittore della di lui vita, ci racconta che « tanto dai dazi di consumo, che dalle oblazioni, si » riscosse una grandissima e quasi infinita quantità » di danaro: » soggiunge però che « il pontefice im- » piegò tali somme a costruire nuovi edifizi in Ro- » ma , a comprare una quantità di codici greci e » latini, ed a chiamare e trattenere presso di se per- » sonaggi insigni negli studi (2) ».

38. Calisto III , giustamente costernato per la conquista di Costantinopoli fatta dai turchi nel 1453, appena asceso al trono esortò a tutto potere i principi cristiani ad unirsi ed armarsi contro quei formidabili nemici. Nel 1456 poi procurò egli stesso di armare alcune navi per quella santa intrapresa. E per supplire alle spese convertì in danaro tutti i

(1) Statuta Urbis ann. 1446.

(2) Manetti, Vita Nicolai V, lib. 11. Raynald. an. 1450, §. 4. Muratori, an. 1450, 1451.

suoi oggetti di oro e di argento, pignorò le gioie e vendette alcune terre. Ma le sue esortazioni non furono intese, e perciò i suoi armamenti rimasero vani (1).

39. I cardinali entrati in conclave nel 1464, dopo la morte di Pio II, giurarono fra le altre cose di continuare a promuovere una lega contro il turco, per la quale tanto si era adoprato il defunto pontefice. Promisero specialmente d' impiegare per quella intrapresa tutto il danaro che si sarebbe esatto dalle vendite dell' allume (la cui miniera era stata recentemente scoperta nei monti della Tolfa) che superava annui ducati trecento mila. Paolo II, che allora fu eletto, rinnovò tale promessa: ed intanto annunziò ai rappresentanti dei diversi stati italiani presso di se ragunati, che per quell'anno avrebbe contribuito cento mila ducati d'oro (2).

40. Da che le campagne romane rimasero fatalmente deserte, vi discesero a pascolare nell' inverno le pecore dai monti abbruzzesi, come sino dai tempi di Varrone scendevano in Puglia quelle del Sannio (3). Per l'erba che pascevano lungo le vie pagavano una tassa detta *fida* della dogana del patrimonio, la quale poi serviva ad indennizzare i proprietari dei fondi soggetti alla servitù di tale transito. Paolo II, Sisto IV, ed Alessandro VI, sul

(1) Raynald., Ann. eccl. 1456, §. 10 et 49, 1457, §.40. Muratori, ann. 1456.

(2) Card. Papien., Comm. lib. 11 et epist. 54. Raynald. Ann. CCCI, 1464 §. 51 et 62.

(3) Varro de R. R. lib. II, cap. I, §. 16.

declinare del secolo XV regolarono con leggi speciali quella tassa (1).

41. Nel 1469 si riformarono in parte gli statuti di Roma: ed in quanto ai dazi, fra le altre cose si promulgò quanto segue:

Gli stranieri che conducessero pecore a pascolare nei fondi di Roma e del distretto, pagassero alla camera della città due fiorini (o ciò che col tempo si sarebbe stabilito) per ciascun centinaio, metà a natale e metà a pasqua (2).

Per estrarre da Roma e dal distretto buoi, vacche, pecore, capre, cavalli e somari, si pagassero sul valore otto danari per lira dagli stranieri, e quattro dai romani. E ciò s'intendesse per bestiame condotto a montagna (3).

Per estrarre qualche mercanzia i forestieri pagassero otto danari per libra, ed i romani quattro.

Nell'estrazione però dei panni vecchi si pagasse un danaro per libra (4).

42. Sisto IV, per soccorrere il popolo romano angustiato dalla carestia nel 1477, prese a mutuo dal cardinale di Rohan venticinque mila fiorini d'oro di camera. Quindi nell'anno seguente per soddisfarlo gli concesse in salviano per se e suoi, sei castelli, cioè Frascati, Soriano, Corchiano, Gallese, Alliano e Cervetri: e di più cinque tenute, che furono Vico, Casamale, Sasso, Carcara e santa Severa (5).

(1) Bulla Alexandri VI *Romani pontificis*, VI kal. nov MCCCCXCV. Memorie particolari.

(2) Lib. II, cap. LXXXXVIIII.

(3) Id. cap. CCLVII.

(4) Id. cap. CCLVII.

(5) Bulla Sixti IV. Id. febr. anno VIII, Arch. column. an. I, fasc. XXII, N. 154.

43. Quel pontefice fece varie guerre, e perciò dovette ricorrere a mezzi straordinari per aver danaro. Aumentò le contribuzioni, e l'Infessura giudicò degno di memoria che accrebbe quella del macinato di un *grosso papale* per ogni sacco (1). Creò nuovi offici nella romana curia e poi li vendette (2). Contribuì con poderose forze a scacciare i turchi da Otranto: e quindi eccitando i collegati cristiani a continuare la guerra contro quel formidabile nemico, dichiarò di concorrervi con venticinque galere Nel tempo stesso promise cinquanta mila fiorini d'oro al re di Ungheria, e quaranta mila a quello di Napoli. Partecipava a questi « essere esausto l'era-
» rio pontificio, i dazi essere pignorati ed i sudditi
» per le contribuzioni essere ridotti ad uno stato
» compassionevole. Del resto per quella santa intra-
» presa avrebbe venduto le gioie della sua mitra e
» gli argenti della sua tavola (3) ».

44. Morto Sisto IV nel 1484, i cardinali adunati in conclave convennero in alcuni capitoli pel bene della chiesa e dello stato, e fra le altre cose stabilirono che « i cardinali non fossero più di ven-
» tiquattro : e se mai eccedessero un tal numero,
» alla morte del pontefice non avessero voce at-
» tiva e passiva nella elezione dell'altro, e non fos-
» sero considerati come cardinali; nè se ne creasse-
» ro altri, fintantochè il collegio non fosse ridotto
» ad un numero inferiore ai ventiquattro (4). Quelli

(1) R. I. S. tom. III, part, II, p. 1183.
(2) Infess. pag. 1942 ed. Lips. 1723.
(3) Raynald. An. 1481, §. 5 et 30-34.
(4) Ibid. 1484, §. 31.

» poi che dai proventi ecclesiastici non avessero
» quattro mila fiorini annuali, ricevessero dalle ren-
» dite della camera apostolica cento fiorini d' oro
» al mese, fintantochè non fossero proveduti di pro-
» venti nell'indicata somma (1). »

45. Si determinò eziandio « che nel caso di
» sussidi per la guerra co'turchi, il pontefice som-
» ministrasse cinquanta mila ducati provenienti dal-
» le rendite delle allumiere della Tolfa. E se a tal
» somma esse non ascendessero, si supplisse con al-
» tre dello stato. Se poi si trattasse di una spedizio-
» ne della maggior parte de'principi cristiani con-
» tro quell'inimico comune, allora, oltre la detta som-
» ma, ne somministrasse un' altra di ducati cento
» mila (2) ».

46. Innocenzo VIII nel 1486, avendo bisogno di danaro per un armamento, creò cinquantadue officiali piombatori delle bolle pontificie che furono detti volgarmente licenzatori. Concesse loro la metà dei proventi di tale officio, e vendette ciascuno di quei posti cinquecento ducati d'oro (3).

47. Sul fine di settembre del 1490, essendo quel pontefice gravemente infermo, Franceschetto Cibo tentò d' impadronirsi dei tesori di lui: ma non vi riuscì. Allora i cardinali credettero conveniente di farne un inventario e consegnarli in custodia al cardinale Savelli. Si disse essersi trovati in una cassa ottocento mila ducati d'oro, ed in un'altra trecento mila (4).

(1) Ibidem §. 28.
(2) Raynald., Annal. eccl. 1484 § 31, pag. 331.
(3) Infessura, Diarium pag. 1965, edit. lips. 1723.
(4) Ibid. pag. 1997.

48. Alessandro VI, salito al trono nel 1492, dopo alcune operazioni preliminari, intraprese a liberare varie province pontificie dai vicari temporali, ai quali erano state concesse in diversi tempi e le reggevano da feudatari quasi indipendenti (1). Fondandosi sul motivo che non pagavano gli stabiliti canoni, mosse loro la guerra. E nel 1499, avendo bisogno di danaro per stipendiare soldati mercenari, prese a prestito dal comune di Milano quarantacinque mila ducati. Gli riuscì difatti (in tre anni) di scacciare i Riari da Imola e da Forlì, i Manfredi da Faenza, i Malatesta da Rimini, i conti di Montefeltro da Urbino, gli Sforza da Pesaro ed i Varano da Camerino (2).

49. Nel 1500 celebrò il giubileo. Grande fu in tale circostanza il concorso dei fedeli a Roma, e ragguardevoli introiti ne vennero all'erario. Il pontefice spedì eziandio internunzi in vari regni colle facoltà di concedere le indulgenze dell' anno santo a coloro che non potevano recarsi a Roma, purchè pagassero il terzo di quello che avrebbero speso nel viaggio (3). Scrive il Bembo che in tale circostanza nei dominii veneti si raccolsero settecento e nove libre d'oro, le quali dal pontefice furono lasciate a quel senato per la guerra contro i turchi (4).

50. Intanto nella primavera di quell'anno i turchi avendo spinto le loro correrie nella Polonia, nel-

(1) V. §. 22.

(2) Burchard, Diar. Raynald. ann. eccl, 1499, §. 22 et 23, 1500, §, 27, 1502, 10-14. Muratori, an. 1499-1503.

(3) Raynald. 1500, § 1, 2. Muratori an. 1500.

(4) Bembo, Hist. Ven., lib. V. Raynald. an. eccl. 1500, §. 22.

l'Ungheria, nella Croazia e nel Peloponneso, tutta la cristianità ne fu spaventata e l'Italia specialmente ne fu costernata. Quindi Alessandro, eccitando tutti i principi ad armarsi contro quell'inimico comune, impose per loro sussidio una decima sulle rendite del clero in tutto l'orbe cattolico (1). Gli sforzi del pontefice non furono certamente inutili ad impedire molti progressi di quei barbari (2).

51. In tale circostanza si pubblicò e si conservò una nota delle rendite, sulle quali fu stabilita la decima da pagarsi dal sacro collegio e dagli uffiziali della romana curia. La rendita di quaranta cardinali fu collocata in 389,000 ducati d'oro, e per conseguenza la decima in ducati 38,900. Nove cardinali avevano annui ducati 10,000. Altri dieci avevano come segue (3):

Di Recanati	duc.	11,000
» S. Angelo	»	12,000
» Madrid	»	12,000
» Sanseverino	»	13,000
» Este	»	14,000
» S. Maria in Portico	»	15,000
» S. Giorgio	»	18,000
» S. Pietro in Vincoli	»	20,000
» Ascanio	»	30,000

52. Le decime degli uffiziali della romana curia furono calcolate in ducati 10,792 (4).

(1) Raynald. an. eccl. 1500, §. 8.

(2) Ibid. §. 10-21, 1501, §. 1-9, 1502 §. 1-2, 17-24.

(3) Burchard. diar. ann. MD, lib. 1, part. II, pag. 2118-2119. ed. Lips. Raynald. ann. eccl. 1500, §. 9, 488, 489.

(4) Burch. loc. cit. 2118-2119.

53. Il pericolo dei cristiani essendo comune anche agli ebrei fra loro tollerati, nello stato della chiesa anche sopra di essi fu imposta una contribuzione, e fu calcolata alla vigesima dei loro beni (1).

54. Allorquando nel 1503 Alessandro VI cessò di vivere, il duca Valentino che occupava il Vaticano colle sue truppe, e meditava d'impadronirsi dello stato, incominciò dall'appropriarsi il pubblico danaro. Affidò tale impresa a Micheletto, principale ministro delle sue scelleratezze, il quale mettendo un pugnale alla gola al cardinale Casanova, prefetto dell'erario, rapì quanto in esso esisteva (2).

55. Ciò non ostante però il duca non potè eseguire i suoi disegni. Iddio vegliava sulla sua chiesa e su Roma, e pochi giorni dopo la morte di Alessandro VI fu eletto il pacifico Pio III (3).

56. Ma giunto il discorso a questo punto, deggio tacere: non permettendo le leggi archeologiche di trattare materie posteriori al secolo XV. Mi riserbo pertanto di discorrere, piacendo al cielo, in altri ragionamenti ed in altr'accademia delle finanze pontificie dal principio del secolo XVI al 1810. Quindi dal 1814 sino all' epoca in cui il regnante sommo pontefice le avrà ordinate, come da tutti si spera, e di vero cuore si augura per maggior gloria sua e bene dello stato.

(1) Burchard. loc. cit. pag. 2118. Raynald. an. ecc. 1500, §. 9.
(2) Raynald an. ecc. 1503, §. 12.
(3) Raynald. Muratori anno 1503.

Andrea Cesalpino d'Arezzo scuopre il primo la circolazione del sangue nell'uomo l'anno 1571 nell' anfiteatro anatomico di Pisa.

Et dubitamus adhuc virtutem extendere factis?
Virg. Aeneid. lib. VI.

Nel secolo del decimo Leone le scienze e le lettere attraevano a se tutte le forze intellettuali della colta Italia: e la filosofia, che doveva pur almeno entrare nel corso di una perfetta educazione, rimaneva tuttavia sterile e tenebrosa. Si voleva conoscere la natura negli scritti d'Aristotile, e non nelle produzioni di cui essa è feconda.

Stando queste opposte agli occhi degli studiosi, non poteva non avvenire che si affacciasse ad essi alcuna loro qualità fino allora inosservata: e ciò, o per mero accidente, o per l'attività ingenita allo spirito umano, che come scrisse un dottissimo italiano: *mai non si appaga de'suoi possessi, e aspira sempre a nuove conquiste.* Ma questi non furono che lampi assai rari, tendenti ad illuminare qualche minimo ripostiglio della gran madre degli esseri, mentre la sua totalità rimanea sempre avvolta nel buio del peripato. Trascorse mezzo secolo prima che lo splendore della esperienza giungesse a dileguarlo, e creare una nuova filosofia. La scienza anatomica dovea formare un'epoca luminosa e di gloria per la nostra Italia con aver dato l'insigne scopritore, cioè Andrea Cesalpino d'Arezzo professore di notomia umana nel liceo di Pisa.

Questo grande notomista fioriva nel principio del

secolo XVI. Succedette alla prefettura del giardino botanico a Francesco Calzolari. Uomo di profondo sapere, conosceva tutti gli scrittori che aveano vissuto prima di lui, e la sua eloquenza era universalmente esaltata. L'autore ci ha lasciato tre trattati. La prima edizione di essi fu impressa nel 1569 in Firenze.

Nella vastità dei suoi ragionamenti si trovano importanti riflessioni, in ispecie su i polmoni e la respirazione. Fu dunque il primo che dopo Colombo di Cremona spiegasse chiaramente la circolazione del sangue nell'uomo. La scoperta della circolazione non è dovuta all' inglese Harvey, ma al nostro italiano Cesalpino: giacchè gli anatomici di quel tempo credevano che il sangue avesse origine dal cervello, altri dai polmoni, e la maggior parte dal fegato. Colombo, quando scrive *De corde et de arteriis*, spiega la situazione del cuore sì del bruto e sì dell'uomo, parla del pericardio, dei nervi, della superficie e pinguedine del cuore. Cesalpino segue le tracce del cremonese. Gli vien negato dal maligno francese Taurel l'adipe che è intorno al cuore: e Cesalpino nell'anfiteatro anatomico di Pisa brucia alla presenza di tutti il grasso estratto dal cuore di un cadavere che era sulla mensa anatomica. Colombo dice che questo grasso è necessario al cuore, come lo è per il globo dell'occhio: e Cesalpino conferma le sue asserzioni. Aristotile affermava che i ventricoli del cuore erano tre: Colombo, e poi Cesalpino, li negarono: ammettendone questo due soli, destro cioè e sinistro. Prima di questo celebre anatomico credevasi che il sangue passasse dal ventricolo destro al sinistro : *Inter hos ventriculos septum adest, per quod fere omnes existimant sanguini*

a dextro ventriculo ad sinistrum aditum patefieri: sed longa errant via. Egli prova che erano in errore, e che dal destro va per l'arteria polmonale, entra nei polmoni, qui si assottiglia, e passa per la vena polmonale al sinistro. *Sanguis per arteriosam venam ad pulmonem fertur, ibique attenuatur, deinde per arteriam venalem ad sinistrum cordis ventriculum defertur.*

Nel capitolo II, *De pulmone*, parlò più chiaramente della circolazione che fa il sangue nei vasi polmonali, ritrovò le membrane, le valvole, divise i tronchi venosi dagli arteriosi, corresse il Vesalio perchè non descrisse qualche interessante arteria. Dopo l'esame delle grandi arterie descrive l'aorta discendente colle diramazioni che si distribuiscono ai visceri addominali. Finalmente nel suo libro 5 delle questioni peripatetiche così scrive questo straordinario genio aretino: *Fugit enim sanguis ad cor tamquam ad suum principium, non ad hepar, aut cerebrum. Quod si cor principium est saguinis, venarum quoque et arteriarum principium esse necesse est: vasa enim haec sanguini sunt destinata. Ut igitur rivuli ex fonte aquam hauriunt, sic venae et arteriae ex corde: oportet praeterea omnes continuas esse cum corde, ut sanguis contentus in ipsis eius calore conservetur, frigore enim congelatur quod patitur ubicumque fuerit extra venas. Patet autem ex dissectione omnes venas soli cordi continuas esse: nam quae in pulmones transeunt ex corde, nulli alii visceri sunt continuae: hae enim desinunt in cordis ventriculos, nec ulterius transmeant. Vena cava et arteria aorta, reliqua viscera, excepto corde, postquam adierint transmeant ulterius: aut si quae desi-*

nunt, in capillamenta resolvuntur, non in ventrem aliquem transfundunt sanguinem: nullibi enim continetur sanguis in ventre extra venas, praeterquam in corde. Così il Cesalpino scuopre il primo il ritorno che fa il sangue al cuore mediante le vene, e le anastomosi fra le arterie e le vene.

Nella questione 4: *Idcirco pulmo per venam arteriis similem ex dextro cordis ventriculo fervidum hauriens sanguinem, cumque per anastomosim arteriae venali reddens, quae in sinistrum cordis ventriculum tendit, transmisso interim aere frigido per asperae arteriae canales, qui iuxta arteriam venalem protenduntur, non tamen osculis communicantes (ut putavit Galenus) solo tactu temperat. Huic sanguinis circulationi ex dextro cordis ventriculo per pulmones in sinistrum eiusdem ventriculum optime respondent ea quae ex dissectione apparent. Nam duo sunt vasa in dextrum ventriculum desinentia, duo etiam in sinistrum. Duorum autem unum intromittit tantum, alterum educit membranis eo ingenio constitutis. Vas igitur intromittens vena est magna quidem in dextero, quae cava appellatur: parva autem in sinistro ex pulmone introducens, cuius unita est tunica ut caeterarum venarum. Vas autem educens arteria est magna quidem in sinistro quae aorta appellatur, parva autem in dextero ad pulmones derivans, cuius similiter duae sunt tunicae ut in caeteris arteriis.* Con quest' ordine Cesalpino continua a descrivere le ramificazioni delle arterie e delle vene: e pervenuto alle estremità, così termina: *Arteriarum ramusculos extremis cum venis minimis committi, atque homine dormiente sanguinem cum spiritu ex arteriis in venas deferri, ve-*

nae siquidem illo tempore intumescunt, arteriarum vero pulsus minor est. Finalmente facendo conoscere a perfezione il ritorno che fa il sangue al cuore mediante le vene, e le anastomosi fra le arterie e le vene, conviene leggere la questione 3, 4 e 5 del quinto libro del Cesalpino. Quì schiuse quell'immensa e preziosa suppellettile d'investigazioni anatomiche, che fu la più brillante epoca per l'anatomia e per l'Italia. Dice l'A., che il cuore viene paragonato ad un mantice d'organo, il quale caccia l'aria per tutti i canali del medesimo: così ancora il cuore come mantice dei vasi del corpo umano caccia in essi il sangue. Il cuore è il principio della vita: e nel momento che manca la vita, cessano le funzioni del corpo e di questa. Dice ancora col cremonese Colombo, che le arterie si dilatano, allorchè il cuore si contrae: che vi siano le valvole nel cuore, delle quali alcune s'innalzano, altre s'abbassano: quelle delle vene lasciano entrare il sangue nel cuore, e non permettono l'egresso. *Ostio venae cavae tres membranulae coaptatae sunt, ita ut concedatur ingressus sanguini in cor, egressus autem nequaquam.* Le valvole delle arterie poi lasciano uscire il sangue, e gli impediscono il regresso; la vena cava scarica il sangue nel ventricolo destro, e l'arteria venosa, cioè la vena polmonale, nel ventricolo sinistro. Sonovi due arterie che riprendono il sangue dal cuore: la vena arteriosa, ossia arteria polmonare, che lo riceve dal ventricolo destro, e lo porta ai polmoni: l' arteria aorta, che lo riceve dal ventricolo sinistro, e lo distribuisce a tutte le parti del corpo. All'intorno dell'orificio dei vasi sono delle membrane che servono

a chiuderlo, o ad aprirlo, secondo il diverso uso dei vasi; quelli che ricevono il sangue dal cuore si chiudono, e non permettono più ch' egli vi rientri. Gli orificii di quei vasi, che portano il sangue al cuore, al contrario si aprono.

Segue l'incomparabile anatomico a parlare delle anastomosi, dei vasi, dei polmoni e delle ramificazioni capillari. Il moto del cuore e delle arterie è moto involontario : il suo sentimento è in molte parti conforme a quello di Colombo: parlando però dell' aria, non ammette che essa confondasi col sangue, ma che per solo contatto lo inaffi. Quelli che prima di Cesalpino credevano che l'aria entrasse nel cuore col sangue, ammettevano che nelle vene vi fosse uno spazio voto.

Cesalpino considera le orecchiette come le altre vene del corpo : v' aggiunge che la vena cava ha la stessa struttura che i vasi che portano il sangue dai polmoni al cuore: l'arteria ha ancora la medesima struttura che il vaso che porta il sangue del ventricolo destro ai polmoni: e ci assicura che l'arteria polmonale, che esce dal ventricolo destro, abbia la pulsazione egualmente che l'aorta. In questi due vasi il numero delle tuniche è uguale a quello di tutte le arterie del corpo umano. Gli anatomici antichi, prima della scoperta del Cesalpino, pensavano che la natura dei vasi dovesse cangiarsi nei polmoni, di maniera che l' arteria facesse ufficio di vena, e la vena ufficio d' arteria: ed ecco l'origine del nome che davano a questi vasi di vena arteriosa, e di arteria venosa. Davano il nome d'arteria a tutti quei vasi che vanno al ventricolo destro, e il nome

di vena a quelli che vanno al ventricolo sinistro. Cesalpino fa conoscere il grande errore che essi aveano: e scrive, che invece d'accordare il loro sistema alle leggi di natura, hanno preteso che la natura si accomodasse al loro sistema. Tale abbaglio ha fatto immenso danno alla medicina. È cosa ben rimarcabile, dice l' autore, il saper la ragione per cui le vene si gonfiano nella parte inferiore della legatura, e non sopra di essa. Quelli che cavano sangue, fanno tale esperienza, facendo la legatura sopra il luogo ove vogliono salassare: con questa impediscono che il sangue possa ritornare al cuore, e l'arrestano per il momento nell'estremità della vena. Quindi passa all'esame della vena porta, e della vena cava superiore nel fegato: sostiene che il cuore è la riunione e l'origine delle arterie, delle vene, del calore, degli spiriti animali, e della vita, la sede del cordoglio e del piacere.

Ecco il sistema certo e fondato di questo ingegno sottilissimo sulla circolazione del sangue, che spiegò meglio assai di Colombo che cosa sia vena, e che cosa arteria. Prima del Colombo e del Cesalpino, niun anatomico conosceva che il sangne si scaricava nel ventricolo destro del cuore per la vena cava: credevano che il sangue (come dissi) della vena cava andasse immediatamente ai polmoni per nutrirli per mezzo dell'arteria polmonare, senza entrare nel cuore: e che da questa poi passasse nella vena polmonale, per la quale scaricavasi nel ventricolo sinistro, ove poi viene spinto nell' aorta. I due fratelli Hunter, anatomici inglesi, si sono maravigliati come abbiasi attribuito la scoperta della circolazione del

sangue ad Harvey. Nell'opera omnia d'Harvey, fatta pubblicare dal collegio medico di Londra 1776, alle pagine *De Harvey vita* leggesi che questo anatomico passò dall'Inghilterra in Italia ove apprese la notomia, la chirurgia, la medicina dal celebre italiano Fabrizio d' Acquapendente lettore nell' università di Pisa. Fu ancora scolare l'inglese Harvey di Casserio e di Tommaso Minadoos archiatro del duca di Mantova, dotto in chirurgia, ed anatomia, in ispecie per un aureo suo trattato intitolato *De ptisana eiusve cremore, pleuriticis proponendo, dialogus.* Harvey rimase in Italia cinque anni, e fu laureato in Pisa. Da ciò si comprende che se Harvey avea fatta sì lunga dimora per i suoi studi in Italia, qui trovò però tutti i mezzi per istruirsi. Impossibile dunque a credersi che non avesse scoperto la circolazione del sangue, e che ne avesse menato trionfo in Inghilterra ove era affatto ignota la memorabile scoperta. I nazionali di Harvey, fra'quali Adams, scrissero contro la sua prima dissertazione – *De motu cordis* – pubblicata nel 1628 in Londra, laddove era già stata conosciuta *settanta anni* prima che l'inglese Harvey ponesse il piede in Italia. L'opera anatomica di Colombo cremonese fu impressa l' anno 1559, e quella di Cesalpino 1571. Riolano di Padova, che dettava l'anatomia in Parigi nel 1680, declamava altamente contro l' impudenza dell'Harvey, avendo usurpato la gloria a Cesalpino con enormi falsità stampate, poi fatte circolare per l'Italia.

Si legge nella vita d'Harvey che questo nobile ciurmatore abbandonasse l' Italia nel 1606: nè mai potrà dubitarsi che Fabrizio d' Acquapendente non

avesse fin d'allora le cognizioni scoperte in Italia sopra le distribuzioni dei vasi sanguigni, e sopra la circolazione del sangue, poichè lo dimostra abbastanza nei trattati *De venarum ostiolis*, *De respiratione*. Acquapendente, insigne chirurgo ed anatomico, camminando per le vie delle scoperte fatte dai due italiani Colombo di Cremona e Cesalpino d' Arezzo, giunse a scoprire le valvole che rinvengonsi nelle vene a lui incognite, come si vedono dimostrate nelle tavole incise della sua immortale opera di chirugìa: si scorgono ancora quelle del cuore, come si è osservato più chiaramente nell'estratto del prelodato Acquapendente maestro d'Harvey. I dizionari inglesi con i loro rimbombanti articoli attribuiscono impunemente la scoperta della circolazione del sangue al loro connazionale Harvey: ed i giornalisti di Londra parlando di Colombo e Cesalpino (essendo questi italiani) hanno mutilato gli squarci interi delle loro opere, in ispecie di Cesalpino quando prova la circolazione del sangue, e l'arteria aorta che nasce dal ventricolo sinistro del cuore. Vani sforzi, e temeraria impostura! . . . . La scoperta della circolazione del sangue è della nostra Italia, ossia d' Andrea Cesalpino d'Arezzo

Un ambasciatore di Venezia a Londra donò l'opuscolo di Harvey al padre Paolo Sarpi servita. Costui parlò orrendamente della circolazione: chè perciò pretendesi che la scoperta possa attribuirsi a questo frate, e che dopo la sua morte avesse lasciato questo stesso trattato al celeberrimo Fabrizio d'Acquapendente, prendendone dei lumi per fare la scoperta delle valvole delle vene. Sogni e follie . . .

Acquapendente pubblicò la scoperta delle valvole nel 1603 quando morì Cesalpino in Roma: abbandonò la cattedra essendo mal disposto di salute nell' anno 1604, e morì nel 1619 in Pisa. Harvey pubblicò la sua memoria nel 1628. Non mancarono scrittori infedeli e maligni, che attribuirono la brillante scoperta a Michele Serveto, quel famoso medicastro che scrivendo da empio eresiarca in teologia, cioè *Dialogorum de trinitate libri duo*: *De iustitia regni Christi capitula quatuor*: *De trinitatis erroribus libri septem per Michelem Servelo*, 1531-1532, fu per vendetta di Calvino bruciato vivo in Ginevra il 28 ottobre 1553. Questo mostro di eresie le più esecrande scrisse confusamente in queste opere sulla circolazione del sangue anche in barbaro latino. Conchiuderò dunque con Tommaso Bartolini, con Vander-Linden, colle autorità di Freindrio, di Delametrie, di Dutens, che Cesalpino sia stato il primo a scoprire la circolazione del sangue nell' uomo, come fu Acquapendente delle valvole delle vene. Senac, dottissimo scrittore francese, scrive così: *Harvey marche sur les traces de Cisalpin, comme un voyageur, qui va parcourrir un pays deia decouvert.* Portal, parlando delle scoperte italiane, dice: *Sembra che oggidì l'Italia riposi sopra i suoi allori, e non pensi ad altri onori; la gloria della scoperta della circolazione del sangue dell'uomo è per l'italiano Cesalpino d'Arezzo.* Questa sorprendente teorìa, unita ad altre luminose indagini anatomiche, scintilla da tutte le parti agli occhi del Cesalpino: ed egli la tocca, la palpa, e sta sul punto di alzare il velo:

ma tanto indugia, che un destro inglese gliele strappa di mano: e ponendo a profitto l'altra brillantissima scoperta italiana, cioè quella delle valvole delle vene, e schiamazzando per il primo *circolazione*, ne raccoglie in un punto tutta la gloria a spese del nostro illustre italiano.

Il sommo anatomico, conoscendo tutte le teorie sulla respirazione, sulla vera circolazione del sangue, con le replicate analisi praticate nei visceri del torace, ebbe grandi lumi per curare le malattie del petto e del cuore, come rilevasi dall'opera che ha per titolo: *Speculum artis medicae hippocraticum*. *Romae* 1595. *Francofurti* 1596. Scrivendo dell'angina, osserva che l'imbarazzo de'polmoni è uno dei più comuni effetti di tal malattia. Osserva egli che la parte superiore della trachea è libera: la bocca ed il naso, per dove passa l'aria per insinuarsi nella trachea, sovente non soffrono lesione alcuna. Dopo questo raziocinio conchiude, che la tracheotomia è inutile, giacchè l'imbarazzo dei polmoni è un effetto: non pensando però che questa operazione impedisce che l' infermo rimanga soffocato, poichè apre una strada alla respirazione: cura i mali venerei con i decotti di legno guaiaco, di sassofrasso, brodi viperini, col mercurio dolce (cui l'inglese Harvey con impudenza ha usurpato il nome chiamandolo calomelano): raccomanda le fumigazioni e la pomata mercuriale col mercurio vivo, come praticava Mesue nella scabbia. Insegnando il metodo di preparare tutti questi medicamenti, parla delle malattie esterne ed interne dell'organo della visione e di quelle dell' orecchio. Questo straordinario ingegno fu il primo a ridurre

la scienza erbaria a sistema filosofico, essendo in quei temi oscuro ed incolto, ma sparso in pochi botanici d'Italia. Odoardo Smith, fondatore e presidente della società linneana di Londra, parlando del merito di Cesalpino sulla sua botanica scrive: *che ha portato maggior luce sulla struttura e sulle affinità dei vegetabili, che qualunque altro prima di lui, avendo fatto distintamente una classificazione dei sessi e delle famiglie e delle piante.* Sotto la disciplina di Luca Ghini, direttore dei giardini botanici di Pisa e Firenze, dettava il Cesalpino in questa città le istituzioni: creò un' accademia ed immaginò quell'industrioso metodo di dividere i corpi vegetabili in generi e specie: li ridusse a classi, prendendo i caratteri distintivi, non già dalle qualità accidentali della durata, nè dalla grandezza, nè dalle virtù mediche favolosamente magnificate dall'antichità, e da Dioscoride fino ai tempi nostri, ma dalle immutabili parti della fruttificazione. La di lui grande attenzione e l' immenso vantaggio che recò alla botanica fu quello di distribuire comodamente le piante, ed all'esame delle esterne apparenze: finalmente con profondo criterio ne rintracciò l'interna struttura, la nutrizione, la germinazione e l'uso in medicina. Nè fu contento di esaminare le piante d'Italia, ma estender volle le sue dotte ricerche su quelle che il commercio dell'America e delle Indie Orientali somministravano al lusso ed alle delizie dei giardini. Osservò quindi il primo la situazione e le impercettibili radici nei semi: notò il numero del primo sviluppo dell'embrione: paragonò i semi alle ova degli animali: distinse i ricettacoli dei frutti, le di-

visioni delle silique: pose il nome di corolla e ricettacolo al fiore: e così dalla sagace industria e fatiche di questo genio, riconosce la botanica il principio de'suoi grandi progressi. Quest'opera aurea fu impressa con universale applauso col titolo: *De plantis libri XVI. Florentiae* 1583 *in folio.* Quindi stampata in Roma con preziosa appendice nel 1602. In Francfort nel 1613 intitolata: *Speculum artis medicae.* Un lavoro cotanto insigne gli meritò l'incarico di archiatro del pontefice Clemente VIII, poi di lettore di medicina teorico-pratica nell' archiginnasio romano. Nell'opera si leggono descritte *undici mila e quattrocento erbe* illustrate dal dottissimo Micheli. L'illustre scienziato travagliò con indicibile ardore per comporre due erbari secchi, l'uno per comando del gran duca Cosimo I che lo donò al suo figlio successore Francesco I, ed a cui dedicò l'opera delle piante: l'altro che regalò al vescovo Alfonso Tornabuoni della botanica indefesso cultore.

Il Cesalpino, dopo aver percorso la superficie della terra nella investigazione delle sostanze vegetabili, rivolse le sue filosofiche ricerche ad esaminare minutamente tutti i fossili e formarne un trattato : *De metallicis libri III. Romae* 1596. Avea divisato l'autore di pubblicare un più ampio trattato, se un suo amico e dotto collega *Michele Mercati* non l'avesse prevenuto con la sublime opera *Metallotheca Vaticana.* Giudicò inutile l'ideato progetto, e credette più conveniente di compilare la detta opera che la grandezza delle tavole in rame rendeva agli amatori di troppo dispendio, e di completare quella parte che risguarda i marmi e le gemme per

l' immatura morte del Mercati rimasta imperfetta. Travagliò dunque su quel codice delle materie metalliche, scritto con stile, regolarità d'ordine ed eleganza latina, come avea praticato nei libri della botanica.

Allorquando vide la luce l'ultima opera celeberrima del nostro insigne Cesalpino, che fu *Quaestiones peripateticae*, comparve una cicalata del medico francese Nicolao Taurel che portava in fronte: *Alpes caesae, hoc est Andreae Cesalpini monstruosa dogmata discussa et excussa.* Il grande autore disprezzò tal bassa malignità del ridicolo ed ignorante francese

Cesalpino è stato giudicato da tutte le nazioni per gran maestro nelle scienze naturali, scrutatore profondo dell'animale economia, sommo conoscitore delle funzioni sane e turbate del corpo umano, promotore oculato ed ardente delle nobili ed utili scienze salutari, cioè della notomia, chirurgia, medicina e botanica. La storia vuole stabilire i veri scopritori ed inventori delle cose, e scriverli nel gran libro con indelebili caratteri per tramandarli a tutti i secoli: e la storia sa illuminare sì brillante e strepitosa scoperta, onde non sia strappata alla nostra Italia la palma di questo incomparabile anatomista; e Pisa ed Arezzo sua patria s'abbiano rivendicata la gloria, la quale con inaudita impudenza gli venne usurpata dall'emulo e turbolento pirata inglese Harvey.

DOTTOR CHIMENZ.

Morì in Roma il 15 marzo 1603: fu seppellito nella chiesa di s. Giovanni dei fiorentini, come si è letto nell'archivio della parrocchia di s. Eustachio. Non si è rinvenuto segno alcuno di distinzione e monumento in s. Giovanni, non avendo lasciato che una fama immortale del suo nome, e un inonorato sepolcro.

LETTERATURA

Tracce storiche sul dominio greco dopo Alessandro nell'Asia centrale.

Malgrado la vita solinga ed oscura che circa venti anni indietro traeva in Roma l'erudito vecchio conte Palin, dopo compiuta la sua carriera diplomatica come ministro di Svezia presso le corti europee, era pure ben cognito a molti e specialmente agli archeologi. Ma era scritto nelle disposizioni della Providenza che non prestasse orecchio ai timori da me reiterate volte manifestatigli sul pericolo che poteva correre di alcun agguato assassino nel recondito asilo presceltosi vicino alla Trinità de'Monti, e che restasse appunto vittima della sua fiducia: sebbene l'uccisore pagasse il fio del suo delitto sul patibolo.

Questo infaticabile vecchio, specialmente appassionato per la filologia ed archeologia orientale, nell'incendio che soffrì il palazzo della legazione svedese in Costantinopoli, mentre era colà ministro, vide fra gli altri oggetti distrutta una ricchissima collezione numismatica di monete principalmente greche, egiziane, asiatiche ec. Fra queste ne rammentava con affetto alcune, nelle quali trovavansi nomi greci di alcun re dell'Asia centrale appartenente al dominio di Alessandro. Questa reminiscenza in esso non

era infrequente: ma poichè, unita ad un mirabile corredo di peregina erudizione, nutriva egli una fervida immaginazione, che sovente trascendeva i confini della sana critica, come rilevasi da non poche di lui opere anonime (1), così l'asserzione dell'esistenza delle

(1) Fra le molte operette del sig. Palin conservo una illustrazione di molte monete egiziane mediante un di lui sistema tutto simbolico e fantastico: come conservo un tipo della famosa tavola trilingue di Rosetta coll'illustrazione dei geroglifici mediante gli antichi principii del simbolismo. Quest'opera non fu posta in commercio: ma le copie impresse furono dal Palin donate al suo dottissimo amico e collega Jacopo Graberg di Hemsö, non ha guari mancato alle scienze in Firenze, dal quale fui favorito d'una copia.

A dimostrare intanto l'erudita archeomania del Palin amo riportare un di lui singolare episodio. Fra le stoviglie insigni rinvenute dal sig. principe Luciano nel 1839 nelle necropoli etrusche di Vulci presso Canino presentò speciale interesse all'illustre discopritore una coppa avente nel fondo giallo, esprimente il mar tirreno colle note insegne dei delfini, una nave, di cui albero ed antenna erano sormontati da una vite co'pampini e grappoli. Al piè sedeva Bacco coronato di edera, e portante in mano il corno potorio, o bicchiero. Il margine della tazza aveva un orlo nero di circa mezzo pollice, sul quale si vedevano alcune cifre di sottili linee rette, che spesso si intersecavano in vari angoli, e mostravano qualche analogia ai caratteri cuneiformi, od anche cinesi. Or il principe, che opinava le origini italiche doversi piuttosto alle dirette immigrazioni di asiatici, anzichè di greci, ed essere perciò l' etrusca anteriore alla civiltà greca, vide in quei segni irregolari un'iscrizione di antichi ed inesplicabili caratteri orientali. Quindi nel catalogo di scelte iscrizioni etrusche da esso pubblicate in Viterbo, del quale io diressi l'edizione, volle che in linee più membrute dell'originale venisse riportata la pretesa iscrizione. Il sig. Palin, che diceva conoscere molti caratteri orientali, senza consultare l'originale si occupò d' interpretare i caratteri impressi. A tutti i paleografi ed etimologisti quali stupende metamorfosi, e quali fauste scoperte possano ottenersi dalle antiche leggende ora curvando, ora mutilando, ora aggiungendo qualche lineola, ed ora modificando con dittonghi e dieresi e sincopi il valore fonetico delle parole per ottenere dallo

prefate medaglie non mi ispirò intera fiducia: e piuttosto mi persuadeva, che le tracce della storia del dominio de'successori d'Alessandro nella Persia e nell'Indie fossero ormai preda irreparabile di un oblio eternale. È ben vero, che nel secolo passato il Bayer aveva riunito tutti i documenti desunti dagli storici dell' antichità, e stabilito i nomi di sei re di greca origine nella Battriana, regione bagnata dall'Oxus: ma questi nomi nudi di alcun rapporto cronologico genealogico e storico non presentavano grande interesse.

La zelante società asiatica di Calcutta da circa quindici anni si è dedicata con ispeciale ardore, non solo allo studio delle lingue e scrittori, ma anche alla ricerca de' monumenti: ed ha ottenuto preziosi resultamenti, de'quali giova presentare un sunto. E ciò con tanta maggiore alacrità, in quanto il nostro italiano generale Ventura, che trovavasi a militare servigio presso il re di Lahore, fece parte di quella società diretta dal dotto ed intraprendente inglese Giacomo Prinsep. Prima di parlare però di tali scoperte è indispensabile il rammentare alcuni dati storici sul dominio del grande Alessandro nelle regioni asiatiche.

scritto misterioso qualche oracolo archeologico! Il Palin scrisse in proposito una memoria, che io conservo, tanto trascendentalmente erudita, che poneva a contribuzione lo stesso Iao de'cinesi, ed altre nazioni indo-persiane per ottenere un senso all' iscrizione. Per infortunio però dell'illustratore, coloro, che avevano visto l' originale, si persuasero che le lineole non erano scritte, ma accidentali screpolature della vernice nera sovrapposta alla gialla, come può ben rilevarsi dal fac simile della pittura di quella tazza pubblicata in litografia dal Mandolini in Roma.

Dopo la morte di Dario, Alessandro l'anno 330 prima di G. Cristo tornò verso il mar Caspio, e stabilì colonie nell' Ircania e nella Media che formarono il nucleo del regno de'parti fondato 80 anni dopo da Arsace. L'anno stesso entrò nell'Aria (regione di cui l'Herat è la capitale attuale), pose guarnigione in Susia, città che credesi corrispondere all' odierna Subzar al sud di Herat. Marciando quindi verso la valle di Cabul, passò l'inverno in *Alexandria-ad-caucasum*, che si crede trovare nella pianura di Beghram vicino a Sciarikar a 30 o 40 miglia da Cabul, ove è stata scoperta una gran quantità di medaglie de' re greco-battriani, e de'loro successori sciti : circostanza che sembra indicare questa località come la capitale della regione bagnata dal fiume Cabul.

Nel 329 Alessandro passò l'Imao (Hindu-Koh), prese Dipsaco (Iudrab), giunse all'Oxus, stabilì colonie fra questo fiume e le montagne: indi passando per Samarcanda sul Sir o Iaxartes, che traversò, vinse sopra gli sciti una gran battaglia avanti a Koiung. Avendo colonizzato le sponde di questo fiume, passò l'inverno in Ariaspe, che credesi l'attuale città di Hararasp.

L'anno 328 fu consacrato a soggiogare tutto il paese fra l'Oxus ed il Iaxartes, ed a stabilire guarnigioni nella Sogdiana. Nel seguente anno Alessandro passò di nuovo l'Hindu-Koh, marciò lungo il Cabul fino all' Indo, disfece Poro e s' impadronì di tutto il Puniab. Nel 326 discese l' Indo sovra una flotta, e ridusse la popolazione sulle di lui sponde. Ricondusse la sua armata per la Gedrosia (Belluccistan) in Caramania (Persia meridionale), ed arrivò

in Susa al cadere del 325. Così fu stabilito l'impero greco in Asia dal Mediterraneo all'Indo, e dal Caspio e lo Iaxartes fino al mare delle Indie. Le colonie e le guarnigioni assicuravano ovunque l'influenza e la preponderanza del governo greco: e lingue, istituzioni, religione tutto fu riorganizzato sul sistema greco.

Alessandro morì di febre due anni dopo il suo ritorno a Susa. É cosa sorprendente l'osservare, che un impero di dieci anni appena, lasciato senza successore, e smembrato immediatamente dopo la morte del suo fondatore, abbia impresso in queste regioni orientali tracce tanto profonde, che occorsero più di cinque secoli per obliterarle interamente.

Alla morte d'Alessandro i capi dei governi resi indipendenti si attaccarono gli uni cogli altri. Nel 322 av. Cr. Eumene governatore di Cappadocia vinse ed uccise in battaglia Cratero. Eumene fu vinto quindi, e fatto prigioniero da Antigono, che prese il nome di re. A questi si opposero Seleuco governatore di Babilonia, e Tolomeo capo d'Egitto: e si impadronirono dell'Ircania, della Battriana e di tutto il paese fino all'Indo. Intanto Sundra Gupta (Sandracotto) nel 303 cacciò i greci dal Puniab, e si rese indipendente. Seleuco però regnò su tutta l'Asia occidentale fino all' Indo, e lasciò l' impero ai suoi successori. Sotto Antioco Teo, di lui nipote, la Battriana si dichiarò indipendente col suo re Teodoto nel 256 A. C., e la Partia fece lo stesso sei anni dopo sotto Arsace, che riunì a questo paese l'Ircania, e fondò un regno che si estendeva dall' Herat al mar caspio. Arsace, d'origine ignota, impiegò la lin-

gua greca sola nelle monete ed atti pubblici. Le monete arsacidi-partiche hanno una testa dall'una parte senza iscrizione, dall' altra una figura sedente in mezzo ad un' iscrizione greca formante un quadrato. L'iscrizione contiene il nome del sovrano col titolo di *re de're*, e qualche epiteto, come giusto, vincitore, filelleno ec. Alcune di tali monete trovate nel Afganistan sono iscritte in due lingue, e sembra essere state battute da governatori indipendenti. Nel palazzo della compagnia delle Indie è una gran collezione di tali monete arsacidi, la quale comprende 27 re per il tratto di 489 anni, cioè 254 A. C. e 235 dopo.

In quanto alle medaglie trovate nel Cabul, delle quali quasi tutte presentano nomi di sovrani fin quì incogniti, il prof. Lassen ne ha fatto diverse categorie. Le une di bella impressione offrono teste greche da un lato, ed un emblema mitologico con un' iscrizione greca nell' esergo; e queste appartengono ai re più antichi. I re successivi, oltre le monete puramente greche, hanno battuto monete con iscrizioni in due lingue, delle quali una, cioè l'ariena, non sempre può intendersi. Fra le prime un piccolo numero ha lasciato tracce nella storia. Così Teodoto I si dichiarò indipendente nella Battriana verso l'anno 256 A. C., secondo Strabone. Eutidemo fece alleanza con Antioco il grande, che diè sua figlia in moglie al di lui figlio Demetrio. Sono stati trovati editti di Antioco scolpiti sulle rupi e sulle colonne in molti luoghi delle Indie, e specialmente a Girnar. Le medaglie di Eucratide, riportato da Giustino come contemporaneo di Mitridate I re de' parti, sono nu-

merosissime, e di tipi ed iscrizioni diverse. Alcune sono greche, ora col titolo di re, ora con quello di gran re: altre hanno, oltre l'iscrizione greca, anche una leggenda ariena. Eucratide sembra essere stato il primo sovrano greco che abbia introdotto nelle monete l'idioma indigeno: e dalle località, nelle quali sono state trovate le sue monete, sembra aver regnato nella Battriana, nel Cabul, nell'Afganistan, nel Puniab, dal regno dei parti fino all'Indo. Il sig. Lassen suppone, che al tempo stesso regnasse nel Cabulistan Agatocle, di cui si trovano pur anco medaglie bilingui, ma col sanscritto in vece dell' arieno unito al greco. Deve esser ad esso succeduto un Pantaleone, di cui le medaglie hanno gli stessi caratteri.

Una terza categoria di medaglie male impresse hanno nomi barbari con iscrizioni greche. Si attribuiscono a dinastie scitiche, che invasero la Battriana prima dell'era cristiana.

Il più gran numero di medaglie appartiene alla quarta categoria. Sono bene impresse, presentano belle teste greche ed iscrizioni in greco ed in pracrit o sanscritto popolare, scritte semiticamente da dritta a sinistra. Per classificare tutte queste medaglie, il prof. Lassen suppone oltre alla Battriana l'esistenza di tre altri regni: cioè l' uno composto del Puniab, la valle delle Indie, il Cabul ed il Candahar nei tempi della sua prosperità: il secondo dell'Herat e del Sedjistan: ed il terzo della parte centrale dell' Afganistan. Questa divisione è assai probabile.

Sulla disposizione in serie de' nomi di principi in tal modo quasi risuscitati non vi sono che congetture. Così v'è una lunga lista di re aventi un epi-

teto comune *Soter* (salvatore) con lingua ariena e greca: e questa si crede spettare ad una stessa dinastia. Se ne contano nove: Menandro, Apollodoto, Diomede, Zoilo, Ippostrato, Stratone, Dionisio, Nicia ed Ermèo. Sei altri hanno l'epiteto di vittorioso: e sono Antimaco, Archelio, Antalcide, Licia, Filosseno ed Aminta. Tre, di cui uno femmina, non hanno nome marziale: Eliocle, Telefo, Agatocleia. Di tutti questi re soltanto Menandro ed Apollodoto sono nominati dai classici come regnanti nella Battriana, nell' Aria o nel Puniab due secoli prima dell'era cristiana. I tipi, gli emblemi e l'impressione delle monete sono affatto greci. I caratteri arieni, su i quali i dotti hanno molto esitato, sono stati riconosciuti appartenere al sanscritto. La natura degli emblemi indica spesso il luogo ove sono state battute le monete; così l'elefante annuncia il dominio dell'Indie, come il bufalo. L' asino selvaggio ed il camelo a due gobbe la Battriana.

I re sciti, successori de'greci, sembra che adottassero la loro forma di monete, iscrizioni e lingua, ma co' propri nomi, titoli ed emblemi. Quelle di Maue sono rare e talvolta sono simili a quelle dello scita Azes, che pare essere stato il più gran re di sua stirpe. Le di lui monete numerosissime portano la leggenda: Azes gran re dei re. I tipi sono vari, ma non vi si trova alcun busto, ed invece un cavaliere armato, e che sta cacciando: e sul rovescio un animale, o una figura mascolina o femminina che non appartiene alla mitologia classica. Talvolta vi sono animali nelle due facce. Tutto annuncia una nuova dinastia o razza, e forse una nuova religione.

Wilson riguarda Azes come un indiano buddhista: e Lassen come uno scita saciano, che aveva condotto nel Cabulistan un' orda di tartari cacciati dagli unni: ed appoggia la sua congettura sulla fede di storici cinesi, e sopra un passo di Strabone. Questo avvenimento dovrebbe riportarsi a 150 anni a. C. Prinsep suppone, secondo la storia cronologica de' tartari di Abul-gazi-kan, che questo Azes è lo stesso che Oguskan che fece grandi conquiste nell'Asia centrale, le quali terminarono colla disfatta e colla morte di Iagma (Ermèo?) che regnava a Cabul e Cascemira. Azes pare che avesse per successore Azilise, di cui le monete portano i medesimi titoli ed iscrizioni bilingui.

A questa dinastia appartengono forse le monete di Vonone, che non possono riferirsi ad alcun re della razza degli arsacidi. Un'altra serie di monete scite porta il nome di Kodes, Yrkodes, e qualche altro illeggibile, sebbene scritta in greco. Non hanno iscrizione ariena, e sembrano appartenere alla Battriana o Sogdiana, ove questi principi vivevano da satrapi indipendenti, come avviene anche attualmente. Forse questi precedettero la conquista del Puniab e del Cabulistan fatta dall'eroe indiano Vicramaditia, che disfece gli sciti nell'anno 56 a. C. Non si sono trovate monete di questo conquistatore: ma le monete successive presentano divinità indiane in luogo di quelle della mitologia greca.

Dopo la morte di Vieramaditia pare che gli sciti di nuovo occupassero il Cabulistan, trovandosi medaglie di greco corrotto ed arieno con emblemi indiani, come Siva, le quali portano i nomi di Ko-

soulo-Kadphises, Zathos-Kadphises e Vokemo-Kadphises. Tali monete si trovano tanto in rame, che in argento ed in oro. Questa dinastia de'primi anni dell'era nostra era verosimilmente contemporanea ai greco-parti Undoferres, Gondeferres, Abagaso ed Abalgasio, de'quali pure esistono monete di greco corrotto ed arieno.

La dinastia de'Kanerchi, che susseguì, ebbe monete con caratteri greci di pessima forma, e con busti e figure vestite in abito tartaro o indiano: e sul rovescio una rappresentanza mitriaca del sole e della luna co'nomi mistici in greco. Dopo questa dinastia i caratteri greci han dato luogo ai sanscritti sotto principi di razza indiana.

Il sig. Prinsep termina il suo compendio delle monete greche scoperte nell'Asia centrale con alcune osservazioni sulla lingua ariena, che sebbene non cognita che in piccola parte, sembra aver molta analogia col sanscritto, col mezzo del quale si spera spiegare le iscrizioni su i vasi, pietre, e colonne, e tombe antiche del Puniab e Cabulistan, e specialmente quelle trovate nelle tombe di Manikale presso Lahore fatte scavare dai generali Ventura e Court.

Il villaggio di Manikale sembra posto sopra le ruine di un'antica ed importante città. I due predetti generali italiano e francese fecero scavare un gran tumulo o sepolcro della più alta antichità, e quindici piccoli. Uno di questi ultimi in particolare ha fornito ricchi materiali, e specialmente molte medaglie di Kadfisi e Kanerchi, ed un'urna d'argento racchiusa in altro vaso di rame e contenente una pasta ancor umida. Nell'urna d'argento un vasetto

d'oro immerso nella pasta conteneva alcuni anelli ed alcune medaglie, fra le quali ve n'erano anche romane. Le urne e molte pietre interne erano coperte di caratteri arieni. Il gran tumulo conteneva medaglie di dinastie tanto greche che sassanidi, ambra, anelli, pezzi d'oro, ed una pasta animale, racchiusi in vasi d'oro contenuti in cassette di rame. Tre di tali cassette furono scoperte l'una sotto l'altra a diverse profondità, accompagnate da iscrizioni ariene o pehlavi (perso antico). La cassetta più bassa (64 piedi sotterra) conteneva monete greche. Il sig. Masson ha scavato sepolcri vicino a Gellalabad e nel Cabulistan, e vi ha trovato urne e caratteri arieni.

Sebbene tali tombe contengano, secondo l' uso greco, alcune monete, pure non vi si è trovata alcuna iscrizione in lingua greca, nè traccia di elleniche costumanze. Sembrano di origine scitica, ed analoghe ai monticelli funerari che trovansi ovunque è penetrato il popolo scita.

Tutte queste notizie accumulate già dal signor Giacomo Prinsep, segretario della società asiatica di Calcutta unitamente al fac-simile di molte iscrizioni e monete, nonchè dei saggi da esso fatti per interpretarle e formare gli alfabeti relativi, non hanno recato alla scienza archeologica tutti quei vantaggi che se ne attendevano: perchè l'inclemenza del clima rapì a mezzo de' suoi studi l' esimio autore. Il di lui fratello però si diè cura di pubblicare in Londra i materiali, de'quali abbiamo dato il sunto. Ma frattanto le ricerche e gli studi si proseguono: ed in oriente il tenente del genio Cunningam prepara un'opera sulle antichità in proposito, mentre in Eu-

ropa i professori Wilson e Lassen vanno illustrando i resultati di tali investigazioni, e studiando di interpretare le iscrizioni e riunire qualche brano di storia antica dell'Asia centrale.

S. CAMILLI.

Biografie diverse.

I.

PIETRO BAGNOLI.

A monsignor Carlo E. Muzzarelli. – Roma.

Prima di rispondere alla pregiatissima sua del decorso ottobre ho dovuto venire dalla mia patria, ove mi ritrovava a terminare le vacanze, a Pisa per la riapertura degli studi, per rivedere alcuni appunti che qua aveva lasciati, i quali riguardano la vita mia per quel tempo che la passai in servigio de' miei II. e RR. sovrani, e per i quali, essendomi state domandate ugualmente che da lei, alcune notizie di me, per servire alla compilazione del dizionario dei viventi, che si fa, credo io, a Parigi, credei dovermi premunire della permissione del mio augustissimo signore e padrone, prima di darle, come feci. Si aggiunse, qua venuto, l'occupazione giornaliera e quasi continua degli esami di ammissione, nei quali pur tuttavia mi trovo, dirò, ingolfato. Ed anco pensai, che non vi fosse necessità di molta fretta per le notizie che ella per sua sola bontà, non per mio merito alcuno, ha voluto domandarmi, che

forse anco potrebbero essere meglio corredate di cose che mi restano da dar fuori: per le quali altresì dirò, che come *solatia senectutis* riguardandole, pensava d' impiegare quegli anni di vita, che a Dio piacerà di concedermi, cominciando probabilmente da quest'anno. Tutto questo basti per scusa del ritardo della risposta.

Ora di me le dirò, che sono verso i 60 anni. Nacqui in Samminiato di Antonio Bagnoli e di Anna Castelli, di condizione onesti, di stato mediocri. Feci i primi studi nel seminario vescovile della mia patria, preso avendo da giovinetto l'abito ecclesiastico: e pure da giovinetto fui scelto per segretario dal mio vescovo quel tempo monsig. Brunone Fazzi. Passai poi a questa università agli studi dell'una e dell'altra legge, non già per esser legale, essendomi ordinato prete, ma perchè il posto di grazia del mio paese, che ottenni, esigeva il conseguimento della laurea dottorale Quello studio scelsi per compiere il dovere: nel resto mi dedicai tutto alle lettere ed allo studio del greco. Fui dottorato nel 1795. Appena dottorato, e richiesto dal march. Federigo Manfredini allora maggiordomo magg. di S. A. R. il gran duca Ferdinando III di gloriosa memoria, mi trattenni con esso più in qualità di persona di sua compagnia che di segretario: finchè nell' occupazione della Toscana, e nella partenza del mio R. sovrano, da lui invitato, lo seguii e nel viaggio e nella dimora in Vienna, dipoi in Salisburgo: e nell'invasione anco di quel suo stato, in Ungheria: fintantochè in Würzburgo dopo pochi mesi mi permise per sua R. clemenza di ritornare in Toscana, con suo decreto ritenendomi nella dipendenza, e di-

spensandomi dall' attual servizio. Questo mio servizio era di precettore dei RR. arciduchi, trai quali, nella sua fanciullezza, di questo mio al presente I. e R. padrone felicemente regnante, e di esecutore di qualunque altro suo ordine di cose letterarie, in specie di poesie per musica, essendo già a stampa alcuni drammi (i più sacri) ed altri inediti. Nella dimora in Vienna fui anco scelto per fare esercizio di latino con S. A. R. il principe Leopoldo di Napoli, per un'ora di ciascun giorno: e ciò fu, mi pare, per un anno. Nel mio primo ritorno in Toscana ebbi dalla regina reggente il decreto di professore di storia e letteratura nell'università di Pisa: ma non esercitai per la mia dipendenza dal R. gran duca mio padrone. Durò circa un anno la mia dimora in Toscana, e ritornai in Germania, dove da Vienna aveva incombenza dall' imperatrice Maria Teresa di alcuni drammi che io feci, e che sono colà rimasti inediti, e mi trattenni dopo la morte di quell'imperatrice in Vienna fino al 1811, quando ritornai stabilmente in Toscana. In quel tempo, coll'assenso del mio R. padrone, presedeva all' educazione letteraria dei figli del sig. principe don Tommaso Corsini, e mi occupava delle mie povere composizioni, già d'avanti cominciate, di poesia. In quel tempo medesimo fui per titolo di onore eletto can. della mia cattedrale di Samminiato. Piacque poi alla divina provvidenza di richiamare il nostro augusto amatissimo padrone in Toscana; ed allora, vacata la cattedra di lettere latine e greche in questa università, fui io fatto professore nel 1816, dove finora mi ritrovo, e fui dopo anco eletto accademico della crusca, saranno già, mi

pare, sette anni. Questo, dirò, è il breve sommario della mia vita, lasciando molte particolarità, per esempio e di scuole dal I. e R. granduca Ferdinando III ottenute e stabilite in mia patria, e dell' accademia di scienze e lettere riformata, e di altre ec. Fui anco onorato di commissioni poetiche, da quando era gran principe di Toscana, da questo I. e R. granduca. Delle mie povere cose, che sono pubblicate, nulla dirò. Quel mio poema forse una volta sarà meglio conosciuto. Vi sono le poesie varie, e le prose sulla lingua italiana, ed altre cose nel giornale pisano. Le latine, in specie le orazioni inaugurali, che sono state ogni anno, dirò, compatite, saranno, se Dio mi dà vita, ancora una volta fatte pubbliche. Ed avrei idea di cominciare dentro quest'anno dalle cose giovanili: giacchè, mi permetta che dica e finisco, che una disposizione naturale mi faceva fare i versi fino dall'età infantile di 6 anni.

Credo, che questo potrà bastarle: poichè ella ha la generosa bontà di volermi onorare co' suoi scritti, dai quali ripeterò, quello che per me e per le cose mie non avrei potuto conseguire, quel nome cioè al quale aspirano per natura in special modo coloro che si danno all'esercizio delle lettere, e del quale le anticipo la mia riconoscenza unita all' alta stima e distinta, colla quale mi segno,

Di lei sig. e padrone venerat.

Pisa 23 novembre 1829

Devmo: Affmo: servitore

Pietro Bagnoli.

N. B. Il celebre letterato, nato nel 1764, passò agli eterni riposi il 22 di ottobre 1847.

II.
ANTONIO LOMBARDI

A monsignor C. E. Muzzarelli.

Ella mi onora troppo collocandomi fra gli illustri viventi, ben consapevole a me stesso di quanto tenue portata io sia; ciò nulla meno, per obbedirla, eccole in pochi tratti le desiderate notizie.

Modena mi è patria: dove nacqui da onesti genitori il dì 22 settembre dell'anno 1768. Entrai nella estense biblioteca nell' anno 1790, vivendo allora il chiarissimo cav. Girolamo Tiraboschi, da cui fui nominato esecutore testamentario: e presto pur troppo eseguir dovetti le tristi relative incombenze, poichè egli morì nel 1794! Allora io divenni bibliotecario in solido coll'egregio sig. ab. don Carlo Ciocchi, che aveva già sotto Zaccaria faticato all'impianto della sunnominata biblioteca, e col ch. padre Pompilio Pozzetti che poi passò nel 1807 bibliotecario a Bologna. Io sono sempre restato in biblioteca, ed il graziosissimo mio sovrano Francesco IV, allorquando ricuperò il trono de' suoi avi, si degnò di nominarmi nel 1814 primo bibliotecario: carica che copro tuttora Fin dal 1801 divenni il segretario amministratore della società italiana delle scienze; e quando la sede di questa, dopo di essere restata in Modena dal 1797 al 1807, interpellatane però, fu restituita a Verona, io cessai da tale incombenza, ripresa poi nel 1815, allorquando la sede suddetta si restituì a Modena. All'epoca poi della morte del segre-

tario di essa società P Sante Fattori, avvenuta nel 1819, io fui eletto segretario, come lo sono attualmente, sotto la presidenza del ch. matematico sua eccellenza il sig. march. Luigi Rangoni ministro di S. A. R. il duca di Modena. Alcuni anni prima del 1819 io era già stato scelto a socio attuale. Le poche cose da me stampate consistono nelle seguenti:

Elogio del cav. Tiraboschi pubblicato nel 1796 a Modena.

Tre memorie, una sulle aste per le livellazioni, un'altra sui ripari dei fiumi, e l'ultima, in cui prendo a confutare gli stravaganti principii idraulici del francese Bernard, sono inserite nei tomi della società stessa: dove pure trovansi gli elogi di Malacarne, Bonati e Fabbroni, soci defunti, da me composti e pubblicati. Finalmente l'opera intitolata: Storia della letteratura del secolo XVIII; di cui ho già pubblicati tre volumi: e il quarto ed ultimo uscirà, a Dio piacendo, fra pochi mesi.

La lunga mia permanenza nella biblioteca estense mi ha dato campo di arricchirla de'molti cataloghi ragionati: e questi sono quelli della matematica, della fisica, della giurisprudenza, dei codici latini in parte, e degli italiani per intero. Adesso mi occupo a compilare il catalogo delle edizioni del secolo XV, di cui è ricca per la sovrana munificenza la biblioteca R. di Modena.

Eccole, pregiatissimo signore, quanto dirle posso in breve della mia persona. Ella poi faccia quell'uso, che più crederà opportuno, di simili notizie: e mi onori de' suoi comandi, mentre passo a dichiararmi con profonda stima ec.

Antonio Lombardi.

Al medesimo.

Io me le professo molto tenuto per le annotazioni alla mia storia che ella ha avuto la gentilezza di spedirmi nell'ultima favorita sua lettera: ed io le disporrò al loro posto, quantunque per ora non possa aver luogo per parte mia una ristampa di questa mia opera, e ciò per il motivo che vado brevemente ad esporle, onde anche V. S. sia informata della buona fede che regna presentemente nel ceto librario. Io ebbi nello scorso luglio una pulita lettera da uno stampator veneziano, in cui mi esprimeva la sua intenzione di ristampar la mia storia della letteratura italiana del secolo XVIII, e mi chiedeva se avessi giunte e correzioni da somministrargli per questa nuova edizione. Io non mancai di rispondergli prontamente, che aveva già raccolto varie correzioni e giunte, e che io gliele avrei somministrate a patto che fossero messe appiedi della nuova edizione, con gli asterischi come praticò il cav. Tiraboschi, e che se ne tirassero copie a parte per quelli che possiedono la mia edizione di Modena. Soggiungevo poi, che siccome io ho poco più di trenta copie in 4 di detta storia invendute, così prima di somministrargli le dimandate giunte io desiderava che mi aiutasse nell'esitarle. Quale risposta crede V. S. che mi abbia dato costui? Mi ringrazia di queste mie offerte, ma non può accettare il partito: e contemporaneamente, o forse anche prima di scrivermi la prima lettera, aveva già pubblicato un manifesto in data di luglio; manifesto, che sarà forse giunto anche costì, in cui dice di ristampare la sud-

detta storia con giunte correzioni ecc. che gli somministrava un valente scrittore. Ecco come trattano oggi giorno i librai! Io gli ho risposto che faccia come più gli piace; ma che non avrà sicuramente le mie giunte e annotazioni; e si guardi dal toccare il testo nella sua nuova stampa; perchè allora mi saprò far render giustizia in faccia al pubblico. Eccole le ragioni, per cui io adesso non posso pensare a ristampare questo mio lavoro: ma se un dì lo facessi, non mancherei di far uso di molte delle sue correzioni. Io convengo nella massima parte delle medesime. Mi perdoni questa lunga chiacchierata e nuovamente ringraziandola mi protesto con tutta la stima ec.

Modena 22 settembre 1831.

Antonio Lombardi.

III.

Luigi Ciampolini.

—

Dal fu Giovanni Ciampolini, cancellier maggiore della corte criminale, e dalla signora Laura Banchi, nacque primogenito in Firenze il dott. cav. Luigi; e siccome il padre per ragion d' impiego non avea quivi ferma stanza, passò Luigi in Empoli gli anni dell'adolescenza con l'avo paterno, il quale fu sollecito di coltivare con buoni elementi lo svegliato ed attento ingegno del giovinetto. Resosi poi in Firenze, proseguì il così detto corso letterario presso i PP. delle scuole pie: e guadagnatosi per concorso un posto gratuito nel collegio Ferdinando di Pisa,

vi dette opera alacremente alle discipline filosofiche e legali. A queste però tenne dietro contro sua voglia e solo per compiacere al padre; ma appena riportatane la laurea dottorale, i digesti e le chiose ebbero eterno addio, perchè si sentiva rapito dal proprio ascendente verso i laureti del Parnaso ed i portici dell' accademia; benchè conoscesse che questo era campo che non poteva produrgli che qualche fiore: e l'altro, cui voltava le spalle, poteva dargli in pugno messe ubertosa di frutti, che tanto apprezza se non la più sana, certo la maggior parte degli uomini. Tutto dunque si dedicò alle lettere umane sotto la disciplina del P. Pagnini, che lo avviava con franchezza a penetrare e gustare le bellezze dei latini scrittori; ed il professor cav. Gio. Rosini, con efficace esempio, in ogni ramo della italiana eloquenza gli additava la via per giungere a nobil meta. La fortuna gli fu propizia a questa età col presentargli in Francesco Benedetti un degno condiscepolo ed emulo, quantunque più provetto negli studi: ed ebbe in venerazione di padre e maestro il Pignotti, che conosciuto l'ingegno e la buona indole del giovine, gli dimostrava parziale affezione, animandolo con severa critica nella bene intrapresa carriera. E di questa bontà, e di queste amorevoli cure, egli conservò gratissima ricordanza finchè gli bastò la vita.

Lasciata la pisana università, Luigi ritornava al paterno tetto colla mente rischiarata da nuovo lume e fornita di sani e retti insegnamenti, i quali coll'applicazione dovevano mostrare apertamente qual genio e qual animo si avesse. Egli s'imbattè in tempi,

in cui tutta Europa era agitata dallo spirito di cose nuove, ed una sola mano faceva tremar le corone sulla fronte dei monarchi: talchè gli sguardi dell'universale stavano intentamente rivolti al sole che spuntava, e tutti plaudevano all'ordine degli insoliti eventi che prognosticavano. Laonde cambiate le sorti pur della Toscana, fu chiamato il Ciampolini a coprire un delicato se non luminoso impiego, che però gli lasciava agio sufficiente di continuare i suoi studi prediletti, ponendosi con metodo a fare dei sugosi estratti di quegli autori che s'era resi assai familiari, e che gli furono sempre compagni alla buona e alla mala ventura. Di questo suo costante ed esemplare esercizio fanno fede le molte carte lasciate, nelle quali pure rinvengonsi le versioni eleganti e fedeli de'più belli squarci che negli scrittori greci, latini ed inglesi, lo avevano nel meditarli colpito. A questi anni devesi riferire l' edizione che insieme al professor Vincenzio Nannucci procurò delle rime d' Angiolo Poliziano, con aggiunta di alcune di esse rimaste fino allora inedite, corredandole di brevi ed opportunissime annotazioni. Ingenuo per carattere e di semplici e delicate maniere, la poesia pastorale a sè lo attrasse: e dettò molti componimenti di vario metro in questo stile, che se il più umile ti appare, ti riescirà all'opera il più laborioso, ove tu voglia che le selve sien degne delle culte e gentili persone. Tra queste poesie egli trascelse quelle che credè poter fare in pubblico miglior comparsa, e le consegnò alla stampa. Però l' età per tal genere di rime era passata; e l' autore, benchè lodato, non ne ritrasse incoraggiamento condegno alla fatica.

Caldo amatore di questa nostra Italia, ne visitò le città capitali; e Roma, che ben quattro volte lo ebbe ammiratore, così gli s'impresse nell'animo, che con vivo entusiasmo amava intrattenersi delle sue grandezze come di cosa veramente divina. Quivi strinse amicizia col Biondi, l'Amati, il Sestini ed il cav. Salvatore Betti, i quali l' ebbero carissimo ed in gran conto. Frattanto la Grecia avea innalzato il sacro vessillo, sotto il quale accorrevasi d'ogni banda per redimersi dalla servitù musulmana a libera vita, o seppellirsi nelle proprie ruine. Allora fu che il Ciampolini si rese a Corfù, ove si dedicò all' insegnamento della letteratura latina ed italiana in compagnia del professor Nannucci, che l'avea colà preceduto di alcuni anni; e quivi preferì dare lezioni a proprio talento ai molti giovani che ne lo richiedevano, piuttostochè accettare la cattedra che a Zante o a s. Maura dal governo gli venne esibita. Così ebbe ogni comodità di raccogliere notizie particolari e sicure sui casi della guerra che ardeva tra i turchi e varie province elleniche, e queste da testimoni di fatto o da sorgenti non dubbie gli erano somministrate; quindi fattone tesoro, rivolse il pensiero a tessere la storia del risorgimento della Grecia, ed esordì abbozzando il commentario della guerra de' Sulliotti. Il tristo clima, per altro, di Corfù sin dal suo giungervi gli si mostrò avverso alla salute: e vedendosi deperire gravemente, nella primavera del 1826 risolse dopo quattr' anni restituirsi in patria: ove poco dopo il suo ritorno pubblicò con plauso generale il commentario qui ricordato, che parve scritto, al dire di un valentissimo critico, con gra-

vità più romana che greca (1). Nel 1832 dette fuori, senza il suo nome, un romanzo storico: « La presa di Ravenna: » che fu letto con molta avidità; e poco dopo un' altra operetta che gli piacque chiamare « Viaggio di tre giorni. » In essa dipinge alcune scene della moderna società, spargendole d'attico sale da chiamar sulle labbra un riso urbano, temperato, non mai cinico.

Nel mentre che andava dettando dei brevi scritti, perchè la debole salute non gli concedeva darsi a gravi e lunghe meditazioni, si applicava del pari a limare e forbire i componimenti già conosciuti sì in prosa e sì in rima, e ne dava una più accurata edizione in due volumetti. A tali letterarie esercitazioni univa il Ciampolini a questi giorni una occupazione santa e filantropica per eccellenza: questa sì fu la colletta che, alle preghiere della commissione dell'università d' Atene, imprese, onde provvederla caritatevolmente di libri d' ogni specie, che servir potessero all' istruzione della greca gioventù. Di tutto cuore abbracciò il nobile ufficio: e facendo istanze a principi, a privati, ad amici e ad ogni generosa persona, raccolse più e più casse di utili opere antiche e moderne, che avviò colà d'onde a noi derivò per l'avanti la gentilezza, il sapere, ed i semi d'ogni arte ingenua e del viver civile. Talchè il governo ellenico, in ricompensa del di lui zelo per aver corrisposto all'invito oltre ogni speranza, lo decorò della croce aurea di cavaliere dell' ordine del Salvatore, e gli rese pubblicamente quelle grazie che seppe maggiori.

(1) Tommasèo, Studi critici, P. I, pag. 418.

Restava sempre al Ciampolini un antico voto da sciogliere, onde porre in chiara e sincera luce gli ultimi casi che dopo tante stragi, tanta tenace crudeltà, tanti tradimenti sofferti dalla musulmana tirannide, produssero all'Ellenia un governo umano, giusto e secondo il sacro dettame del diritto e della sana ragione, ed assicurarono il libero esercizio della religione e del culto di quelle contrade, che da ben oltre tre secoli la feroce ottomana ignoranza avea pervertito e contaminato. A questo scopo avea l'amico nostro mirato da vari anni, leggendo, considerando maturamente e tra loro raffrontando tutte le opere che sul doloroso e nobile argomento eran comparse dai primi moti fino al presente; e giovandosi delle giuste critiche che ad esse venivano opposte, e dei sicuri documenti che da sè stesso a puri fonti avea attinto, si pose alacremente all'ardua impresa di tessere in dieci libri la storia del risorgimento della Grecia. Questa sua estrema fatica, frutto di vari anni di coscienziose indagini e di lunghe meditazioni, sarebbe già da molto tempo di pubblica ragione, se l'esser egli rigidissimo anzi incontentabile censore di sè stesso, non n'avesse con severchia lentezza fatta procedere la stampa; forse anche si opponeva alla bramata speditezza la vacillante e mal ferma salute, che di giorno in giorno vieppiù declinando, dava gravissimi timori sulla sua vita. Nè questi sventuratamente riuscirono vani: poichè fatta indomabile la tise che l'avea insidiosamente assalito, la mattina del 30 aprile del corrente anno, con rara ed invidiabil tranquillità, confortato dai soccorsi della religione, rendeva l'anima all'amplesso amoroso del Creatore.

La fortuna, che non si mostrò mai seconda al buon Ciampolini nel fior degli anni e delle speranze, se gli manifestò avversa anche sul finire dell'età, negandogli la soddisfazione di veder pubblicata per intero la sua storia (1), e moriva ignorando con quali cortesi parole S. M. il re Ottone concedeva che questo estremo lavoro gli venisse intitolato (2).

Varie accademie e società letterarie d'Italia lo inscrissero nei loro ruoli, ed in quella della crusca dette esempio di zelo ed operosità al maggior uopo lasciandovi bella ricordanza del sapere e del suo fino gusto in fatto di lingua. Contò amici ed estimatori quanti lo conobbero e seppero apprezzarlo; nè può fra questi tacersi Labindo, Foscolo, Lampredi, Giordani e Leopardi, coi quali in modo speciale godeva rammentarsi avere avuto la più cara domestichezza.

Da tre anni egli avea condotta in moglie la signora Margherita Casini, già vedova del capitano Alessandro degli Alsssandri, che ebbe carissima; ed amò come vero padre la di lei figlia Marianna, che seguiva la madre sotto il tetto del secondo marito. Le ultime disposizioni testamentarie del nostro Luigi palesarono qual cuore ei s'avesse, e quanto gli fosse cara

(1) Dopo averne affidato il manoscritto completo al di lui amico Giuseppe Aiazzi per condurne la stampa, egli non giunse a rivederne le prove che a tutto il terzo libro. Ora l'opera, composta di 2 vol. in 8, è in vendita alla libreria di Guglielmo Piatti al prezzo di L. 30, ossia franchi 16. 80.

(2) Nel di 12|24 maggio del corrente anno, il sig. dott. Filippo di Giovanne, professore all'università di Atene e direttore della biblioteca particolare di S. M. il re di Grecia, partecipava con lettera al cav. Ciampolini, a nome del re, la permissione di dedicargli la storia del risorgimento della Grecia qui allegata.

la memoria dei parenti e degli amici suoi, quali volle gratificarsi. Nel chiostro dei PP. domenicani di san Marco un modesto titolo accenna che quivi la pietà della moglie componeva le ossa del lacrimato Ciampolini. G. A.

IV.

GIOVANNI BATTARRA.

Vi ha degli uomini d'ingegno e di dottrina; ad estimare i quali basta il nome e il valore di chi li pose e accompagnò nella via del sapere. A conoscere l'abate *Giovanni Battarra* basta sapere, che fu suo maestro ed amico quel *Giovanni Bianchi* di Rimino, che nel passato secolo fu lume alle scienze naturali; e aggiunse alla patria nativa, aggiunse all'Italia, una schiera di generosi, che tennero vivo fra noi il sacro fuoco della sapienza: quel fuoco, che gli esterni nemici, i quali disertarono tante volte e tanto barbaramente queste belle contrade, mai non seppero toglierci, con tutta la prepotenza della tirannide.

Giovanni Antonio Battarra nacque in Rimini a' 9 giugno 1714 di Domenico e di Giovanna Francesca Fabbri: studiò e professò poscia filosofia, e fu ecclesiastico, botanico, e idraulico quando il clero, intendendo la sua missione sulla terra, tutto volgevasi con operosa carità a giovare i simili sì nella morale e sì nelle scienze e nelle arti. Egli aiutato più dal suo buon volere che dalla fortuna, spesso avversa ai migliori, trovò modo di occuparsi mai sempre negli utili studi, come fa chi conosce il

pregio del tempo, e sa bene usarne a bene proprio e della umanità.

Un suo viaggio in Toscana, fatto per amore delle scienze naturali, lo invogliò poi di darsi più specialmente ad illustrare una parte di botanica, che voleva occhi di lince e maturità di giudizio nell'osservare. Nei dintorni di Rimini crescono funghi (1) in copia: ed egli, confortato ben anche dal suo maestro, si mise a studiarli con tanta cura, che potè darne acconciamente la storia. Li presentò ordinati in classi, e nuove specie ancora ne fece conoscere con figure disposte in 40 tavole: le quali figure, disegnate da lui stesso con esattezza, fannosi perdonare la mediocrità dell'incisione. Egli si oppose ragionevolmente al pregiudizio allora quasi comune; provando ad evidenza, che non dal fracidume nascono i funghi, ma da semente. E siccome fra quelli da lui scoperti uno sopra gli altri si distingue per caratteri particolari; così non è maraviglia, se un gran botanico a' nostri giorni s' indusse a farne un nuovo genere sotto il nome di *Battarra* (2).

Il dotto ecclesiastico pubblicò ancora due opuscoli tra gli altri: *Litterae ad C. Toninium*, negli atti dell'accademia di Siena tom. IV; ed *Epistola selecta de re naturali observationes complectens, cum tabulis aeneis* (Rimini 1774 in 4).

Nè gli parve dovere esser contento di aver nome e merito distinto tra gli scienziati. Mirando a giovare

(1) *Fungorum agri ariminensis historia* (Faenza 1755 e 1759 in 4. con 200 figure.)

(2) Biografia Universale vol. IV, Venezia per Missiaglia, art. *Battarra* a pag. 454.

i più idioti diede per questo la *Pratica agraria* in dialoghi intelliggibili agli stessi più rozzi agricoltori (1): de' quali io pure feci un cenno in queste carte (2). E prima ne fu lodato da quel sano giudizio di Filippo Re (mio onorevole maestro) nella *Bibliografia georgica*. Sono degni di osservazione due dialoghi, i quali mostrano come ei valesse ancora nelle cose di geodesia e d'idraulica (e lo aveva fatto conoscere altresì in cose gravissime attinenti al porto di Rimini). Toccano precisamente de' *Ripari a rivi, torrenti e fiumi nelle loro corrosioni ai campi adiacenti*. Nè sono da tacere altri due dialoghi *Delle fraudi e maliziose costumanze de' contadini romagnuoli*. Rilevantissimo poi si è il dialogo *Della coltura delle patate*: coltura consigliata da tanto tempo, e non ricevuta ancora generalmente quanto si potrebbe, e dirò anzi sì dovrebbe.

Tante fatiche del Battarra a pubblico bene dovevano meritargli l'amore di tutti, e i premi degni al sapere ed alla conosciuta bontà; incontrò invece l'invidia cittadina (peccato antico), cui i più dotti sono esposti pur troppo!

Il giorno 8 novembre 1789 fu l'ultimo di sua vita, della quale buon conto diede il degno suo concittadino D. Michelangelo Rosa nella biografia con ritratto uscita con quelle d' illustri romagnuoli in Forlì, per cura del benemerito conte Antonio Hercolani: un cenno ancora ne diede la *Biografia universale antica e moderna*: nè la lode di lui, ope-

(1) 1. edizione *Roma* 1778: 2. *Cesena* 1782: 3. *Faenza* 1794, vol. 2. in 8. con figure.

(2) Giornale arcadico, ottobre 1832 a pag. 31 e segg.

roso cultore degli utili studi, per tempo o per invidia può scemare oggimai nelle bocche e nel cuore di tutti i savi. Tarda, ma degna ricompensa al merito riconosciuto!

PROF. DOMENICO VACCOLINI.

V.

FRANCESCO BERTELLI.

In Panzano, umile luogo della provincia di Bologna, nacque a'24 febbraio del 1794 *Francesco Bertelli* dagli onesti coniugi Antonio e Giustina Roncati: i quali accortisi ai primi lampi del buono ingegno del giovinetto, lo posero ad imparare un po d'italiano e di latino da un abate Medici napoletano; poi dall'egregio Camillo Minarelli bolognese ad apprendere gli elementi di aritmetica, algebra e geometria. Maravigliò il Minarelli, spertissimo institutore, alla prontezza di Francesco nell'entrare ai misteri delle scienze esatte: e di 13 anni lo mandò all'università a fare il corso di matematica in classe d'ingegnere architetto. Io gli fui compagno ed amico per quei tre anni di studio, nè lo abbandonai finchè egli ebbe colto il premio di sue fatiche, dico il grado accademico nel giugno del 1811 con somma lode e con menzione al governo tra i più distinti allievi delle scuole in quel tempo, in cui i giovani anelavano alla gloria degli studi con quell' ardore, onde altri anelavano agli allori di Marte capitanati da Napoleone. Le lunghe veglie, i brevi sonni, la continua applicazione meritarono a me pure lo

stesso onore del Bertelli. Da quel momento ci dividemmo con dolore: ma circostanze imperiose di famiglia richiamavano me a casa, dove esercitai l'animo istruendo nelle matematiche e nella fisica e nell'universa filosofia i giovani concittadini. Ma il Bertelli attese e più intensamente alle teoriche, e aggiunse per quattro anni la pratica; onde nel 1815 fu abilitato solennemente all' esercizio d' ingegnere civile. Prestò l' opera sua alle così dette assunterie degli scoli con tanta sollecitudine e intelligenza, che ha pochi esempi. Frattanto la sapienza di Pio VII col consiglio dell'egregio professore Giuseppe Venturoli (che nomino con devozione di discepolo) ebbe dato il nuovo regolamento delle acque. Così del 1817 il corpo degli ingegneri d'acque e strade instituito, il Bertelli vi fu nomìnato; fugli offerta anche la cattedra d' idrometria in Roma: e da ultimo impiego d'ingegnere in Ravenna. Ma egli modestamente ringraziava di tutto il governo, non sapendo risolversi di abbandonare Bologna: dove ordinate le congregazioni consorziali, egli fu eletto ingegnere di quella ragguardevolissima del canale delle botte, non che di quella del Desolo: cui prestò onorato servigio sino agli ultimi della vita. Così potè sempre congiungere la pratica alla teorica: ciò che è al tutto necessario a perfetto ingegnere. Così venne in fama di buon giudizio: talchè tutti volevano o l'opera od il consiglio di lui nelle cose gravi e difficili, e contenti ne ritornavano. Quindi non è maraviglia, se del 1826 la società agraria lo volle de' suoi membri ordinari: e del 1831 dal governo fu ascritto al collegio filosofico dell'università, del 34

fu fatto socio ordinario dell'accademia delle scienze dell'istituto, che ricorda i beneficii e le glorie dell'immortale Benedetto XIV: del 37 fu de'pensionari dell'accademia stessa. Egli a tutto soddisfaceva senza iattanza, e colla modestia vinceva l'invidia e sforzava all'ammirazione del suo merito: perchè mancato il prof. Lupi alla scuola d'introduzione al calcolo, e vacando quella di matematica applicata, egli il Bertelli fu chiamato dal governo spesso a supplire all'uno e all'altro insegnamento del 1834 e 35. E non andò guari, che la sacra congregazione degli studi lo nominò astronomo aggiunto alla specola con dargli il peso delle lezioni di astronomia propriamente detta, e di ottica nella università, e di attendere in parte anche alle effemeridi celesti. L'anno appresso fu acclamato socio d'onore dall'insigne accademia di belle arti: ed era gia consigliere del comune di Bologna, e membro della commissione incaricata del 1838 dell'ordinamento della scuola Aldini di fisico-chimica applicata alle arti.

Il tempo che gli rimaneva da tante e tante varie occupazioni lo impiegava il Bertelli a dettare memorie ed opere di grande pubblica utilità: tale si fu il *Saggio di una nuova teoria sull'equilibrio delle volte, applicabile generalmente alla pratica*: e la memoria *Sull'importanza di condurre a maggior perfezione le effemeridi celesti.* L' accademia benedettina degnò dell'onore della stampa que' giudiziosi lavori di una mente giudiziosissima, di cui l'accademia medesima ebbe altre riprove quando udiva leggere da lui la *Storia delle osservazioni astronomiche eseguite nella specola di Bologna dalla sua erezione fino al*

1835, e due memorie di *ottica*, ed altre ancora sopra argomenti fisico-matematici della più alta importanza. Ma questi erano piccoli voli, che preludevano al maggior volo: parlo degli *Elementi di meccanica celeste* degni di venire in ischiera cogli *Elementi di meccanica ed idraulica* di quel sommo maestro, professore Venturoli: il quale rallegrandosi dell'opera del Bertelli, come di quelle del Castelli l'immortale Galileo, giudicava che ai futuri progressi dell'astronomia fisica servirà l'incitamento e l'aiuto *che il Bertelli ne ha dato con tale opera, che sotto il modesto titolo di elementi abbraccia tutta l'estensione di una scienza, che ben a ragione è considerata come il massimo sforzo dell'umano intelletto, e la più alta prova delle sue forze.* Ed il Santini, astronomo di Padova, sentenziava l'opera stessa di sommo vantaggio agli studiosi della meccanica celeste, rallegrandosene coll'autore e coll'Italia: ed il Bianchi di Modena encomiava l'autore medesimo di aver dato un così bel testo d'istruzione, che ci mancava. E per tacere più altre testimonianze di senno italiano basti quest'una: ed è, che il professore Bertini, segretario per le scienze dell'accademia di Lucca, presentava il libro del Bertelli al congresso degli scienziati nell'ottobre del 1843, e ne scriveva a lui molte lodi a nome dei dotti ivi raccolti. Queste lodi si riferiscono al primo tomo degli *Elementi di meccanica celeste.* Quanto al secondo, egli ne aveva in punto la materia, che andava riordinando quando io lo vidi il 1 di dicembre 1843, e lo pressavo a darlo alla luce per maggior bene della gioventù e della scienza altresì: ed egli troppo buono mi ringraziava d'alcuni

suggerimenti datigli sino da principio intorno allo stile, che gli raccomandavo fosse chiaro, piano, facile, senza trasposizioni, senza artifizi; ma semplice e ingenuo, e foggiato al tutto su quel modello degli *Elementi di meccanica ed idraulica* del già commendato maestro prof. Venturoli. Io mi dividevo da lui dopo la solennità dei premi di belle arti: speravo rivederlo quest'anno alla medesima festa: lo invitavo anzi a venire egli prima da me nella beata Romagna: ed egli in fiore di salute e tutto cuore mi abbracciava, e non sapeva risolversi a lasciarmi andare. Chi avrebbe detto allora, che egli sarebbe volato ai premi desiderati, ed io sarei rimasto a piangere in questo esiglio!

Ma tronchisi ogni querela: e sia a me ed agli uomini d'Italia argomento di consolazione il ripensare, che non tutto morì il Bertelli, che vive nelle sue opere: tra le quali il *Progetto di scolo generale alla destra del fiume Reno*, che da chi può conoscersi di queste cose fu giudicato *frutto di estese diligenti e profonde indagini*, *il quale ridonda di scelta erudizione idraulica*, *ed è plausibile nella massima*, *accurato nei dettagli*, *e sicuro nei risultamenti.* Il quale progetto anteriore al 1826 rimane inedito, e meriterebbe l'onore della stampa: nulla essendovi di più giovevole alla presente condizione delle nostre acque quanto il porre in comune gli studi de' più sottili intelletti a cercar modo di provvedere alla incolumità delle nostre belle campagne, e delle città ancora più belle. Ma noi siamo contenti al mandare lamenti, e non moviamo un dito, non che una mano, per pubblicare opere idrauliche di tale e tanta uti-

lità. Fossero romanzi storici, fossero drammi sanguinolenti . . . . . oh allora, allora!

Tant'è, la lingua vuole sfogarsi; benché è voce quasi nel deserto. Si grida pur troppo ai sordi! Noi scenderemo nella tomba senza essere forse ascoltati; ma però senza il rimorso di avere taciuto, quando bisognava parlare! Agli uomini di lettere manchi pure il potere, non dee almeno mancare il volere: e come individui di questa grande umana famiglia devono contribuire, quant'e da loro, al bene di tutti: i quali poniamo siano ingrati, largheggiando solo ai mimi, ai cantanti, e alla ballerine, sono però nostri fratelli, e nemici ancora dobbiamo amarli, e tanto più quanto meno essi ci amano. Bellissimo consiglio, anzi precetto di quella eterna sapienza, in faccia alla quale si oscurano le sentenze e i dogmi di Pittagora e di Platone, e di quanti sono filosofi e saranno.

Tornando al Bertelli, egli fu della commissione pel nuovo estimo della provincia di Bologna, e fu operoso e ingegnoso quanto altri mai. Fu desiderato altresì consultore al censimento di Roma, invitato anzi da chi vi presedeva con tanto senno; ma la morte non invitata colse il Bertelli, quando era meno da aspettarsi. A cinquant'anni non compiuti dovette cedere alla forza di un male antico, di cui si dolse fino da giovane: vennegli impedito il respiro sì fattamente, che già confortato dai sussidi di religione mancò il 7 febbraio 1844 prima delle ore 9 della mattina; lasciando in lagrime la sua donna Teresa Pallotti stimabilissima per la nascita, e più per l'ingegno e pel cuore: che di quattro figliuoli lo avea fatto padre. Egli moriva consolandosi di vivere nei

maschi da lui educati a virtù ed a sapienza, uno de'quali in cose di belle arti si distingue. Desiderava compiere la loro educazione, come avea già fatto delle femmine: ma il cielo disponeva altrimenti, ed egli faceva sua volontà della volontà di chi tutto dispone al nostro meglio. Questa santa rassegnazione mi auguro io, che ho perduto in quest'anno infelicissimo prima un amico nel *Bertelli*: poi un fratello, *Antonio Vaccolini*, che mi ha lasciato in pianto da non rasciugarsi che nella eternità!

PROF. DOMENICO VACCOLINI.

VI.

GIANANDREA MAGRI.

Gianandrea Magri, professore di medicina teorico-pratica nella pontificia università di Ferrara, nacque il 1760 nel distretto di Ferrara, da onesti parenti, e di fortuna mediocre. Fu educato nel seminario arcivescovile di Ferrara; e vi compiè gli studi di belle lettere e di filosofia. Quindi intraprese il corso degli studi medici in quella università, e vi ottenne la laurea dottorale. Nel patrio spedale civico fece tre anni la pratica, regnando allora una epidemia, e vi aggiunse la pratica privata col dotto signor dottore Lorenzo Lenti, allora professore di patologia. Per consiglio del ch. chimico sig. dott. Petronio Ignazio Zecchini, suo precettore di clinica, con somma diligenza descrisse le storie delle malattie curate negli anni di pratica. Per volere del padre passò di poi alla illustre terra del Bondeno,

sostituto del sig. dott. Antonio Giacobelli medico condotto di rinomata celebrità, e con indefessa fatica curò la dominante epidemia con prospero successo. Per comando ancora del padre assunse la disastrosa carriera delle mediche condotte, e la durò interrottamente pel corso di venti anni.

Nel 1800 pubblicò una apologia della nuova dottrina di Brown col titolo di *Medicina senza impostura*, colla risposta alle gravi obiezioni del Vaccà Berlinghieri di Pisa.

Per la morte del padre dovè prestarsi alla divisione, voluta dai fratelli, del comune patrimonio, già molto scemato, e gravato di pesi eccessivi. Ricercato dalla comune di Migliaro, ripigliò ivi la condotta medica nel 1808, alla quale nel 1811 gli fu aggiunta quella di Massa-fiscaglia.

Nel 1816 dall'ora cardinale Bernetti, allora prolegato della città e provincia di Ferrara, fu chiamato alla cattedra di clinica nella ripristinata università. Lungo sarebbe il dire quanto in quella occasione ebbe a tollerare dalla invidia e dalla cabala de'suoi emoli. Ebbe il coraggio di disprezzarli.

Nel 1818 pubblicò il suo compendio dell' *arte* sfigmica, ossia pulsiologia, di cui esiste un estratto nel secondo fascicolo del repertorio medico chirurgico di Perugia. Quest' opuscolo latino fu censurato in lingua italiana. Dovette rispondere per comando superiore. Gli fu contra risposto ancora; ed egli sdegnò di altro replicare agl' indecenti modi, co' quali veniva attaccato.

Fu onorato costantemente della corrispondenza e della amicizia del celebre Tommasini, che ne'suoi

libri non una volta fece di lui onorata menzione. Uomo dotto, professore diligentissimo, altrettanto fu sfortunato durante tutto il corso della sua vita; bersaglio alle avversità, alla invidia, alle basse passioni de'suoi emuli; nuovo esempio da aggiungersi alla storia della infelicità de'letterati.

Le opere da lui pubblicate sono : 1. Apologia della dottrina di Brown, 1810 Ferrara per Bianchi e Neri: 2. Artis sphygmicae, sive pulsiologiae compendium, 1818 Ferrara Bresciani: 3. Sui caratteri fisici e morali degli uomini, 1824 Ferrara pel Pomatelli: 4. Sullo stato presente della medicina in Italia, discorso pubblicato dal ch. sig. prof. Tommasini, 1828, 1829 Bologna per Annesio Nobili. – Molte altre sono le opere inedite di lui, delle quali non facciamo menzione per la speranza che si possano un giorno pubblicare. Amò ancora la letteratura, e si hanno di lui non poche produzioni in verso e in prosa.

Questo egregio medico cessò di vivere in Ferrara per malattia epatoperitoniale il giorno 15 luglio dell'anno 1847.

VII.

AGOSTINO CAGNOLI.

Sciagura che tira lagrime dagli occhi sopra ogni altra a me pare codesta, che ne fa deplorare ogni dì la perdita dei buoni ingegni e dei valenti; i quali per forza di mente o di animo nati ad illustrare la patria, appena hanno dato fuori segno di lor valentezza, vengono meno, o non lasciano che una

bella memoria di sè, ed una fallita speranza a chi tante n'aveva concepite. Quanti sono mancati in pochi anni all'Italia! quanto ella ogni dì più impoverisce, e si vede deserta! Agostino Cagnoli, nato sul tramontar dell'anno 1810, manca sull'entrar dell'autunno del 1846, toccando appunto il trentesimo sesto anno della sua vita, e lasciando in pianto i parenti suoi Luigi e Lucia Orlandini, e la ben' amata moglie Matilde Paolucci de' Calboli, e gli amici, e Reggio sua terra natale, e tutti quelli che i buoni studi ed i cultori loro hanno a cuore. E perchè nel novero degli amici suoi io sono stato, e forse non ultimo (1), ho sì fattamente anch'io l'anima trafitta,

(1) A suggello del vero, e perchè sia manifesto quanto mi amò il buon Agostino, reco qui l'ultima lettera ch'egli mi scrisse di Guastalla, la quale non ha data, ma e dal contesto della lettera e dal marchio della posta è chiaro che è del 13 di settembre: un mese innanzi ch'egli si morisse!

« Mio caro,

» A te, che in tante occasioni mi hai significato un vero affetto, » spero non sarà discaro che io possa finalmente dare di me conso- » lanti notizie, dopo di aver battuto all' uscio di morte. Se tu però » mi vedessi, mi terresti ancora per pericolante, giacchè sono più » ombra che uomo vero: ma i medici veggono rimosso il germe della » distruzione, e mi accertano che col tempo tornerò sano e ad alle- » gri giorni. Ma quanto non ho sofferto! più non speravo *Di mirar* » *questa terra ornata e bella*, e credevo quindi per me sempre morti » la gioconda luce degli astri, e gli amici, e la musica del nostro dol- » cissimo idioma. Ora prendiamo speranze più serene, e ancora si at- » tenda il giorno del canto. Ma tutto il verno quanta cura dovrò » avermi, e come abbandonare ogni studio! A consolare il silenzio » e la malinconia della solinga mia cella, io spero che voi, buoni » amici, verrete a visitarmi qualche volta in iscritto, e mi manderete » notizie di voi, e scritture per occasioni particolari, mentre io vi

che non posso ricordarmi lui senza lagrime, nè ho parole che bastino ad esprimere il mio dolore. S'egli non altro fosse stato che una dolce amicizia, pure per quelle rare doti che gli ornarono la vita io dovrei sentirmene compunto: perchè nè anima più candida, nè più delicata io mi conobbi, nè mente meglio disposta a bene, nè cuor più caldo di que'santi affetti che onorano l'uomo, e che oggi o sono in pochi, o, se paiono in molti, sono falsati a gran parte, checchè altri possa vantare. Perchè oggi in sommo d'ogni bocca è la patria; ma pochissimi l'hanno in cuore, e tengono modo che lei onori: anzi, a intendimento di ritornarla all' antica grandezza, movono macchine e pensieri o mal misurati, o non sani, o non opportuni al tempo ed alla bisogna. Agostino amava, e di qual tenerezza non è a dire, la gloria italica, che val quanto la patria; ma ben vedeva quali argomenti erano da ciò, e, desiderando a lei splendore, non preparava ruine agli altri, non offese, non sangue. Sapeva l' Italia essere pur essa nella mente e nel cuore di Dio, nelle mani del quale solo stanno le sorti delle nazioni: e quindi la cura di lei raccomandava e fidavagli rassegnato, e contento operava egli per modo, che la tralignata ritornasse degna d'uno sguardo benigno del padre e re degli uomini. E anzichè rinfrescare passioni, e aggiunger

» benedirò d'un officio sì pietoso. Ti scrivo da Guastalla, ma sarò
» a Reggio il giorno 15. Tu a Reggio rispondimi, ed ama sempre il
» tuo tuissimo

« A. CAGNOLI.

Al ch. sig. professore
GIUSEPPE IGNAZIO MONTANARI
Osimo.

fuoco a fuoco, piangeva i danni della madre comune, e gridava agli uomini che tornassero la mente a'retti pensieri, e alla meschina togliessero la vergogna del vedersi madre di figliuoli tanto lontani da quelli ch' ella ebbe in antico. E il suo dolore e i suoi concetti metteva in versi così soavi, che io non mi so se il secol nostro altri ne abbia che i suoi possano fronteggiare. Chè la poesia sua è d'una vena sì dolce, sì soave, che ti empie l' anima in sulle prime, e ti scende al cuore con una delicata malinconia; la quale, senza darti lo strazio onde sono vaghi tormentare le menti que' che di delitti e di suplizi soltanto hanno diletto, ti muove a svariati e sempre cari affetti. Chi non ha letto e riletto i suoi *Versi alla luna*, e non ha in quella lettura sentito nell'anima una soavità che nei greci solo e non in altri ha radice? E le sue *Ricordanze reggiane* non sono elleno la più cara cosa del mondo? Le *Ballate di Guido Cavalcanti a Mandella di Tolosa* non ti mostrano esse un'anima dolcissima, soavissima, delicatamente poetica? Taccio i *Versi a Carolina Ungher*: *a Saverio Mercadante*: *Le rose*: *Lettere di Flavio Filostrato*: *Imelda Lambertazzi*; ma come tacere *Le colline reggiane*, nelle quali è tutta riunita la grazia del Petrarca, la mollezza del Metastasio, l'ingenuità e l'eleganza del Poliziano? *Dante alla pietra di Bismantua* non è forse componimento da onorarsene qual vuoi de' meglio poeti nostri, o antichi, o moderni? Quale robustezza di pensieri, altezza di sentimenti, forza di colori trovi tu altrove che qui non sia? Non ti par'egli sentire il ghibellino sovrano tonar in que' versi or di pietà, or di sdegno, ora di amore? E nelle *Traduzioni bibliche*,

spezialmente della *Cantica*, non vedesi egli la maestà e la sublimità ebraica vestita nella splendidezza d'una poesia, di cui pochi esempi ha l'Italia? E non dirò dell'altre sue lodate rime, perchè non è mio avviso qui registrarne il novero: e mi basta accennare coteste, acciò sia chiaro che noi abbiamo perduto un poeta, e l'abbiamo perduto in tal tempo che si pare la vena della buona poesia essere diseccata o per diseccare al tutto: la qual cosa è certo gran dolore a chi ama l'onore delle lettere e della nazione. Non ha molti anni che in giovine età mancò forse il primo de'lirici nostri, Giacomo Leopardi: oggi pure in verdissimi anni passa di questa vita il Cagnoli, il quale solo quella iattura faceva meno grave, o più comportabile. E metto qui appaiati questi due poeti, perchè io mi credo che da natura sortissero e pari ingegno e pari nobiltà d'animo e non disuguali condizioni di cuore: dallo studio, altezza e forza di stile non dissomigliante. Chè amendue sui classici greci latini e nostrali impararono a vestire lor pensieri, a condurre lor poesie; amendue ebbero la tristezza dell'animo, o vogliam dire malinconia, a lor musa; se non che nel Leopardi quella tristezza si fè sovente ira e rabbia per le durezze della vita, de'tempi e delle fortune: nel Cagnoli si fece dolcezza di pianto e pietà. Il primo, come l'Alighieri, fuor di patria, fuor di famiglia, senza nodo d'affetti, ai colpi della sventura rispondeva collo sdegno del forte; l'altro nella terra natale, in mezzo la famiglia, con a lato amore e la sua donna, sempre in lagrime di tristezza e di affanno. Ma la cagione che l' uno e l' altro moveva era una, uno il fondo dell' anima, uno il fine. Dirò an-

cora che una modificazione non lieve in essi veniva, onde poi si pareva varietà d'indole: ed era da ciò, che il primo non sapeva abbastanza levare a speranze la mente, l'altro alcun poco sembrava sperare; la qual differenza nasceva, perchè il primo più coi filosofi che con altri, il secondo coi teologi e cogli ascetici talor si quetava. E la filosofia, la quale, discompagnata dalla teologia, è poco conforto agli uomini, e, accompagnata, n'è ristoro, rendeva l'uno irato contro terra e cielo, l'altro chiedente mercè al cielo e alla terra. Anche è a dire, che il Leopardi inchinato ad amare, e non riamato perchè deforme alquanto della persona, gli spiriti stessi d'amore cangiava in fiamma d'ira: mentre il Cagnoli, che aveva pur egli anima da ciò, per la bellezza della persona e dei modi facilmente sentendosi riamato, raddolciva la stessa sua delicata tempera naturale. Ma per troncar le parole e i confronti, quand'anche nel paragone di questi due mirabili ingegni non cogliessi dritto al segno, certo è, che chi non voglia pur riconoscere in essi somiglianza, dovrà bene giudicare che amendue furono sommi, amendue furono glorie vere dell'Italia e della poesia. Anzi, se morte non avesse loro troncato le penne nel meglio del volo, mi penso che non solo avrebbero segnato di gloria il secol nostro: ma, sugli altri levandosi, avrebbero dato nome all'età, in cui son vivuti. Chè se pur vogliasi maggiore il Leopardi, nol negherò; purchè si conceda che la distanza fra essi non è maggiore di quella che corre negli anni di lor vita, e si convenga che amendue ebbero scopo civile nelle scritture loro, e furono buoni aiutatori della civiltà. La quale,

a dire schietto, io eredo che progredisca meglio per opera di tali scrittori, che, senza affibbiarsi la giornea e sentenziare continuamente , mirano a rendere migliore il cuore e rinvigorire le forze, che per altre maniere o di sbrigliate declamazioni, o di precetti orgogliosi, o di superba schifiltà del passato e non curanza del presente. Perocchè costoro, a quel che ne paia, vorrebbero del mondo fare un'accademia, ovvero repubblica d'ottimi, senza badare che necessariamente l' umano consorzio debbe comporsi di minimi, di piccoli, di mediocri, di sommi, non meno che di ottimi, di buoni, di men buoni e di tristi: o anche alcuno avviserebbe , che dal non bene si valicasse all'ottimo con un salto, senza conoscere che al salto sovente consegue il capitombolo, che ti caccia col capo più al basso del punto stesso onde hai spiccato. E pur troppo questo volere imitare i saltatori ha fatto spesso che si torni più indietro di prima, e che mille volte si tocchi l'acqua col labbro senza poterne pur un sorso gustare ad immagine del Tantalo della favola! A chi voglia procedere a buona via è duopo mettere l'un piè innanzi l'altro riposatamente , e fermarli bene : perchè passo mal sicuro è sempre con danno, o almeno con pericolo. E però io vorrei che gli scrittori oggi vedessero debito loro; e come il Leopardi , il Cagnoli e pochi altri, dello scrivere a formare il cuore studiassero, e a ridestare faville spente d'italiana nobiltà; e lasciassero al tutto le stranezze che travìano le menti dal retto giudicare , e le narrazioni di delitti che son seme pur di delitti, e cessassero di abbracciare le nubi e lor vanità che pare persona, anzichè il

vero; ritraendo agli uomini l'uomo qual è e debb'essere sempre di necessità, non quale l'immaginazione può figurare, o la passione; pessime consigliere a chi va dietro e cerca la verità. Le quali cose guardimi Iddio che io discorra o per difetto di amore al bene della patria, o per pochezza d' animo e viltà! Perchè se vedessi necessaria la mia vita, la darei, solo per crescer d'un apice lo stato della mia patria. Ma io dico, perchè ogni sforzo mi pare intempestivo quando la stagione non è ancor maturata, e quando, facendo noi stessi gitto di sangue e di vite, non verremmo a capo d'altro che di guastare, o far peggio a noi e a quelli che verranno dopo noi. I quali, se avranno senno, godranno forse di quanto noi vorremmo godere, e noi non dobbiamo loro usurpare, o per invidia, o per violenza. Il mondo va; e chi vuole che vada di passo più forte di quello che gli convenga, non fa che mettergli un intoppo, o fiaccarlo in modo, che, a guisa di cavallo che troppo all' uscir dalle mosse sforzò, più tardi del bisogno tocchi la meta. Gli scrittori denno per loro obbligo aiutare la civiltà; ma con consiglio da savi. E di questo oggi è più bisogno che mai: perchè, come ho detto, siamo scemati omai troppo di valenti e sani ingegni; stantechè la morte stessa pare congiurata a'nostri danni. Veramente fu grave danno perdere il Leopardi: grave pure fu perdere Francesco Cassi; ed è ora gravissimo essere privati di Agostino Cagnoli, che tanto bene ha scritto, tanto poteva scrivere e avrebbe, se la morte non avesse interrotto i suoi studi e le nostre speranze.

G. I. MONTANARI.

Dell'importanza dell'archeologia per rispetto allo studio della civiltà umana. Ragionamento dettato in occasione del VII congresso degli scienziati d' Italia.

Cum rerum ideae quibusque verbis appictae sint, ad philologiam in primis spectat tenere rerum historiam. Unde philologi de rebus publicis, gentium et populorum moribus, legibus, institutis, disciplinis, opificiis pro suo iure commentarios scribunt; *rem lapidariam, numariam* et chronologiam sedulo tractant, unde edunt testimonia antiquitatis graviora.

Vico, *De const. philolog. cap.* 1.

L'andamento delle scienze, le vicende di esse dal secolo XVI sino a tutto il secolo passato, rappresentano quell' ordine d' idee, quel gran tratto di via ch'era a percorrere per giunger al punto, in cui i particolari progressi di ciascuna scienza fatti ultimamente dessero modo d'avvertir l'idea d' un progresso universale, al quale possono convergere le scienze tutte. Invano ci richiama la storia al florido commercio di Fenicia e Cartagine, di Venezia, Genova, Pisa ed Amalfi; invano ci richiama al movimento delle scienze nella Grecia; il commercio e le scienze nell' età moderna muovono per un nuovo sentiero di prosperità ed avanzamento, ch'era follìa sperar per lo innanzi, quando l'umano ingegno ancor non aveva ritrovato que' tanti sussidi che dovevano preparare un'era novella al mondo civile.

Felice e insiem profondo estimatore dell'indole

di sì nobile ordinamento, qual è per certo il congresso degli scienziati (*), e per niuna parte straniero da quanto valesse a porlo in sodo ed effettuarne lo scopo, il presidente cav. F. M. Avellino nell'aprir la sezione di archeologia e geografia esortava i membri di lei a recare in uno i loro sforzi e dirizzarli all' incremento di esse. Facendo eco a questo, sorgeva tra loro chi notasse l'uopo di sempre più ravvivare in Italia gli studi delle lingue; e sorgeva pure chi a conforto di lei rammentasse i nomi de'più chiari coltivatori delle orientali, Peyron, Mezzofanti, Ungarelli (**), Goresio, Lanci, Castiglioni, Bianchi, Cappelletti, Balbi, Iannelli (***), Spinelli s. Giorgio, Lettieri etc. Ed essendo cosa da non dubitarne, che quando per tal modo si venisse ad una più ampia e generale intelligenza de' segni delle idee delle varie nazioni, gran frutto dovesse attendersi la scienza della civiltà, ove le cure de'dotti sempre più mirassero a diffinire ed ordinarne gli elementi con l' aiuto degli studi archeologici, presi animo di dettare su tal proposito un breve ragionamento. Allora sperai che valessero a dargli benevolo accesso all'illustre assemblea il buon volere soltanto e il desiderio, ch'è in me grandissimo, di veder le nostre investigazioni là pervenire dove il lavoro di più secoli ci ha schiuso il cammino, e dove il progresso delle idee ne fa confidare di poter pervenire.

Sgombrarono le tenebre del medio-evo, e gli uomini stanchi di errar fra le armi, poterono al fine ridursi ne'tranquilli recessi della pace, e dare opera alle arti preclare. Ma usciti appena da quell' età poetica, su cui tutte le nazioni corrono, la quale me-

glio delle forme delle cose si compiace, che delle cose istesse, il sapere fu più in loro sentimento del bello, che coscienza del vero. Primi rinacquero per conseguente gli studi delle lettere: e prima ed unica manifestazione del bello essi apparendo, fu ben naturale che le menti fresche tuttora di giovanezza si appigliassero a quelle immagini che più efficacemente questo bello manifestassero. Roma e Grecia a larga mano offrirono di questi modelli, di questi archetipi, che assisi in mezzo all' antica e moderna età vivo mantennero il fuoco sacro del sapere; e se ciò è vero, com'è, gl'idiomi che avean parlato Virgilio e Cesare, Omero e Senofonte, non dovean pure sembrar tali che valessero sopra ogni altro a significare il bello? Fu quindi grave studio del latino e del greco; e dettavasi generalmente il primo come linguaggio degli avi e dell'avita civiltà. Leggere gli antichi autori, poeti oratori e storici, tenere in serbo i loro più bei luoghi, rammentarli nelle concioni e nelle brigate, farne un tesoro nelle scritture, e talvolta anche il solo posseder la scienza di quelle lingue antiche, era ciò un saper di lettera. Ma la lezione degli scrittori rendendosi sempre più frequente, e più facile l'intendere le parole che usarono, il corso delle idee conducendo le cose a maggior gravità, si misero i dotti a riflettere sopra lo stato delle prische scritture: le emendarono, le illustrarono etc: sino a che, oltre procedendo, videro in esse rinchiuso il testimonio delle idee e de'costumi passati. Messo per tal guisa profonda radice nell'animo umano l'amore dell' antichità, gli eruditi trapassarono a studiarne i monumenti: ed a loro surse l'aurora di quel giorno

che mai non tramonta, che lume riceve dalla ragione eterna in se ed eterna nelle sue manifestazioni, giorno in cui non doveva la filosofia altrimenti conquistar la filologia, che per stringerla a se con tenaci legami.

L'antiquaria ha d'uopo di frequenti aiuti e d'un giudizio per valutar le cose; e però, secondo che l' umanità oltre procede, crescono questi aiuti ed il giudizio più e più si affina. E certamente se per poco volgessimo lo sguardo a'passati archeologi, vedremmo quanto erano scarsi gli aiuti che possedevano, in comparazione di quelli che ora si possono annoverare. Il giudizio di essi è assai da meno di quello de'nostri antiquari, i quali lo han fatto ricco di tutte le idee che il vario progresso delle discipline ha oggimai stabilito; progresso che da prima fu lento assai, e prima pure veruna ne avea fatto qualche disciplina: e qualche disciplina allora nè tampoco esisteva. L'idea medesima dell'archeologia era altra volta imperfetta, ed il suo momento poco inteso. Non si era giunto, non dico a comprendere, ma neppure a traguardare la possibilità d' una scienza della civiltà umana: essendochè la varietà apparente, con la quale succedono le cose di quaggiù, ne toglieva la percezione; e però già riconosciuto e dato il valore di scienza alle matematiche, alla morale, alla metafisica etc, le scoperte dell'archeologia atte a far conoscere le cose dell' umana civiltà non potevano essere giudicate meglio che non si giudicava la civiltà istessa. Chè se fra noi qualche archeologo è pure che non lo guardi da quel punto ch'è mestieri, è questa per altro una condizione assai naturale degli

studi umani; perocchè non tutti hanno la medesima squisitezza d'ingegno, tutti non sono abbastanza forti per sollevarsi al di sopra delle loro pregiudicate opinioni.

Là dove è scienza, ivi è progresso ed avanzamento; la scienza essendo manifestazione del pensiero, si volge secondo che il pensiero stesso si volge. L'archeologia non soltanto per questo rispetto ha tanto avanzato da quel che fu per lo innanzi, ma avanzerà più ancora da quel che è al presente: e la sua meta sarà quella della scienza, del pensiero umano. La erudizione poi, tal quale la concepivano un tempo i nostri buoni antenati, non avendo attenenza colla scienza, ma piuttosto con l'arte, che per cagioni diverse da quelle della scienza sorge, procede e si corrompe, indarno attende il ritorno del secol d' oro. E se l'oro fu per avventura simbolo dello splendore, onde tutta raggiò la fantasia di quegli uomini naturalmente poeti, il nostro secolo tolga pure il suo nome dal ferro, e simboleggi questo il cupo e grave andamento della ragione che colà trova l'orpello, ove altri credettero fosse l'oro.

Col risorgimento della civiltà, dopo la barbarie de' tempi di mezzo, essendo in gran parte rinato l'elemento romano, in cui erasi già concluso il greco, la sapienza romana e greca dovea innanzi ogni altra destar la mente dell' universale. Così gli eruditi alle lettere, gli storici agli avvenimenti, i politici alle instituzioni, i giureconsulti alle leggi, gli antiquari a' monumenti di Roma e Grecia dettero opera unicamente. Ma siccome l'elemento romano prestava luogo a nuovi pensieri, ad ordini novelli, e

perdeva a mano a mano la sua efficacia sopra le presenti condizioni del vivere sociale, e ritraevasi nel passato; l' intelletto facendosi a studiarlo in quello, trovava ch' esso non soltanto, ma altri elementi ancora vi rappresentavano un' idea. Pertanto fu naturalmente tratto allo studio di que' popoli, da' quali Roma e Grecia istessa ebbero per avventura parte della loro civiltà derivata, o di quelli in generale che constituiscono l' andamento del genere umano. Oggi il campo dell'archeologia è così ampio e svariato, quanto non fu mai per lo addietro. Dell' Asia lo mostrano i lavori di Langlès (1), Forbes (2), Malcolm (3), Rhode (4), Rask (5), Holty (6), Vullers (7), Bournouf (8), Bohlen (9), Erskine (10), Ritter (11), Kaempfer (12), Charlevoix (13), Sioebold (14), Klaproth (15), Schlegel (16), G. Humboldt (17), Balbi (18), Goresio (19), Bopp (20), Luzzato (21), Lanci (22), Bianchi (23), Cappelletti (24), la Società asiatica di Londra ec. Dell'Africa, i lavori di Belzoni (25), Combes e Tamisier (26), Gau (27), Fourier (28), Ruppel (29), Caillaud (30), Kosegarten e Peyron (31), Ungarelli (32), Ludolfi e Sapeto (33), Wellisted e Crattenden (34), Sacy o Macrisi (35), Jomard (36), Fresnel (37), Rask (38), Young (39), Sponh e Seyffart (40), Reuvens (41), Rosellini (42), Champollion (43), Letronne (44), Saulcy (45), Prisse (46), Jannelli (47), Wikinson (48), Stoward Vyse (49), Lepsius (50), Castiglioni (51), Spinelli S. Giorgio (52), Lanci (53), etc. Le ricerche sopra le antichità scandinave di Bioerner e di Sioeborg (54), di Nilsson (55), di Strinnholm (56), di Geiier (57); sull'Edda, di Goeransson (58), Afgelius (59), Finn Magnasen (60), Heiberf (61);

sulla mitologia del nord, di Grim e Ulhand (62); sopra le saghe, di Muller (63); intorno alla lingua islandese, di Rask (64) e di Bioerne Hordeson (65); intorno a'runi, di Liliegren, di Erling di Sigvalson, Enside Addon, di Bryniolsen (66); il museo della R. società degli antiquari del nord ed i suo'studi, ci richiamano ora alla origine de'popoli settentrionali ed alla parte che abbiano potuto avere nella civiltà umana. Le speculazioni intorno alle antichità americane di Rafn (67), di Glennie (68), di Prescott (69), di Ternaux Compans (70), di Knebel (71) e di Kingsbouroug (72), sul Messico; i lavori degli antiquari del nord sulle antichità dell'America (*), e gli scavi che tuttodì si fanno, spargono al presente nuovo lume intorno all'origine dell'americana civiltà e le comunicazioni che un tempo il nuovo mondo potè avere con l'antico continente. Due grandi fatti ultimamente occorsi, la scoperta di Ninive del Botta, e la guerra degl'inglesi con la Cina, aprono innanzi all'attonita umanità l'aspetto d'una città famosa, la cui origine risale a tempi remotissimi, dopo il lasso di tremil' anni, durante i quali fu sepolta sotto la sabbia: e danno speranza di veder in tutto dischiuse, dopo tanti secoli, le porte del celeste impero. I viaggi celebrati di Ulisse, Pitagora, Solone, Platone ed altri, che andarono in cerca di sapienza, si leggono nelle memorie; ma noi li veggiamo questi generosi valentuomini che maggiori di sè stessi lasciano le domestiche mura, e non dubitano, portati dall'amor della scienza, affrontare i climi più rei, i luoghi più alpestri, i più turbolenti mari (**). Nel momento ch'io scrivo quanti fra inglesi, francesi e tedeschi non vanno

per il mondo novelli crociati a conquistar altri dominii alla geografia, alle naturali discipline, all'archeologia ?

Alcuni troverai, e massime tra gli storici, a'quali piacendo venire a celebrità assai più presto e agevolmente che non è dato da natura, si slanciano con le ali della fantasia nelle astratte e tenebrose regioni del pensiero, sdegnando quasi ciò che di umano si trova fra gli uomini, e rifuggendo da quella luce che lunghi e riposati studi solo diffondono. Abborriscono dalle lente e penose ricerche de'fatti, mirando unicamente alla scienza delle idee, la quale non avendo d'ordinario bastevole riprova in quelli, più a sogno d'infermi che a scienza somiglia. Un legame naturale esiste fra l'antiquaria e la storia. Diverso è in certo modo l'uffizio dell'una da quello dell'altra, ma tendono amendue senza dubbio allo stesso fine; a schiuderci gli arcani del sapere de'nostri maggiori, a farci conoscere come e quanto abbia esso conferito al progresso umano. E se per avventura mossero talvolta in diverso cammino, avendo l'esperienza mostrato alcuni sommi ingegni essere valenti archeologi, ma storici mediocri : ed altri storici preclari, ma se non stranieri dalle cose di archeologia, poco esperti di esse per le meno : ciò è provenuto non dalla materia di entrambi questi studi , ma sibbene dall'idea imperfetta che gli uni e gli altri, gli archeologi e gli storici, aveano della materia che professavano. A scusar questa imperfezione, che si ravvisa per lo passato, ci viene in pronto quella nota causa che la filologia strinse assai tardi alleanza con la filosofia; il che certamente nacque dall'andamento

medesimo, secondo il quale procedono le nostre idee. Ma dal momento, in cui la mente umana trovò una *scienza nuova*, e innanzi a lei si aprì il maraviglioso sistema del mondo civile, su quel famoso principio, che se esso lo han fatto gli uomini, ne possono aver la scienza gli uomini: lo studio di tutti i fatti umani è da reputar tanto grave e sublime, quanto lo studio delle idee che sotto l' involucro de'fatti si nascondono (***).

Le cose della civiltà che un tempo ebbero atto al di fuori, e ad intender le quali sarebbe indarno il rintracciarne le cagioni nella nostra coscienza; questo passato, cui l'intelletto nel suo corso sempre più fugge e sempre più cerca di aggiugnere, qual lume non tuttora riceve dall'antiquaria? La mancanza d'un mezzo che avesse diffuso le opere degli scrittori e renduta la vita di esse più stabile e meno sottoposta alle cause di rovina; le nuove idee che indussero i popoli prima a non curanza, indi a dispregio del passato, il cui momento non erano abbastanza illuminati per valutare; le invasioni de'barbari, innanzi a'quali nulla ha valore e propria esistenza, tranne il presente; i fisici sconvolgimenti, le pestilenze e gl' incendi che arsero per caso o per malignità degli uomini; queste ed altre molte universali e particolari cagioni han fatto dell' antichità uno spettacolo di rovine lugubre, ma sempre grande, sempre maraviglioso. Pochi autori campati dal miserevole naufragio ci sono giunti: ma come diversi da quello che furono, atteso l'incuria e l'ignoranza de'tempi medesimi che ce li conservarono! Poche e disordinate pagine racchiudono del gran li-

bro del mondo, in cui ha scritto i suoi decreti la provvidenza; e quante pregiudicate opinioni contengono, che han poi avuto tanto impero sopra i moderni! Quanto dovrebbero pure contenere, e manca in esse! Lo smodato amor della patria, la mancanza di critica, la mania de'sistemi e le strane fantasie degli scrittori, hanno sparso di maggiori tenebre l'antichità, per sè stessa già molto oscura. Ma l'ardore di tutti i popoli presenti che sono innanzi nel disotterrare i monumenti antichi, le leggi a quest'uopo sancite, i musei fondati per raccoglierli, le accademie ordinate ad illustrarli, il lavoro di tanti dotti che spendono la loro vita nella ricerca e sposizione di essi, non è poi questo il trionfo della civiltà sulla barbarie, sul tempo, sull'ignoranza, sull'incuria e sulla malizia umana? Sarebbe assai lunga e malagevole impresa il voler per lo minuto raccontare le varie scoperte che in fatto di archeologia ebbero luogo a'dì nostri; e certamente che offrirono per lo avanti le antichità istesse romane (****) greche ed etrusche, per non dir le tedesce, le scandinave, le indiane, le egizie, le americane ec.? Indarno mi farei ad enumerare quanto abbiam conosciuto e quello che di giorno in giorno si spera poter conoscere con l'aiuto di tali scoperte. I soli monumenti letterati ci hanno appreso innumerevoli cose quanto alla cronologia e la geografia, che invano si cercherebbero negli autori. Qual campo non ha per essi guadagnato la storia! che non si è dimostrato falso! qua' dubbi non sono dileguati! quante cose incerte non si sono irrevocabilmente fermate! La teogonia pagana si è arricchita di divinità, di riti, di religioni

innanzi ignorate; la ragion de'governi rende ora tutt'altra sembianza; molte quistioni ne sono state diffinite; grandi errori insegnati dagli antichi, e passati ai moderni come articoli di fede, sono caduti. Con l'aiuto de'marmi si sono emendati innumerevoli luoghi degli scrittori, corrotti dalla bessagine de' copisti ovvero dalla burbanza de'falsi critici; i pubblici e privati costumi, le idee de'popoli e degli uomini particolari, così lontani da noi, così diverse dalle nostre, ora ci son divenute famigliari. Lo studio delle antichità ha ovviato a grandi sconci, a tutte quelle false idee sulla civiltà delle genti, che l' autorità di coloro che le tramandarono e quella del tempo avean coperto d'uno scudo impenetrabile. Tutti que'favolosi sistemi, tutte quelle strane fantasie che signoreggiarono le menti lunga pezza di tempo, e di cui non mancano esempli sino ne' più recenti scrittori, forse non rovinano in faccia a'monumenti, a queste parole reali che i nostri lontani progenitori parlarono? E sì, che siccome la scienza non basta a sè stessa per farci intendere il passato, in quanto può solo trovar le cagioni de'fatti, ma non crearli, così lo studio de' monumenti è tanto necessario, quanto è necessaria la scienza: è tanto indivisibile da essa, quanto la materia lo è dalla forma.

Le idee presenti dell'umanità sono talmente cresciute a petto di quelle delle altre generazioni, tante sono pure quelle che traguardiamo nell' avvenire, che le idee del passato, le idee storiche non possono avere un luogo conveniente nel nostro intelletto, se non ci soccorre un metodo atto a presentarle in una guisa, per cui torni facile all' intelletto

il comprenderle insieme. Per conoscere la civiltà umana è forza in primo luogo sceverare quegli elementi di essa, che sono testimoni delle idee de' popoli, dagli altri che sono testimoni delle idee degli scrittori. In secondo luogo quegli elementi che rappresentano idee, alle quali i popoli medesimi dettero un atto, una forma esteriore, cui diciamo monumenti, è forza altresì che sien distinti da quelli che rappresentano idee che la viva voce de' padri trasmise a'figli e conservò nelle nazioni. A separare i monumenti dalle tradizioni, quelli e queste da'giudizi degli scrittori, cioè da ciò che pensarono eglino intorno agli uni ed alle altre; a determinare l'indole, la natura e lo stato de'monumenti o delle tradizioni, ovvero delle opinioni degli scrittori, quale aiuto non porgono e quale non debbono porgere di più tutte quante sono le parti dell' archeologia? Questo medesimo aiuto riesce soprammodo utile nel fermare l'autenticità de'predetti elementi della civiltà, ed in corredare ciascuno di essi di tutte quelle prove, di che può far doviziosa copia l' archeologia. Di maniera che allogati tali elementi nell'età e luoghi diversi, a cui appartennero, dando essa una mano alla geografia, noi giungiamo per gradi a stabilire la certezza de' fatti, cioè delle idee come si sono mostrate al di fuori nel tempo e nello spazio; certezza che poi dà luogo a farci intendere il vero, che siccome è il naturale obbietto di tutte le scienze, lo è così parimente di quella *Scienza nuova*, a cui è congiunta e per sempre la gloria di tutta l' Italia. Questo sceverar i monumenti dalle tradizioni, ed entrambe da'giudizi degli scrittori: questo determinarne

l'indole, la natura, lo stato e l'autenticità: questo allogarli ne'rispettivi tempi e luoghi, usando a tal uopo di tutti i mezzi dell'archeologia, ci potrebbe far venire nella speranza di conoscere mediante prove indubitate il diverso andamento delle idee di ciascun popolo e poi di tutta l'umanità, dandoci modo a poter comparare le varie età d' un popolo particolare, e comparare eziandio le storie di tutti i popoli le une con le altre. Dopo quest' analisi adunque, che non è dato altrimenti ottenere che dagli indefessi e vastissimi studi dell' archeologia, solo è possibile che seguiti quella sintesi, di cui sentiamo il bisogno in un secolo di sociale avanzamento.

Le necessità presenti domandano che tutti i coltivatori dell' antiquaria indirizzino la loro opera a distinguere, determinare ed allogare gli elementi dell'umana civiltà; imperocchè il bisogno di possederne la scienza è universale; e però tutti quanti sono quelli che possono conferire a renderne agevole la notizia, debbono porvi ogni lor cura. Le cose dell'antichità richieggono, massime in questo momento, un apposito lavoro d'analisi, essendo pure le menti trasportate ora più che mai allo studio del medio-evo, la cui storia, così importante com'è, non si può affatto intendere e dichiarare, senz'aver prima un'esatta idea di quella famosa epoca dell'umanità rappresentata dalle antiche nazioni. Quindi è da desiderare che gli studi archeologici, che per questa via han dato grandissimi frutti, sieno ancora sempre più in Italia, d'onde mossero i loro primi passi e progressi, rivolti a siffatt'analisi; e sempre più ad essa pongano l' animo tutti coloro che vacano alla lezione degli

scrittori antichi, ed a'monumenti già esistenti, ovvero a quanto la solerzia e l'instancabile zelo de'moderni possa ricomperare dall'obblio. Ma perchè i miei voti giungano alle diverse accademie archeologiche, a'compilatori delle varie opere periodiche di archeologia, a quanti infine v'ha coltivatori di questa materia, sarà pure di bisogno ch'io qui rammenti i famosi nomi di tanti antiquari che non che l'Italia, ma l'Europa intera onorarono? dovrò forse ricordare i più celebri e meno da noi lontani, il Maffei, il Fabretti, il Muratori, il Passeri, il Mazzocchi, il Visconti etc? No: queste memorie della gloria nostra vivono nella coscienza degl'italiani. Felice quel suolo, in cui una rimembranza si desti di ciò che fu altra volta! Dove i padri furono generosi, ivi non sempre nasceranno imbelli i figli; e là dalle rovine sorga la vita più bella, più potente, e sia sempre dinanzi agli occhi il sagrifizio di quelli che mancarono, e il prezzo glorioso del sagrifizio, l'immortalità!

FEDERICO BURSOTTI.

NOTE

(*) Ved. in princip. *Dono dell'accademia pontaniana agli scienziati d'Italia del VII congresso. Notizia de'lavori dell'accademia pontaniana per gli anni* 1835 *e segg. sino al* 1844, del cav. F. M. Avellino segretario perpetuo.

(**) L'infausta nuova della morte di questo valentuomo pervenne a noi nel tempo istesso che tenevasi il congresso.

(***) Nel nostro ragionamento del *Debito d'onorare gl'ingegni che fiorirono in Napoli*, accennammo alle opere di questo insigne uomo, onde provare noi non aver perduto il campo della storia, ma tenerlo in gran parte. I lavori da lui condotti su' geroglifici, quelli sulla ierografia criptica delle genti antiche, non che sulla lingua etrusca ed osca, lasciano abbastanza scorgere il momento ch'egli avrebbe avuto nel congresso, dove tante volte il cupido sguardo d'ognuno lo ha cercato, ma invano.

(1) Monuments anciens et modernes de l'Inde.

(2) Oriental memoirs selected and abridged from a series of familiar letters written during seventeen years residence in India.

(3) The history of Persia from the most early period to the present time, containing an account of the religion, gouvernement, usages and character of that Kingdom.

(4) Die heilige sage und das gesamte, religions system der alten Boktrer, Meder, und Perser oder des Zendvolkes.

(5) Ueber das Alter und die Aechtheid der Zendsprache und Herstellung des Zend. Alphabets etc. Gramatica della lingua sanscrita. Tavola comparativa delle lingue madri dell'Europa e del sud-ovest dell'Asia.

(6) Dsiemschid, Feridun, Gustarp, Zoroaster etc.

(7) Fragmente uber die religion des Zoroaster.

(8) Commentaire sur le Yacna

(9) Das alte Indien, mit besonderer Rucksicht auf Aegypten etc.

(10) Account of the cave-temple of elephanta, with a plan and drawings of the principal figures etc.

(11) Laudeskunde von Indien etc.

(12) Storia del Giappone.

(13) Histoire du Iapon.

(14) Viaggio al Giappone.

(15) Asia polyglotta, ou classification des peuples de l'Asie d'après l'affinitè de leurs langues. Memoire relatifs à l'Asie etc. Nouv. Mitridate, ou classification systèmatique de toutes les langues connues.

(16) Dell'incremento e stato presente delle nostre cognizioni nell'India.

(17) Della lingua Kawi nell'isola di Iava, con una introdnzione intorno alla differenza della struttura degl'idiomi e la loro efficacia a svolgere l'intelligenza del genere umano.

(18) Atlante etnografico di tutte le lingue.

(19) Traduzione del poema sanscrito Wlamiki.

(20) Del sanscrito.

(21) Prolegomeni ad una gramatica ebraica.

(22) Illustrazione della sacra scrittura etc.

(23) Lessico turco francese e francese-turco

(24) Traduzione del rituale armeno.

(25) Viaggio nella Nubia.

(26) Viaggio in Abissinia.

(27) Antiquitès de la Nubie.

(28) Ved. Description de l'Égypte, ou recueil des observations et des recherches qui ont ètè faites en Égypte pendant l'expèdition de l'armèe francaise.

(29) Reisen in Nubien, Kordofan und dem petraischen arabien etc.

(30) Viaggio a Meroe.

(31) Lexicon linguae copticae.

(32) Grammatica copta

(33) Lessici etiopici.

(34) Monumenti di scrittura antica araba (emiarita).

(35) Antiche lingue arabe etc.

(36) Études gèographiques et historiques sur l'Arabie etc.

(37) Saggio sull'antico dialetto ehkili.

(38) Grammaire de la langue ec.

(39) *Museum criticum* N. 6. — Hieroglyphics. Account of some recent discoveries in hieroglyphicas literature.

(40) Rudimenta hieroglyphices. De astronomica Aegypti geografia. Systema astronomiae aegyptiacae.

(41) Lettres à M. Letronne sur les papyrus bilingues et grecs et sur quelques autres monuments greco-ègyptiens.

(42) Monumenti dell'Egitto e della Nubia disegnati dalla spedizione scientifico-letteraria di Toscana etc.

(43) Lettre à M. Dacier etc. Prècis du systeme hièroglyphique des anciens aegyptiens etc.

(44) Essais sur le plan et la disposition gènèrale du labyrinthe d'Egypte etc.

(45) Les hièroglyphiques et la langue ègyptienne, Lettres de M. de Saulcy à M. Letronne, sur les proscynêmes redigès en langue ègyptienne.

(46) Archèologie ègyptienne.

(47) Fundamenta hermeneutica hierographiae crypticae veterum gentium. Hiroglyphica aegyptia ex Horo-Apolline, aliisque veteribusque scriptoribus etc selecta. Tabulae Rosettanae hieroglyphicae interpretatio etc.

(48) Manners and custorns of the ancient Egyptians etc.

(49) Operations carried on at the pyramids os Gizeh.

(50) Spedizione prussiana in Egitto e nella Nubia dirizzata allo studio de'caratteri e de'monumenti egiziani.

(51) Illustrazione delle monete cufiche del gabinetto numismatico di Milano.

(52) Monete cufiche battute da'principi longobardi normanni e svevi nel regno delle Due Sicilie interpretate e illustrate etc.

(53) Illustrazione de'monumenti sepolcrali cufici.

(54) Raccolta degli antichi monumenti scandinavi.

(55) Scandinaviska Nordens urinvonare.

(56) Stato primitivo della Scandinavia. — Mitologia e migrazioni de'popoli scandinavi.

(57) Svanska Folkvisor from Forntiden (de'canti popolari della Scandinavia) — Svea Rikes Hoefder (dello stato antico della Svezia).

(58) Traduzione dell'Edda.

(59) Traduzione dell'Edda di Soemund.

(60) Eddalären og dens Oprindelse, eller noiagting etc. (Sistema dell'Edda e sua origine etc.)

(61) Mythologie du nord d' après l'Edda et les poèsies d'Oelenschläger.

(62) Nordische mytologie.

(63) Saga bibliotek med anmerkvinger og indledende afhandliger.

(64) Introduzione alla conoscenza della lingua islandese, o dell' antico nord. Ricerche sull' origine della lingua islandese.

(64) Dizionario islandese.

(66) Periculum runologicum.

(67) Antiquitates americanae.

(68) Quadro del Messico.

(69) Histoire de la conquète du Mexique.

(70) Collection des documents amèricains.

(71) Antichità messicane con una prefazione di A. Humboldt.

(72) Antichità del Messico.

(*) Molti manoscritti scandinavi si posseggono, i quali concernono i viaggi fatti dagli scandinavi dal secolo X al XIV per l' America del nord; con questo aiuto ed altri si confida venire ad una più larga intelligenza delle cose del nuovo-mondo. Ci piace qui ancora notare che l'egregio cav. Gio. Battista Finati, direttore della stamperia reale ec., presentò al congresso alcune sue osservazioni intorno alle antichità dell'America.

(**) Lieta esser dee pure l'Italia di annoverar fra costoro il conte Francesco Miniscalchi, stato nel

VII congresso, uomo in cui la gentilezza signorile è vagamente congiunta con la dottrina. Ci fa egli sperare di quì a poco la pubblicazione di talune sue importanti ricerche sopra la Siria; e non dubitiamo di affermare che dallo studio che ha posto nelle lingue orientali, debba venirne non piccolo aiuto alla scienza.

(***) Di cose somiglianti spero poter dire più a lungo in un *Proemio* della *storia del governo antico di Roma*, il quale mi propongo pubblicare, condotto che avrò a termine un *Saggio storico intorno alla nobiltà*, che ho per le mani.

(****) Il conte Borghesi, noto all'universale per l'alto suo valore in fatto d' antiquaria, prepara un lavoro su' *fasti romani*, il quale per i nuovi e sinora non illustrati monumenti che racchiude, porrà la storia del Lazio in aspetto assai diverso da quello che ha mostrato insino a'dì nostri. Vero è che la critica sopra gli autori, che trattano delle cose romane, ha sparso molti dubbi su di esse e tentato sopperire co'giudizi alla mancanza de' fatti; ma somiglianti giudizi sono d' ordinario essi medesimi semi di dubbiezze e controversie, non che di vari sistemi, da cui la storia più che ogni altra scienza debbe tenersi lontana. Quale non sarebbe la gioia d' Italia, se molte divinazioni del Vico su la storia romana venissero confermate da monumenti che mai non conobbe?

VARIETA'

Sulle acque termali della Porretta, Osservazioni patologico-cliniche del D. Marco Paolini. Bologna alla Volpe in 8. *di pag.* 85.
Intorno l'efficacia delle acque termali della Porretta contro le malattie della pelle. Considerazioni pratiche del D. Marco Paolini medico dirett. delle terme. Discorso letto all'instituto di Bol. a 20 *feb.* 1845. *Bologna* 1845 *alla Volpe* (Sono pag. 29 in 8).

Appena il ch. sig. D. Paolini venia chiamato a medico direttore de'bagni della Porretta, ch'ei si diè cura d'andar registrando le istorie di que'morbi che per la loro singolarità ed importanza gli sembrarono sopra gli altri meritevoli di ricordazione. E queste istorie avrebbero poi prestata materia ad ampio lavoro tutto volto ad illustrare le terme porrettane: ma un superiore comando avendolo stretto a pubblicare alcuno scritto sull'efficacia di quell'acque, diede la relazione delle malattie, alle quali nel 1841 tornarono benefiche le terme, facendo ad essa saviamente precedere un breve cenno delle vicende metereologiche, e della costituzione morbosa che dominò in Porretta nel tempo delle bagnature. Il libro del Paolini è scritto con chiaro e spontaneo stile, molta dottrina medica, e con quel filosofico senno che tutto si confà a tali utilissimi lavori.

Il ch. A., non contento a ciò, raccolse nell'altro pregevolissimo opuscolo quelle considerazioni, che mostrano quanto valgano le acque porrettane a guarimento delle malattie della pelle. Perchè si abbia un saggio dell'operetta e dello stile del Paolini, e perchè si parla d'una gloria d'Italia, mi è grato recare *la osservazione* 3, che dice:

« Deplorava l'Italia, piangevano le arti belle, e soprattutto la
" scultura, l'infausto caso onde era gravemente oppresso un uomo
» celebratissimo, il cav. Lorenzo Bartolini di Firenze. Avvegnachè
» quest'egregio, di tempra bilioso-linfatica, avanzato nell'età, ammalò
» di tormentoso e terribile morbo. In seguito di due risipole apparse
» circa un anno innanzi nella gamba sinistra, e di un ascesso in
» prossimità dell'articolazione tibio-femorale, gli arti inferiori dal
» sommo delle cosce fino all'estremità delle dita del piede gli si co-
» prirono di una sordida impetigine avente la forma di piccole pu-
» stole, o meglio vescichette, alcune fra loro divise, ed altre ag-
» glomerate, le quali formavano rompendosi delle ulceri, o piaghette,
» gementi umore sieroso-puriforme. Erano amendue gli arti gonfi,
» edematosi, e deformi a vedersi; e quelle vescichette, mentre con

» un continuo avvicendarsi disseccavansi a brevi intervalli, e ricom-
» parivano, erano cagione di incomportabile prurito. Del resto, niun
» disordine funzionale nell'universale della sua macchina, se togli
» frequenti incomodi di gastricismo, il quale era probabilmente lo
» stato, da cui era mantenuta quella discrasia erpetico-vescicolare.
» Da dieci mesi il morbo infieriva pertinacissimo: e quel corpo, usato
» già ad una vita operosa, era venuto nella triste condizione o di
» giacersi nel letto, o di starsi su d' una sedia seduto. Vani erano
» tornati i moltissimi rimedi prescritti: vani i bagni d'acqua dolce e
» col fegato di zolfo portati fino al numero di cinquanta: sicchè in
» ultimo, per alleviare pure il doloroso prurito che lo tormentava,
» gli era stato suggerito di tenere gli arti affetti quasi di continuo
» avviluppati in panni unti di pomata di semifreddi. In tale stato alla
» metà del luglio del 1843 giunse il Bartolini ai bagni della Porretta.
» Gli ordinai di abbandonare tosto qualunque topica applicazione,
» massime della pomata, e gli prescrissi l' immersione nell' acqua
» de'bovi la mattina, e nella sera un bagno parziale alle parti offese
» coll'acqua della Puzzola sufficientemente riscaldata. Il quale ultimo
» espediente egregiamente mi corrispose, come suole d'ordinario cor-
» rispondere, per moderare il prurito che accompagna tali malattie.
» L'acqua leonina presa internamente ne'primi giorni, e ripigliata a
» seconda del bisogno, e delle circostanze; poscia quelle della Puz-
» zola, ed infine l'acqua della Porretta vecchia, furono i rimedi cui
» s'attenne l' illustre infermo durante il suo soggiorno alle terme,
» che non oltrepassò lo spazio di un mese. Dopo quindici bagni con
» gioia e con istupore di tutti si vide passeggiare il Bartolini per
» le strade di Porretta, il quale pieno di coraggio e di speranze co-
» minciò in appresso a prendere un giorno sì e un giorno no un ba-
» gno la mattina, ed uno la sera. Chè i nostri bagni hanno ancora
» cotesta bella prerogativa, di dare loro cioè e rinvigorire le forze
» anzichè stremarle, siccome succede facendo immersioni nell'acqua
» comune. In una parola egli lasciò guarito e pieno di riconoscenza
» la Porretta, nè altro soffrì nell'inverno susseguente, che un forun-
» colo ad un malleolo, e poche vescichette ad una gamba, che in bre-
» ve si dileguarono. Potè quindi attendere con tutta quella attività
» che gli è propria ai prediletti lavori dell'arte sua, e nello scorso
» anno sano e giovialissimo egli rivide le porrettane fonti a maggiore
» conferma dell'ottenuto risanamento. »

G. F. RAMBELLI.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

IL DIRETTORE
D. PIETRO ODESCALCHI

INDICE DEL VOL. 343.

SCIENZE

PAG.

Roselli, Alcune formole sul calcolo de' residui, (Continuazione.) . . 3

Coppi, Sulle finanze di Roma . . . 25

Chimenz, Intorno ad Andrea Cesalpino scopritore della circolazione del sangue. 49

LETTERATURA

Camilli, Tracce storiche sul dominio greco dopo Alessandro nell' Asia centrale. 63

Biografie di Pietro Bagnoli, Antonio Lombardi, Luigi Ciampolini, Giovanni Battarra, Francesco Bertelli, Gianandrea Magri, Agostino Cagnoli. 74

Bursotti, Dell' importanza dell' archeologia 107

Varietà.

GIORNALE
ARCADICO
DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. 344.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
1848

SCIENZE

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

Sulla dipendenza delle due variabili x, y.
Memoria di Ercole Roselli.

INTRODUZIONE

La memoria, che pubblico ora, doveva essere una digressione necessaria per applicare le date formole all'equazioni, che sono funzioni di due variabili, ossia dell'equazioni indeterminate ; ma portando seco l'aspetto di una nuova teoria, e mostrandosi questa capace di maggiore generalità, come dimostrerò in altre memorie scritte sulla dipendenza delle variabili; ho stimato stamparle non già sotto l'aspetto di digressione, ma sotto quello che vedesi, cioè di memorie separate, imitando l' esempio di tanti illustri matematici. Questo dico per fare conoscere, che sebbene sembri avere io pel momento tralasciata la continuazione dell'antecedente memoria, gentilmente pubblicatami in questo giornale; pure non egli è così, essendo questa a quella in modo connessa, che senza la presente difficilmente potrei dimostrare una particolare proprietà, che hanno le formole pubblicate, cioè di connettere in qualche parte l'analisi algebrica determinata ed indeterminata; e che mediante questa memoria potrò io dare delle nuove formole, le

quali, appartenendo all'analisi indeterminata, conservino una particolare analogia con quelle già date. Dalle cose dette discende, che dopo questa memoria dovrò io dare la continuazione di quella, che sta inserita nei tomi 114 e 115 del nominato giornale. Ed infatti così sarà: e questa continuazione sarà in gran parte l'applicazione della teoria della dipendenza delle quantità alle formole già date.

E venendo ai particolari del contenuto in questa memoria, dico che parto da una formola, la quale dimostrerò in appresso; ma essendo facile cosa concepirla, per ora la suppongo cognita. Trasformando questa formola, si ottiene una equazione generale a due incognite, ossia indeterminata. Ora fra queste due incognite deve intercedere un dato rapporto. Infatti sieno

$$\varphi(x)\,,\quad \chi(y)$$

le due funzioni incognite: avremo generalmente

$$\chi(y) = A + q\,\varphi(x)$$

essendo

$$A\,,\quad q$$

quantità qualunque o costanti o variabili. Questo rapporto di dipendenza fra le funzioni

$$\chi(y)\,,\quad \varphi(x)$$

l'indico per

$$\chi(y) \overline{\underline{\sigma}}\, A \,(\text{mod.}\ {}_x\, q),$$

nella quale usasi il segno

$$\overline{\underline{\sigma}}$$

per indicare, che ad ogni valore x potrà corrispondere uno o più valori y reali o immaginari, e viceversa.

Passo in appresso a dimostrare diversi teoremi su queste dipendenze; quello poi che rende subito manifestamente interessante questo calcolo è, che se ne deducono delle leggi per sviluppare qualunque numero di prodotti binari innalzati a qualsiasi potenza, e si ottengono ancora alcune curiose proprietà di questi modoli; termino questa memoria dando alla fine alcune formole generali.

Sterile sarebbe questa teoria, se non si potesse applicare a qualche parte cognita di analisi matematica, e non potesse servire a connettere insieme questi rami, e dedurne delle nuove formole e proprietà, ma vedremo questo non avvenire, che anzi applicata alle equazioni indeterminate, si hanno delle nuove proposizioni, che spero possano meritare l'attenzione dei geometri.

In una nota stampata nella corrispondenza scientifica dissi, che avrei dato una dimostrazione a priori della formola

$$\mathcal{E}_{\frac{1}{((x \pm a))}} \mathcal{E}_{\frac{1}{((x \pm b))}} \mathcal{E} \cdots \mathcal{E}_{\frac{\varphi(x)}{((x \pm h))}} = 0$$

memore di quanto promessi, eccomi al lavoro, e tanto più volentieri, quanto più in questo modo sarà dimostrata esatta quella riduzione delle formole generali alla semplice espressione enunciata, per poi applicarle alla teoria dell'equazioni

Riprendo la formola

$$\varphi(x_n) = \mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-1}-x_n))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-2}-x_{n-1}))}\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-x_1))}$$

e ponendo in luogo di

$$\varphi(x)$$

il suo valore

$$(x-x_1)f(x)$$

avremo

$$\varphi(x_n) = \mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-1}-x_n))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-2}-x_{n-1}))}\mathcal{E}\cdots\mathcal{E}\frac{(x-x_1)f(x)}{((x-x_1))}$$

Ora sappiamo che sebbene per

$$x = x_1$$

la

$$f(x)$$

diventa

$$= \infty$$

pure il calcolo dei residui suppone che

$$(x_1 - x_1)f(x_1)$$

abbia un valore determinato: ma dalla teoria dei valori, che si presentano sotto forma indeterminata, conosciamo che questa formola può avere un valore determinato, e può essere $= 0$; ed è appunto questo secondo caso, che ammettono le nostre formole, allora quando si vogliono applicare alla teoria dell' equazione, conservando l'altro più generale per altre ricerche, proprietà essendo di queste formole lo am-

mettere il doppio valore. Infatti in quel secondo caso avremo

$$\varphi(x_n) = \mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-1}-x_n))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-2}-x_{n-1}))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{(x-x_1)\,f\,(x)}{((x-x_1))} = 0$$

onde dedurremo che la

$$\varphi(x) = 0,$$

pel valore di

$$x = x_1$$

similmente saranno

$$\varphi(x_n) = \mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-1}-x_n))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{(x_1-x_2)\,f\,(x_1)}{((x_1-x_2))} = 0$$

$$\varphi(x_n) = \mathcal{E}\frac{1}{((x_{n-1}-x_n))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{(x_2-x_3)\,f\,(x_2)}{((x_2-x_3))} = 0$$

. . . . . .

$$\varphi(x_n) = \mathcal{E}\frac{(x_{n-1}-x_n)\,f\,(x_{n-1})}{((x_{n-1}-x_n))} = 0$$

donde sará chiaro, che la

$$\varphi(x) = 0$$

pei valori di

$$x = x_2\,,\ = x_3\,,\ = x_4\,,\ \ldots = x_n;$$

Dunque manifestamente quella formola potrà trasformarsi nella

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{\varphi(x)}{((x-h))} = 0\,,$$

ponendo

$$a\,,\ b\,,\ \ldots\ h$$

in luogo di

$$x_1\,,\ x_2\,,\ \ldots\ x_n$$

il che era da dimostrarsi.

Questa proprietà appartiene ancora a quelle formole, che sono funzioni di più variabili, come a suo luogo vedremo, alloraquando le applicherò alla interpolazione delle serie; e siccome in queste verrà fuori qualche nuova formola, così spero, che sarà gradito dai geometri questo metodo di trattare le questioni matematiche.

CALCOLO DELLE DIPENDENZE DELLE VARIABILI x, y.

1. Dalle cose fin qui dette si conosce, che lo scopo di questo calcolo è di trovare il rapporto fra le due funzioni

$$\varphi(x)\,,\ \chi(y):$$

in modo che ad ogni dato valore di una di queste variabili si possa trovare quello o quelli dell'altra. Dissi che egli è bene trovare un'analogia fra l'analisi determinata od indeterminata: ed è appunto questo calcolo che me ne somministra una. Quindi, avendo dato alcune proprietà generali dell'equazioni determinate, in appresso darò le analoghe delle indeterminate; intanto ecco i principii del calcolo delle dipendenze, che n'è la base, allorchè le variabili sono due.

Supponiamo che abbiasi la formola

$$\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((y-a_1))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x-b))}$$

$$\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{(x^n+Ax^{n-1}+\ldots+Kx+H)(y^n+A_1y^{n-1}+\ldots+K_1y+H_1)}{((y-h_1))}=$$

$$=\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((y-a_1))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((x+b))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{\varphi(x,\ y)}{((y-h_1))}=0$$

Avendosi avuto nel cap. I della memoria che leggesi nel tom. 114 del giorn. arcad.

$$x^n+Ax^{n-1}+Bx^{n-2}+\ldots+Kx+H=\varphi(x)$$

sarà

$$y^n+A_1y^{n-1}+B_1y^{n-2}+\ldots+K_1y+H_1=\chi(y)$$

avremo

$$\mathcal{E}\frac{1}{((x-a))}\,\mathcal{E}\frac{1}{((y-a_1))}\mathcal{E}\ldots\mathcal{E}\frac{\varphi(x)\cdot\chi(y)}{((y-h_1))}=0$$

quindi la formola applicata alla teoria dell'equazioni dà

$$\varphi(x,\ y)=\varphi(x)\cdot\chi(y)\ ,$$

o nel caso particolare che le funzioni

$$\varphi\ ,\quad\chi$$

sono eguali, otterremo

$$\varphi(x,\ y)=\varphi(x)\cdot\varphi(y)\ ;$$

Quindi la funzione di due variabili applicata alla teoria dell'equazioni per le formole date si può cam-

biare in un prodotto delle funzioni delle variabili stesse.

2. Eseguendo le moltiplicazioni, sarà

$$\left.\begin{array}{l}
x^n y^n + A^1 x^n y^{n-1} + B_1 x^n y^{n-2} + .. + X_1 x^n y + H_1 x^n \\
A x^{n-1} y^n + A A_1 x^{n-1} y^{n-1} + A B_1 x^{n-1} y^{n-2} + .. + A K_1 x^{n-1} y + A H_1 x^{n-1} \\
R x^{n-2} y^n + B A_1 x^{n-2} y^{n-1} + B B_1 x^{n-2} y^{n-2} + .. + B K_1 x^{n-2} y + B H_1 x^{n-2} \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
K x y^n + K A_1 x y^{n-1} + K B_1 x y^{n-2} + \ldots + K K_1 x y + K H_1 x \\
H y^n + H A_1 y^{n-1} + H B_1 y^{n-2} + \ldots + H K_1 y + H H_1
\end{array}\right\}$$

Ora questa formola si può trasformarla in un' altra più semplice ed anche elegante : sia il polinomio

$$x^n + x^{n-1} + x^{n-2} + .. + x + 1$$

per la forma che la $\varphi(x)$ prende nella teoria dell'equazioni algebriche, sarà ancora

$$A_1 x^n + A_1 x^{n-1} + A_1 x^{n-2} + .. + A_1 x + A_1 = \varphi_1(x)$$

$$B_1 x^n + B_1 x^{n-1} + B_1 x^{n-2} + .. + B_1 x + B_1 = \varphi_2(x)$$

. . . . . ec.

$$X_1 x^n + K_1 x^{n-1} + K_1 x^{n-2} + .. + K_1 x + K_1 = \varphi_{(n-1)}(x)$$

$$H_1 x^n + H^1 x^{n-1} + H_1 x^{n-2} + .. + H_1 x + H_1 = \varphi_{(2)}(x)$$

Ora supponendo che le quantità

$$1 , A , B , \ldots K , H$$

costituiscano una serie geometrica, avremo dalle proprietà dell'equazioni algebriche, che moltiplicando termine per termine l'equazioni antecedenti e quella serie, non si farà altro, che moltiplicare tutte le radici per A: ed indicando per

$$A, B, C, \ldots K, H$$

tali costanti, che verifichino nel secondo membro queste trasformazioni, avremo

$$A_1x^n + A_1Ax^{n-1} + A_1Bx^{n-2} + \ldots + A_1Kx + A_1H = A\varphi_1(x)$$

$$B_1x + B_1Ax^{n-1} + B_1Bx^{n-2} + \ldots + B_1Kx + B_1H = B\varphi_2(x)$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$K_1x^n + K_1Ax^{n-1} + K_1Bx^{n-2} + \ldots + K_1Kx + K_1H = K\varphi_{(n-1)}(x)$$

$$H_1x^n + H_1Ax^{n-1} + H_1Bx^{n-2} + \ldots + H_1Kx + H_1H = H\varphi_{(n)}(x)$$

Qui si avverta che quella supposizione dei coefficienti in serie geometrica, non nuoce in questo caso alla generalita; però che i fattori

$$A_1, B_1, C_1 \ldots K_1, H_1$$

possono essere qualunque. Ssostituendo questi valori, avremo

$$y^n\varphi(x) + Ay^{n-1}\varphi_1(x) + By^{n-2}\varphi_2(x) + \ldots + Ky\varphi_{(n-1)}(x) + H\varphi_{(n)}(x) = 0$$

Similmente se in luogo di sommare quella tabella verticalmente, si sommasse orizzontalmente, avremo facilmente

$$x^n\chi(y) + Ax^{n-1}\chi_1(y) + Bx^{n-2}\chi_2(y) + \ldots + Kx\chi_{(n-1)}(y) + H\chi_{(n)}(y) = 0:$$

donde si conosce, che generalmente la proposta funzione

$$\varphi(x,\ y) = \varphi(x) \cdot \chi(y)$$

applicandola alla teoria dell'equazioni si riduce ad una equazione indeterminata della forma generale sopraindicata.

3. Se le ultime ottenute equazioni fossero fra loro distinte, ne avremmo ottenute due, ciascuna contenente due variabili, dalle quali mediante la eliminazione, si sarebbero conseguiti i valori delle x, y. Ma queste cose essendo già cognite, e non verificandosi nella presente questione, tratterò presentemente la teoria delle dipendenze fra le variabili x, y; applicandola poi a qualche proprietà dell'analisi indeterminata. Si dimostra facilmente mediante le ottenute formole la necessità della dipendenza delle variabili x, y nell'analisi indeterminata; però che la prima equazione del n. 2, avvertendo alla forma delle funzioni

$$\varphi\ ,\ \chi$$

allorachè si applicano alla teoria dell' equazioni, si riduce ancora ad

$$y^n\varphi(x) + A_1y^{n-1}\varphi(x) + B_1y^{n-2}\varphi(x) + \ldots + K_1y\,\varphi(x) + H_1\varphi(x) = 0$$

ossia ad

$$y^n + A_1y^{n-1} + B_1y^{n-2} + \ldots + K_1y + H_1 = 0:$$

ovvero anche ad

$$x^{1}\chi(y) + Ax^{n-1}\chi(y) + Bx^{n-2}\chi(y) + \ldots + Kx\chi(y) + H\chi(y) = 0$$

ossia ad

$$x^{n} + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + \ldots + Kx + H = 0$$

Le quali dimostrano, che volendo risolvere una equazione indeterminata, bisogna trovare modo, che dei valori delle due variabili x, y ci siano dati quelli di una ,e. g. y: i quali sostituiti in una delle due equazioni (n. 2), faranno sì che mediante i metodi cogniti di risoluzione dell' equazione ci si rendano noti i valori dell'altra variabile x, dati per le costanti ed i valori trovati per la y.

4. Dimostrata la necessità delle dipendenze delle variabili x, y nella teoria dell'analisi indeterminata a due variabili, egli mi sembra utile per iscoprirne le relazioni con apposito algoritmo determinare le operazioni a seconda di quanto fecero in simili circostanze i celebri matematici Gauss, Kummer ed ultimamente Cauchy: scostandomene solamente un poco, perchè diverso è il soggetto, che tratto. Avendo avuto (n. 2)

$$\varphi(x, y) = \varphi(x) \cdot \chi(y)$$

ed essendosi dimostrato (n. 3) che le trasformate (n. 2) esprimenti l'equazioni generali determinate a due variabili dipendono da

$$\varphi(x) = 0 \text{ , ovvero da } \chi(y) = 0$$

avremo che fra

$$\varphi(x) \text{ ed } \chi(y)$$

vi sarà un tale rapporto che pei valori di una viene determinata l' altra funzione: chiamando q questo rapporto, e per la generalità della espressione si aggiunga una costante A, così che sia

$$\chi(y) = A + q\,\varphi(x),$$

q potendo essere variabile o costante: conservando l' analogia delle congruenze ovvero equivalenti dei nominati matematici, avremo

$$\chi(y) \overline{\underline{\varpi}} A(\text{mod.}_x q);$$

nella quale usasi il segno, che chiamo di dipendenza

$$\overline{\underline{\varpi}}$$

per rappresentare che ad un valore, e. g., x può corrispondere uno o più valori di y interi o fratti reali ed immaginari: ho posto

$$\text{mod.}_x q;$$

e questo per indicare che y dipende dalla variabile x relativamente al modulo costante o variabile q. Conosco che il sig. Cauchy nel tom. IV dei suoi esercizi di analisi e fisica matematica ha cambiato il mod. nelle lettere iniziali div. che significa divisore; ma io ho conservato l' antico algoritmo, sì perchè quando mi pervenne la memoria del lodato matema-

tico aveva già terminato la mia, sì ancora perchè è diversa la teoria che tratto dalla sua: ma non tanto però che le teorie di Gauss, Kummer e Cauchy non si possano ridurre a questa che pubblico. Infatti supponiamo che

$$y = x ,$$

e ch'essendo

$$A = 0$$

abbiasi

$$\chi(x) = \varphi(x) - \varphi_1(x)$$

sarà

$$\varphi(x) - \varphi_1(x) \equiv 0 \ (\text{mod.}\ {}_x q) ,$$

Questa dipendenza se si esprime per

$$\varphi(x) \equiv \varphi_1(x) \ [\ \text{div.}\ \varphi_2(x)\ ]$$

a seconda della teoria di Cauchy, indica che i due polinomi

$$\varphi(x) \ , \quad \varphi_1(x)$$

sono equivalenti fra loro secondo il divisore

$$\varphi_2(x) \ ;$$

ovvero in altri termini, che i due polimoni divisi algebricamente per

$$\varphi_2(x)$$

forniscono il medesimo resto; e questa equivalenza si può rappresentare per la equazione

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) + q\varphi_2(x) ,$$

q indicando una funzione intera di x. Ora se

$$\varphi(x)\ ,\ \varphi_1(x)\ ,\ \varphi_2(x)$$

si cambiano in tre numeri interi, così che i due primi essendo divisi pel terzo forniscano il medesimo resto, sono allora detti congrui ovvero equivalenti secondo il modulo o divisore

$$\varphi_2(x)$$

e chiamando

$$l\ ,\ m\ ,\ n$$

questi tre numeri. Gauss, per indicare questa circostanza, scrive

$$l \equiv m \ (\text{mod. } n)\ ,$$

donde vedesi che il calcolo delle dipendenze ha nei suoi principii qualche analogia con l'equivalenze aritmetiche ed algebriche. Ma vedremo a suo luogo che ha un'applicazione tutta propria, usando formole date nel vol. 114 del giorn. arc.

Egli qui devesi notare che Kummer per rappresentare l'equivalenze algebriche usò lo stesso segno dell'equivalenze aritmetiche, cioè

$$\varphi(x) \equiv \varphi_1(x)\ [\text{mod. } \varphi_2(x)]\ ,$$

la quale indica che

$$\varphi(x)\ ,\ \varphi_1(x)$$

sono due funzioni intere di x, che divise algebricamente per

$$\varphi_2(x) \ ,$$

danno il medesimo resto. Ma riflette ottimamente il sig. Cauchy, che da questo segno esprimente due differenti equivalenze potendo nascere oscurità, egli era necessario farne una distinzione, e quindi pose quel segno di sopra notato. Ed anzi prendendo egli in speciale modo a considerare il caso, che il polinomio si riduca ad avere il divisore

$$x^2 + 1 \ ,$$

usa in questo caso per distinguerlo il segno

$$\underline{\varphi}$$

il che arreca gran giovamento per non confondere le teorie.

Seguendo l'esempio di tanti illustri matematici, ho stimato in ancora contradistinguere questo calcolo delle dipendenze con un suo speciale segno, tanto più che ha proprietà tutte sue. Quindi la ragione perchè uso questo segno non è amore soverchio di novità, ma solamente perchè voglio studiarmi di dare alle mie formole una regolarità: il che non deve riuscire discaro a coloro, che amano connettere con regolarità i diversi rami di analisi: e senza questo segno io non vedeva altra maniera di conseguire questo risultato.

5. Veduto che le due equazioni indeterminate, ottenute nel n. 2, dipendono dalla

$$\varphi(x) = 0, \quad \text{ovvero} \quad \chi(y) = 0$$

o in altre parole abbisogna che una qualche condizione ci faccia conoscere il valore di una delle due variabili, affinchè si possa determinare l'altra, conosciuta che una dipendenze deve intercedere fra

$$\varphi(x)\,,\quad \chi(y)$$

affinchè si possa risolvere una equazione indeterminata, avremo che ciascuna delle due equazioni del n. 2 si trasformerà nella

$$\chi(y) - q\,\varphi(x) - \mathrm{A} = 0$$

ossia

$$\chi(y) \equiv \mathrm{A}(\mathrm{mod.}\ {}_{x}q)\,;$$

Questa è la dipendenza, la quale deve essere da noi studiata per dedurne delle proprietà, onde in qualche modo con alcuni teoremi si possa connettere l'analisi algebrica determinata ed indeterminata. In altre memorie daremo la continuazione: intanto questa serva di saggio, e nella speranza che sia benignamente ricevuta dai dotti, con tutto l' impegno possibile continueremo i nostri studi.

6. Il modulo essendo il medesimo q ; due funzioni dipendenti da una terza, sono dipendenti fra loro, diventando il modulo

$$= 1\,;$$

Infatti sieno

$$\chi(y) \equiv \mathrm{A}\ (\mathrm{mod.}\ {}_{x}q)\,,\quad \chi_1(z) \equiv \mathrm{B}\ (\mathrm{mod},\ {}_{x}q)\,,$$

sarà

$$\chi(y) = \mathrm{A} + q\,\varphi(x)\,,\quad \chi_1(z) = \mathrm{B} + q\,\varphi(x)$$

donde

$$\chi(y) = (A - B) + \chi_1(z)$$

ossia

$$\chi(y) \overline{\underline{\text{ss}}} (A - B)(\text{mod.}\ {}_z1)$$

7. Il modulo essendo la unità, due funzioni dipendenti da una terza sono dipendenti fra loro, conservandosi il modulo

$$= 1\ ;$$

infatti

$$\chi(y) \overline{\underline{\text{ss}}} A(\text{mod.}\ {}_x1)\ , \quad \chi_1(z) \overline{\underline{\text{ss}}} B(\text{mod.}\ {}_x1)$$

danno

$$\chi(y) = A + \varphi(x)\ , \quad \chi_1(z) = B + \varphi(x)$$

quindi

$$\chi(y) = (A - B) + \chi_1(z)\ ,$$

ossia similmente

$$\chi(y) \overline{\underline{\text{ss}}} (A - B)\ (\text{mod.}\ {}_z1)\ :$$

quindi una dipendenza di modulo

$$= 1$$

si può decomporre in due dipendenze o di modulo $= 1$, ovvero qualunque altro; purchè la costante si riduca ad una differenza. Infatti sieno le serie

$$a\ ,\ b\ ,\ c\ ,\ d\ ,\ e\ ,\ \ldots\ldots\ m$$
$$a_1\ ,\ b_1\ ,\ c_1\ ,\ d_1\ ,\ e_1, \ldots\ l_1$$
$$a_{11}\ ,\ b_{11}\ ,\ c_{11}\ ,\ d_{11}\ ,\ e_{11}\ ,$$
$$a_{111}\ ,\ b_{111}\ ,\ c_{111}\ ,\ d_{111}\ ,\ e_{111}$$
$$\ldots\ \text{ec.}$$

in cui

$$b - a = a_1 , \quad c - b = b , \quad d - c = c_1 , \ldots$$

$$b_1 - a_1 = a_{11} , \; c_1 - b_1 = b_{11} . \; d_1 - c_1 = c_{11} \ldots$$

$$\cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot \; \cdot$$

$$b_{n-1} - a_{n-1} = a_n, \; c_{n-1} - b_{n-1} = b_n, \; d_{n-1} - c_{n-1} = c_n, \ldots$$

Egli è chiaro che date le dipendenze

$$\chi(y) \equiv a_n (\text{mod.}\ {}_z1) , \; {}'\chi(y) \equiv b_n (\text{mod.}\ {}_z1)$$

avremo ancora

$$\chi(y) \equiv (b_{n-1} - a_{n-1})(\text{mod.}\ {}_y'1)$$

$${}'\chi(y) \equiv (c_{n-1} - b_{n-1})(\text{mod.}\ {}_y'1)$$

$$\ldots , \; . \; \text{ec.}$$

ossia pel n. 6

$$\chi(y) \equiv b_{n-1} (\text{mod.}\ {}_{y1}q) , \; \chi_1(y') \equiv a_{n-1} (\text{mod.}\ {}_{y1}q)$$

$${}'\chi(y) \equiv c_{n-1} (\text{mod.}\ {}_{y1}q), \; \chi_1(y') \equiv b_{n-1} (\text{mod.}\ {}_{y1}q)$$

$$\ldots \ldots \; \text{ec.}$$

ed anche per le cose dette nel principio di questo numero

$$\chi(y) \equiv b_{n-1} (\text{mod.}\ {}_{y1}1) , \quad \chi_1(z) \equiv a_{n-1} (\text{mod.}\ {}_{y1}1)$$

$$\chi_1(y) \equiv c_{n-1} (\text{mod}\ {}_{y1}1) , \quad {}'\chi_1(z) \equiv b_{n-1} (\text{mod.}\ {}_{y1}1)$$

$$\ldots \ldots \; \text{ec.}$$

ora prescindendo dalle dipendenze di modulo q, se

continueremo a sostituire in luogo di quelle costanti i valori loro desunti da quella tabella, avremo che ciascuna dipendenza di modulo $= 1$, si può trasformare in due, e così continuare tanto, che si esauriscano tutti i valori possibili.

8. Se una funzione z dipende da una funzione y relativamente al modulo q, e la funzione y dipende da un'altra relativamente al modulo q'; dico che la funzione z dipenderà dalla funzione x relativamente al peodotto dei moduli

$$q\,,\quad q'\,;$$

Sieno infatti

$$\chi(z)\,,\quad \chi_1(y)\,,\quad \chi_{11}(x)$$

le tre funzioni, dall'enunciato sarà

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{s}}}\ \mathrm{A}(\text{mod.}\ {}_y q)\,,\quad \chi_1(y) \overline{\underline{\text{s}}}\ \mathrm{B}(\text{mod-}\ {}_x q')$$

ossia

$$\chi(z) = \mathrm{A} + q\,\chi_1(y)\,,\quad \chi_1(y) = \mathrm{B} + q'\chi_2(x)$$

donde

$$\chi(z) = \mathrm{A} + q\,\mathrm{B} + qq'\chi_2(x)$$

e finalmente

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{s}}}\ (\mathrm{A} + q\mathrm{B})(\text{mod.}\ {}_x \underline{qq'})\ .$$

Ora se si ponga

$$q = q'\,,$$

cioè se tanto z dipenderà da y, come y da x relativamente al modulo q, avremo

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{s}}}\ (\mathrm{A} + q\mathrm{B})(\text{mod.}\ {}_x q^2)\,,$$

Quindi diremo che in questo caso la funzione z dipenderà da quella di x, relativamente al quadrato dei moduli

9. Se la funzione $\chi_2(x)$ dipenderà dalla $\chi_3(u)$ relativamente al modulo q'', avremo le tre dipendenze

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{S}}} \text{A}(\text{mod. }_y q)\ ,\ \chi_1(y) \overline{\underline{\text{S}}} \text{B}(\text{mod. }_x q')\ ,\ \chi_2(x) \overline{\underline{\text{S}}} \text{C}(\text{mod.}_u q'')$$

donde

$$\chi(z) = \text{A} + q\text{B} + qq'\text{C} + qq'q''\chi_3(u)\ ,$$

e quindi

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{S}}} (\text{A} + q\text{B} + qq'\text{C})\ [\text{mod. }_u \underline{qq'q''}]\ :$$

E se

$$q = q' = q''$$

sarà

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{S}}} (\text{A} + q\text{B} + q^2\text{C})\ [\text{mod. }_u q^3]$$

Similmente dalle dipendenze

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{S}}} \text{A}(\text{mod.}_y q)\ ,\ \chi_1(y) \overline{\underline{\text{S}}} \text{B}(\text{mod. }_x y')\ ,\ \chi_2(x) \overline{\underline{\text{S}}} \text{C}\ (\text{mod. }_u q'')\ ,$$

$$\chi_3(u) \overline{\underline{\text{S}}} \text{D}(\text{mod. }_v q''')$$

avremo

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{S}}} (\text{A} + q\text{B} + qq'\text{C} + qq'q''\text{D})\ [\text{mod. }_v \underline{qq'q''q'''}]$$

E se

$$q = q' = q'' = q'''$$

sarà

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{S}}} (\text{A} + q\text{B} + q^2\text{C} + q^3\text{D})\ [\text{mod. }_v q^4]\ .$$

Così continuando dalle dipendenze

$$\chi(z) \overline{\underline{\text{S}}} \text{A}(\text{mod. }_y q)\ ,\ \chi_1(y) \overline{\underline{\text{S}}} \text{B}(\text{mod. }_x y')\ ,\ .$$

$$\chi_n(w) \equiv M(\text{mod. } \omega q^{(n)})$$

otterremo

$$\chi(z) \equiv (A+qB+qq'C+\ldots+qq'\ldots q^{(n-1)}M)[\text{mod.}\omega qq'\ldots q^{(n)}]:$$

e fatti

$$q = q' = \ldots = q^{(n)}$$

sarà

$$\chi(z) \equiv (A+qB+q^2C+\ldots+q^{n-1}M)\ [\text{mod. } \omega q^n]$$

Dunque date n dipendenze di modulo diverso, in cui le funzioni sono fra loro connesse, avremo che la prima dipenderà dal prodotto delle

$$q\,;\ q',\ \ldots\ q^{(n)}\,;$$

e se sono dello stesso modulo, quella funzione dipenderà dal modulo della potenza n^{sima} della q.

10. Se nelle dipendenze del n. 6 in luogo dello stesso modulo q, si avesse il modolo di

$\varphi(y)$ eguale a q; e quello di

$\chi(z)$ eguale a q', avremo

$$\varphi(y) \equiv A\ (\text{mod. } {}_xq),\quad \chi(z) \equiv B\ (\text{mod. } {}_xq')$$

donde

$$\varphi(y) \pm \chi(z) \equiv (A \pm B)\ [\text{mod. } {}_x(q \pm q')]:$$

Quindi se si hanno due dipendenze di differente modulo, si possono sommare o sottrarre membro a membro, avvertendo di porre la somma o la differenza dei moduli entro la parentesi.

11. Valendo il segno inferiore, poniamo

$$q = q'$$

avremo che

$$\text{mod.}_x(q - q') = \text{mod.}_x(0) = 1 :$$

ed il segno di dipendenza si cambia in quello di eguaglianza, così che sia

$$\varphi(y) - \chi(z) = A - B$$

ovvero

$$\varphi(y) \equiv (A - B)(\text{mod.}\ 1)$$

formola cognita pel n. 6.

12. Prendasi la formola

$$\varphi(y) - \chi(z) \equiv (A - B)\ [\text{mod.}_x(q - q')]\ ,$$

e pongasi

$$A = B\ ,$$

sarà

$$\varphi(y) - \chi(z) \equiv 0\ [\text{mod.}_x(q - q')]\ ;$$

e facendo

$$q = q'$$

per l'antecedente numero, otterremo in questo caso la uguaglianza

$$\varphi(y) = \chi(z) :$$

Infatti, se nel n. 6 si faccia

$$A = B$$

avremo la stessa formola.

13. Valga ora il segno positivo: e si faccia che i moduli delle due funzioni sieno i medesimi, cioè

$$q = q',$$

avremo

$$\varphi(y) + \chi(z) \overline{\underline{\infty}} (A + B) \,[\text{mod.}\ {}_x 2q],$$

e se abbiasi

$$q = q' = 1$$

sarà

$$\varphi(y) + \chi(z) \overline{\underline{\infty}} (A + B) \,[\text{mod.}\ {}_x 2]$$

Similmente avremmo

$$\varphi(y) + \chi(z) + \psi(u) \overline{\underline{\infty}} (A + B + C) \,[\text{mod.}\ {}_x 3q]$$

e generalmente

$$\varphi(y) + \chi(z) + \ldots + \xi(w) \overline{\underline{\infty}} (A + B + \ldots + H) \,[\text{mod.}\ {}_x nq]$$

e posto $q = 1$, otterremo

$$\varphi(y) + (z) + \ldots + \xi(w) \overline{\underline{\infty}} (A + B + \ldots + H)(\text{mod.}\ {}_x n)$$

14. Mediante le cose dimostrate possiamo sommare o sottrarre qualsiansi dipendenze dello stesso o differente modulo prese relativamente a qualsiasi variabile. Si prendano infatti le due dipendenza

$$\varphi(x) \overline{\underline{\infty}} A(\text{mod.}\ {}_u q), \quad \chi(y) \overline{\underline{\infty}} B\ (\text{mod.}\ {}_v q)$$

avremo

$$\varphi(x) + \chi(y) \overline{\underline{\infty}} (A + B)(\text{mod.}\ {}_u, {}_v q):$$

Infatti dalle

$$\varphi(x) = A + q\varphi_1(u), \quad \chi(y) = B + q\chi_1(v)$$

avremo

$$\varphi(x) + \chi(y) = A + B + q\,[\varphi_1(u) + \chi_1(v)]$$

che si potrà scrivere nel sopra accennato modo.

Se si dovessero sottrarre quelle dipendenze, avremmo senza difficoltà

$$\varphi(x) - \chi(y) \equiv (A - B)(\text{mod.}\ {}_u, {}_v q),$$

Avvertasi che quelle funzioni, per le quali sono moltiplicati i moduli, si determinano o pei dati rapporti dell'antecedente dipendenza, ovvero mediante i dimostrati teoremi.

Similmente se fossero da sommarsi o sottrarsi le tre dipendenze dello stesso modulo, cioè

$$\varphi(x) \equiv A(\text{mod.}\ {}_u q),\ \chi(y) \equiv B(\text{mod.}\ {}_v q),\ \xi(z) \equiv C(\text{mod.}\ {}_w q)$$

avremo

$$\pm\varphi(x) \mp \chi(y) \pm \xi(z) \equiv (\pm A \mp B \pm C)(\text{mod.}\ {}_u, {}_v, {}_w q)$$

ed in generale con lo stesso raziocinio si ottiene

$$\pm\varphi(x) \mp \chi(y) \pm \ldots \pm \omega(w) \equiv (\pm A \mp B \pm \ldots \pm Z)$$
$$(\text{mod.}\ {}_u, {}_v, \ldots {}_t q)$$

15. Se poi fossero da sommarsi le dipendenze di differente modulo

$$\varphi(x) \equiv A(\text{mod.}\ {}_u q),\quad \chi(y) \equiv B(\text{mod.}\ {}_v q')$$

avremo

$$\varphi(x) + \chi(y) \equiv (A + B)\ [\text{mod.}\ ({}_u q + {}_v q')]\,.$$

Infatti

$$\varphi(x) = A + q\varphi_1(u)\,, \quad \chi(y) = B + q'\chi_1(v)$$

donde

$$\varphi(x) + \chi(y) = A + B + q\varphi_1(u) + q'\chi_1(v)$$

che si può rappresentare con quella dipendenza.

Se si dovessero sottrarre quelle dipendenze, avremmo ottenuto

$$\varphi(x) - \chi(y) \overset{\mathfrak{S}}{=} (A - B)\,[\text{mod. } ({}_uq - {}_vq')\,]:$$

similmente se fossero da sommarsi o sottrarsi le tre dipendenze

$$\varphi(x) \overset{\mathfrak{S}}{=} A(\text{mod. } {}_uq),\ \chi(y) \overset{\mathfrak{S}}{=} B(\text{mod. } {}_vq')\,,\ \xi(z) \overset{\mathfrak{S}}{=} C(\text{mod.}{}_wq'')$$

sarà

$$\pm\varphi(x) \mp \chi(y) \pm \xi(z) \overset{\mathfrak{S}}{=} (\pm A \mp B \pm C)\,[\text{mod. } (\pm {}_uq \mp {}_vq' \pm {}_wq'')]$$

e generalmente si otterrà

$$\pm\varphi(x) \mp \chi(y) \pm \ldots \pm \omega(\omega) \overset{\mathfrak{S}}{=} (\pm A \mp B \pm \ldots \pm z)$$
$$[\text{ mod.}(\pm {}_uq \mp {}_vq' \pm \ldots, \pm {}_tq^{(n)})\,]$$

16. Nulla occorre di avvertire, che se aggiungiamo o togliamo le stesse quantità ai due membri della dipendenza, non si cambia la dipendenza stessa: però che avendosi

$$\varphi(x) \overset{\mathfrak{S}}{=} A(\text{mod. } {}_uq)$$

conseguiamo ancora

$$\varphi(x) \pm B \overset{\mathfrak{S}}{=} (A \pm B)(\text{mod. } {}_uq).$$

Infatti la equazione

$$\varphi(x) = A + \varphi_1(u)$$

darà

$$\varphi(x) \pm B = A \pm B + q\varphi_1(u)$$

che visibilmente si cambia nella soprannotata dipendenza.

Da questo discende che dalla dipendenza

$$\varphi(x) \equiv A(\text{mod.}\ {}_u q)$$

avremo ancora la seguente

$$\varphi(x) - A \equiv 0\ (\text{mod.}\ {}_u q)$$

17. Non solo si può aggiungere o sottrarre le stesse quantità dai due membri della dipendenza, ma ancora moltiplicandoli o dividendoli per uno stesso valore non si cambia la dipendenza: però che avendosi

$$\varphi(x) \equiv A(\text{mod.}\ {}_u q)$$

sarà ancora

$$B\varphi(x) \equiv AB(\text{mod.}\ {}_u q).$$

Infatti quella dipendenza convertendosi nella equazione

$$\varphi(x) = A + q\varphi_1(u)$$

sarà

$$B\varphi(x) = AB + qB\varphi_1(u)$$

che si può rappresentare con quella dipendenza, avvertendo che il quoto q è determinato sempre dalla

$$\frac{B\varphi(x) - AB}{B\varphi_1(u)} = \frac{\varphi(x) - A}{\varphi_1(u)}$$

Si deve osservare che questa dipendenza ammette ancora la seguente equivalente

$$B\varphi(x) \overset{\text{ss}}{=} AB(\text{mod.}\ {}_uqB),$$

ma ponendo

$$B\varphi_1(u) = {}_1\varphi(u)$$

sarà similmente

$$B\varphi(x) \overset{\text{ss}}{=} AB(\text{mod.}\ {}_uq):$$

Ma egli è facile a conoscersi che tutte queste dipendenze, quantunque si presentino sotto forme diverse, pure in sostanza sono le medesime; perchè si riducono a trovare il valore di

$$\varphi(x)$$

corrispondente ad uno o più valori della

$$\varphi(n)$$

in una data dipendenza.

Similmente avremo ancora la seguente

$$\frac{\varphi(x)}{B} \overset{\text{ss}}{=} \frac{A}{B}(\text{mod.}\ {}_uq)$$

$$\frac{\varphi(x)}{B} \overset{\text{ss}}{=} \frac{A}{B}\left(\text{mod.}\ \frac{{}_uq}{B}\right)$$

ove dovrà applicarsi la stessa osservazione fatta innanzi.

18. Venendo alla moltiplicazione delle dipendenze dello stesso modulo, sieno date le due dipendenze

$$\varphi(x) \overset{\text{ss}}{=} A(\text{mod.}\ {}_uq),\quad \chi(y) \overset{\text{ss}}{=} B(\text{mod.}\ {}_vq)$$

avremo

$$\varphi(x)\cdot\chi(y) \equiv AB\,[\text{mod.}({}_vqA + {}_uqB + {}_u, {}_vq^2)]:$$

cioè il prodotto delle due dipendenze eguaglia il prodotto delle costanti pel modulo della seconda dipendenza moltiplicata per la costante della prima: più il modulo della prima dipendenza moltiplicata per la costante della seconda: più il quadrato dei due moduli nelle respettive variabili. Infatti avremo

$$\varphi(x) = A + q\varphi_1(u)\,, \quad \chi(y) = B + q\chi_1(v)$$

onde

$$\varphi(x)\cdot\chi(y) = AB + Aq\chi_1(v) + Bq\varphi_1(u) + q^2\varphi_1(u)\chi_1(v)$$

che si riduce alla dipendenza notata.

Egli è da notarsi che la moltiplicazione di quelle dipendenze può indicarsi per

$$\varphi(x)\cdot\chi(y) \equiv AB(\text{mod. } {}_uq)(\text{mod. } {}_vq),$$

quindi nella moltiplicazione di due dipendenze avremo

$$(\text{mod. } {}_uq)(\text{mod. } {}_vq) = \text{mod.}({}_vqA + {}_uqB + {}_u, {}_vq^2)\,.$$

Devesi qui notare, che facendo

$$A = 0\,, \quad B = 0\,;$$

dalle dipendenze

$$\varphi(x) \equiv 0(\text{mod. } {}_uq)\,, \quad \chi(y) \equiv 0(\text{mod. } {}_vq)$$

avremo

$$\varphi(x)\cdot\chi(y) \equiv 0\,[\text{mod.}({}_u, {}_vq^2)]$$

ed anche

$$(\text{mod. } {}_uq)(\text{mod. } {}_vq) = \text{mod.}({}_u, {}_vq^2)$$

cioè in questo caso il prodotto delle due dipendenze dipende dal quadrato del modulo nelle respettive variabili.

19. Sieno date le tre dipendenze

$$\varphi(x) \equiv A(\text{mod. } {}_u q)\ ,\ \chi(y) \equiv B(\text{mod. } {}_v q)\ ,\ \xi(z) \equiv C(\text{mod. } {}_w q)$$

potremo indicare la loro moltiplicazione per

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \equiv ABC(\text{mod. } {}_u q)(\text{mod. } {}_v q)(\text{mod. } {}_w q)$$

dalla quale facilmente otterremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \equiv ABC\ [\text{mod}\ ($$

$${}_u qBC + {}_v qAC + {}_w qAB + {}_u, {}_w q^2B + {}_v, {}_w q^2A + {}_u, {}_v q^2C + {}_u, {}_v, {}_w q^3)]$$

e quindi

$$(\text{mod.} {}_u q)(\text{mod.} {}_v q)(\text{mod.} {}_w q) = \text{mod.}({}_u qBC + {}_v qAC + {}_w qAB +$$

$${}_u, {}_w q^2B + {}_v, {}_w q^2A + {}_u, {}_v q^2C + {}_u, {}_v, {}_w q^3)\ ,$$

cioè il prodotto di tre dipendenze dipende dal prodotto delle tre costanti pei moduli di ciascuna dipendenza moltiplicati per le due costanti delle altre dipendenze: più il quadrato dei moduli di due dipendenze per la costante della terza, e finalmente il cubo dei moduli delle tre dipendenze.

Si osservi il caso di

$$A = B = C$$

nel quale avremo le seguenti eleganti formole

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \overline{\underline{\infty}} A^3 \; [\text{mod.} \{ ({}_uq + {}_vq + {}_wq)A^2 +$$

$$({}_u, {}_wq^2 + {}_v, {}_wq^2 + {}_u, {}_vq^2)A + {}_u, {}_v, {}_wq^3 \} \;]$$

$$(\text{mod.}\ {}_uq)(\text{mod.}\ {}_vq)(\text{mod.}\ {}_wq) = \text{mod.}[({}_uq + {}_vq + {}_wq)A^2 +$$

$$({}_u, {}_wq^2 + {}_v, {}_wq^2 + {}_u, {}_vq^2)\ A + {}_u, {}_v, {}_wq^3]$$

ove devesi notare, che per fissare questa seconda egualianza devesi avere riguardo alle dipendenze, donde è provenuto il prodotto.

Facendo in queste

$$A = o$$

Avremo che il prodotto delle dipendenze

$$\varphi(x) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_uq)\ ,\ \chi(y) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_vq)\ ,\ \xi(z) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_wq)$$

sarà

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \overline{\underline{\infty}}\ o(\text{mod.}\ {}_u, {}_v, {}_wq^3)$$

$$(\text{mod.}\ {}_uq)(\text{mod.}\ {}_vq)(\text{mod.}\ {}_wq) = \text{mod.}\ {}_u, {}_v, {}_wq^3$$

cioè il cubo dei moduli per le rispettive variabili.

Sieno da moltiplicarsi fra loro le quattro dipendenze

$$\varphi(x) \overline{\underline{\infty}}\ A(\text{mod}\ {}_uq)\ ,\quad \chi(y) \overline{\underline{\infty}}\ A(\text{mod.}\ {}_vq)\ ,$$

$$\xi(z) \overline{\underline{\infty}}\ C(\text{mod.}\ {}_wq)\ ,\quad \psi(\varepsilon) \overline{\underline{\infty}}\ D(\text{med.}\ {}_rq)$$

avremo similmente la seguente

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z).\psi(\varepsilon) \overline{\underline{\infty}}\ ABCD(\text{mod.}\ {}_uq)\text{mod.}\ {}_vq)(\text{mod.}\ {}_wq)(\text{mod.}\ {}_rq)$$

ossia svolgendo il secondo membro della dipendenza,

sarà

$$\varphi(x)\,.\,\chi(y)\,.\,\xi(z)\,.\,\psi(\varepsilon) \overline{\underline{\infty}}\ \mathrm{ABCD}\ [\mathrm{mod.}($$

$$_{u}q.\mathrm{BCD} + {}_{v}q.\mathrm{ACD} + {}_{w}q.\mathrm{ABD} + {}_{r}q.\mathrm{ABC}$$

$$_{u,\,v}q^2.\mathrm{CD} + {}_{u,\,w}q^2.\mathrm{BD} + {}_{v,\,w}q^2.\mathrm{AD} + {}_{u,\,r}q^2.\mathrm{BC} +$$

$$_{v,\,r}q^2.\mathrm{AC} + {}_{w,\,r}q.^2\mathrm{AB}$$

$$_{v,\,u,\,w}q^3.\mathrm{D} + {}_{v,\,w,\,r}q^3.\mathrm{A} + {}_{u,\,v,\,r}q^3.\mathrm{C} + {}_{u,\,w,\,r}q^3.\mathrm{R} +$$

$$_{u,\,v,\,w,\,r}q^4.$$

Ponendo

$$\mathrm{A} = \mathrm{B} = \mathrm{C} = \mathrm{D}$$

otterremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z).\psi(\varepsilon) \overline{\underline{\infty}}\ \mathrm{A}^4\ [\mathrm{mod.}\{({}_{u}q + {}_{v}q + {}_{w}q + {}_{r}q)\mathrm{A}^3 +$$

$$({}_{u,\,v}q^2 + {}_{u,\,w}q^2 + {}_{v,\,w}q^2 + {}_{u,\,r}q^2 + {}_{v,\,r}q^2 + {}_{w,\,r}q^2)\mathrm{A}^2$$

$$({}_{u,\,v,\,w}q^3 + {}_{v,\,w,\,r}q^3 + {}_{u,\,v,\,r}q^3 + {}_{u,\,w,\,r}q^3)\mathrm{A} + {}_{u,\,v,\,w,\,r}q\eta:$$

e fatta in questa

$$\mathrm{A} = 0$$

avremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z).\psi(\varepsilon) \overline{\underline{\infty}}\ 0\ (\mathrm{mod.}\ {}_{u,\,v,\,w,\,r}q^4)$$

che sarà il prodotto delle quattro dipendenze

$$\varphi(x) \overline{\underline{\infty}}\ 0\ \mathrm{mod.}\ {}_{u}q)\ ,\quad \chi(y) \overline{\underline{\infty}}\ 0\ (\mathrm{mod.}\ {}_{v}q),$$

$$\xi(z) \overline{\underline{\infty}}\ 0\ (\mathrm{mod.}\ {}_{w}q)\ ,\quad \psi(\varepsilon) \overline{\underline{\infty}}\ 0\ (\mathrm{mod.}\ {}_{r}q)\,.$$

Considerando la legge, con la quale procedono questi termini, potremo fissare le due seguenti regole, che servono a sviluppare i moduli eguali dei prodotti delle dipendenze.

I. Uno o più moduli si moltiplicano per le costanti delle altre dipendenze, escluse sempre quelle che ad essi moduli presi si appartengono.

II. I moduli si prendano primieramente ad uno ad uno, poi si fa il prodotto delle combinazioni a due a due; in appresso a tre a tre, e così in seguito; e se n sono le dipendenze, finalmente si prende il prodotto degli n moduli.

Queste due leggi cognite, noi potremo facilmente moltiplicare n dipendenze fra loro. Siano pertanto

$$\varphi(x) \equiv A(\text{mod.}\ {}_{u}q)\,,\quad \chi(y) \equiv B(\text{mod.}\ {}_{v}q)\,,$$

$$\xi(z) \equiv C(\text{mod.}\ {}_{w}q)\,,\quad \ldots\ldots\ \bar{\omega}(\omega) \equiv Z(\text{mod.}\ {}_{\iota}q)$$

le n dipendenze, otterremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z)\ldots\bar{\omega}(\omega) \equiv ABC\ldots Z(\text{mod.}\ {}_{u}q)(\text{mod.}\ {}_{v}q)(\text{mod.}\ {}_{w}q)\ldots(\text{mod.}\ {}_{\iota}q)$$

e con le due regole date svolgendo i moduli, avremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z)\ \ldots\ \bar{\omega}(\omega) \equiv ABC\ldots Z[\text{mod.}($$

$${}_{u}q.BC\ldots Z + \ldots\ldots + {}_{\iota}q.AB\ldots Y +$$

$${}_{u,\,v}q^{2}.CD\ldots Z + \ldots\ldots + {}_{s,\,\iota}q^{2}.AB\ldots X +$$

$${}_{u,\,v,\,w}q^{3}.DE\ldots Z + \ldots\ldots + {}_{r,\,s,\,\iota}q^{3}.AB\ldots V +$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$${}_{u,\,v,\,\ldots\,s}q^{n-1}.Z + \ldots\ldots + {}_{v,\,w,\,\ldots\,\iota}q^{n-1}.A$$

$${}_{u,\,v,\,w,\,\ldots\,\iota}q^{n}:$$

Questa è la formola generale della moltiplicazione

di n dipendenze dello stesso modulo. Fancendo

$$A = B = C = \ldots = Y = Z$$

avremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z)\ldots\tilde{\omega}(\omega) \overline{\underline{\infty}} A^n[\text{mod.}\{({}_uq + {}_vq + \ldots + {}_tq)A^{n-1} +$$

$$({}_u, {}_vq^2 + \ldots + {}_s, {}_tq^2)A^{n-2} + ({}_u, {}_v, {}_wq^3 + \ldots + {}_r, {}_s, {}_tq^3)A^{n-3} +$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$({}_u, {}_v, \ldots {}_sq^{n-1} + \ldots + {}_v, {}_w, \ldots {}_tq^{n-1})\,A + {}_u, {}_v, \ldots {}_tq^n :$$

e supponendovi ancora

$${}^1A = o$$

avremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z)\ldots i\tilde{\omega}(\omega) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_u, {}_v, \ldots {}_tq^n)$$

che sarà il prodotto delle n dipendenze

$$\varphi(x) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_uq)\ ,\quad \chi(y) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_vq)\ ,$$

$$\xi(z) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_wq)\ \ldots,\ \ldots\ \tilde{\omega}(\omega) \overline{\underline{\infty}}\ o\ (\text{mod.}\ {}_tq)$$

20. In questo numero studieremo le dipendenze di modolo differente: e primieramente sieno date le due dipendenze

$$\varphi(x) \overline{\underline{\infty}}\ A(\text{mod.}\ {}_uq)\ ,\quad \chi(y) \overline{\underline{\infty}}\ B(\text{mod.}\ {}_vq')$$

moltiplicando sarà

$$\varphi(x).\chi(y) \overline{\underline{\infty}}\ AB(\text{mod.}\ {}_uq)(\text{mod.}\ {}_vq')\ ,$$

conseguiremo svolgendo i modoli

$$\varphi(x).\chi(y) \overline{\underline{\infty}}\ AB\ [\ \text{mod.}({}_vq'A + {}_uqB + {}_uq.{}_vq')]\ :$$

cioè il prodotto di due dipendenze di modulo diverso eguaglia il prodotto delle costanti pel modnlo della seconda dipendenza moltiplicata per la costante della prima; più il modulo della prima dipendenza moltiplicata per la costante della seconda; e più il prodotto dei due moduli. Infatti avendosi

$$\varphi(x) = A + q\varphi_1(u)\,, \quad \chi(y) = B + q'\chi_1(v)$$

conseguiremo

$$\varphi(x).\chi(y) = AB + Aq'\chi_1(v) + Bq\varphi_1(u) + qq'\varphi_1(u)\chi_1(v)$$

che si riduce alla dipendenza di sopra: ove devesi notare, valere nelle dipendenze di modulo diverso la equazione simbolica

$$(\text{mod. } {}_uq)(\text{mod. } {}_vq') = \text{mod.}({}_vq'A + {}_uqB + {}_uq\,{}_vq')$$

Egli è facile riconoscere, che fatte le costanti

$$A = 0\,, \quad B = 0$$

il prodotto delle dipendenze

$$\varphi(x) \equiv 0\ (\text{mod. } {}_uq)\,, \quad \chi(y) \equiv 0\ (\text{mod. } {}_vq')$$

dipenderà dal prodotto dei moduli presi relativamente alle rispettive variabili.

Se fossero da moltiplicarsi fra loro le tre dipendenze

$$\varphi(x) \equiv A(\text{mod. } {}_uq)\,, \quad \chi(y) \equiv B(\text{mod. } {}_vq')\,, \quad \xi(z) \equiv C(\text{mod. } {}_wq'')$$

otterremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \equiv ABC(\text{mod.}\ {}_{u}q)(\text{mod.}\ {}_{v}q')(\text{mod.}\ {}_{w}q'')$$

e svolgendo i moduli sarà

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \equiv ABC\ [\text{mod.}($$

$${}_{u}q.BC + {}_{v}q'.AC + {}_{w}q''.AB + {}_{u}q\,{}_{w}q''B + {}_{u}q'\,{}_{w}q''A + {}_{u}q\,{}_{v}q'C + {}_{u}q\,{}_{v}q'\,{}_{w}q'')];$$

donde diremo che ancora nei prodotti delle dipendenze di modulo differente dovrà ritenersi la egualianza

$$(\text{mod.}\ {}_{u}q)(\text{mod.}\ {}_{v}q')(\text{mod.}\ {}_{w}q'') = \text{mod.}({}_{u}q.BC + {}_{v}q'.AC + {}_{w}q''.AB +$$

$${}_{v}q'\,{}_{w}q''.A + {}_{u}q\,{}_{w}q''.B + {}_{u}q\,{}_{v}q'.C + {}_{u}q\,{}_{v}q'\,{}_{w}q'')$$

mentre ne dedurremo che il prodotto di tre dipendenze di differente modulo dipende dal prodotto delle tre costanti pei moduli di ciascuna dipendenza moltiplicati per le due costanti delle altre dipendenze: più il prodotto dei moduli di due dipendenze per la costante della terza, e finalmente pel prodotto dei moduli delle tre dipendenze.

Facendo

$$A = B = C$$

avremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \equiv A^3\ [\text{mod.}\{A^2({}_{u}q + {}_{v}q' + {}_{w}q'')$$

$$+ A({}_{u}q\,{}_{w}q'' + {}_{v}q'\,{}_{w}q'' + {}_{u}q.{}_{v}q') + {}_{u}q\,{}_{v}q'\,{}_{w}q''\}]$$

donde se

$$A = o$$

conseguiremo pel prodotto delle tre dipendenze

$$\varphi(x) \overset{\cong}{\equiv} o(\text{mod.}\,{}_{u}q)\,,\quad \chi(y) \overset{\cong}{\equiv} o(\text{mod.}\,{}_{v}q')\,,\quad \xi(z) \overset{\cong}{\equiv} o(\text{mod.}\,{}_{w}q'')$$

la seguente

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \overset{\cong}{\equiv} o(\text{mod.}\,{}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{w}q'')\,.$$

Se si dovessero similmente moltiplicare le quattro dipendenze di modulo diverso

$$\varphi(x) \overset{\cong}{\equiv} A(\text{mod.}\,{}_{u}q)\,,\quad \chi(y) \overset{\cong}{\equiv} B(\text{mod.}\,{}_{v}q')\,,$$

$$\xi(z) \overset{\cong}{\equiv} C(\text{mod.}\,{}_{w}q'')\,,\quad \psi(z) \overset{\cong}{\equiv} D(\text{mod.}\,{}_{r}q''')$$

avremmo similmente il prodotto

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z).\psi(z) \overset{\cong}{\equiv} ABCD\ (\text{mod.}\,{}_{u}q)(\text{mod.}\,{}_{v}q')(\text{mod.}\,{}_{w}q'')(\text{mod.}\,{}_{r}q''')$$

che svolti i moduli darà

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z).\psi(z) \overset{\cong}{\equiv} ABCD[\text{mod.}({}_{u}q.BCD + {}_{v}q'.ACD + {}_{w}q''.ABD +$$
$${}_{r}q'''.ABC + {}_{u}q.{}_{v}q'.CD + {}_{u}q.{}_{w}q''.BD + {}_{v}q'.{}_{w}q''.AD + {}_{u}q.{}_{r}q'''.BC +$$
$${}_{v}q.{}_{r}q'''.AC + {}_{w}q''.{}_{r}q'''.AB + {}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{w}q''.D + {}_{v}q.{}_{w}q''.{}_{r}q'''.A +$$
$${}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{r}q'''.C + {}_{u}q.{}_{w}q''.{}_{r}q'''.B + {}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{w}q''.{}_{r}q'''\,.$$

Ponendo

$$A = B = C = D$$

avremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z).\psi(z) \overset{\cong}{\equiv} A^4\ [\text{mod.}\{A^3({}_{u}q + {}_{v}q' + {}_{w}q'' + {}_{r}q''') +$$
$$A^2({}_{u}q.{}_{v}q' + {}_{u}q.{}_{w}q'' + {}_{v}q'.{}_{w}q'' + {}_{u}q.{}_{r}q''' + {}_{v}q'.{}_{r}q''' + {}_{w}q''.{}_{r}q''') +$$
$$A({}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{w}q'' + {}_{v}q'.{}_{w}q''.{}_{r}q''' + {}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{r}q''' + {}_{u}q.{}_{w}q''.{}_{r}q''') + {}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{w}q''.{}_{r}q'''$$

e fatta in questa

$$A = o$$

conseguiremo che il prodotto delle quattro dipendenze

$$\varphi(x) \overset{=}{\underline{\infty}} o \,(\text{mod.}\ {}_u q\,, \quad \chi(y) \overset{=}{\underline{\infty}} o \,(\text{mod,}\ {}_v q')\,,$$

$$\xi(z) \overset{=}{\underline{\infty}} o \,(\text{mod.}\ {}_w q'')\,, \quad \psi(\varepsilon) \overset{=}{\underline{\infty}} o \,(\text{mod.}\ {}_r q''')$$

sarà rappresentato per

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z).\psi(\varepsilon) \overset{=}{\underline{\infty}} o(\text{mod.}\ {}_u q.{}_v q'.{}_w q''.{}_r q''') :$$

Considerando la legge, con la quale procedono questi termini, potremo fissare le due seguenti regole, che servono a sviluppare i differenti moduli dei prodotti delle dipendenze.

I. Uno o più moduli si moltiplicano per le costanti delle altre dipendenze, escluse sempre quelle costanti, che ad essi moduli presi si appartengono.

II. I moduli si prendono primieramente ad uno ad uno, poi tutte le combinazioni a due a due, in appresso a tre a tre, e così di seguito: e se n sono le dipendenze, si prende finalmente il prodotto degli n moduli.

Queste leggi cognite potremo facilmente moltiplicare n dipendenze fra loro di modulo differente. Sieno pertanto

$$\varphi(x) \overset{=}{\underline{\infty}} A(\text{mod.}\ {}_u q)\,, \quad \chi(y) \overset{=}{\underline{\infty}} B(\text{mod.}\ {}_v q')\,, \quad \xi(z) \overset{=}{\underline{\infty}} C(\text{mod.}\ {}_w q'')$$

$$\ldots\ldots \quad \omega(\omega) \overset{=}{\underline{\infty}} Z\,(\text{mod.}\ {}_t q^{(n-1)})$$

le n dipendenze, moltiplicando, otterremo

$$\varphi(x).\chi(y)\,..\,\tilde{\omega}(\omega) \equiv AB\,..\,Z(\text{mod. }_{u}q)(\text{mod. }_{v}q')\,..\,(\text{mod. }_{t}q^{(n-1)})$$

e con le due regole date, svolgendo i moduli sarà

$$\varphi(x).\chi(y)\,..\,\tilde{\omega}(\omega) \equiv AB\,..\,Z\,[\text{mod. }($$

$$_{u}q.BC\,..\,Z + \ldots + {}_{t}q^{(n-1)}.AB\,..\,Y +$$

$$_{u}q.{}_{v}q'.CD\,..\,Z + \ldots + {}_{s}q^{(n-2)}.{}_{t}q^{(n-1)}.AB..X +$$

$$_{u}q.{}_{v}q'.{}_{w}q''.D\,..\,Z + \ldots + {}_{r}q^{(n-3)}.{}_{s}q^{(n-2)}.{}_{t}q^{(n-1)}.AB..V +$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$_{u}q.{}_{v}q'\ldots{}_{s}q^{(n-2)}.Z + \ldots + {}_{u}q.{}_{v}q'\ldots{}_{t}q^{(n-1)})$$

Questa sarà la formola generale della moltiplicazione di n dipendenze di modulo diverso.

Facendo

$$A = B = C = \ldots = Z$$

otterremo

$$\varphi(x).\chi(y)\ldots\tilde{\omega}(\omega) \equiv A^{n}[\text{mod. }\{({}_{u}q + \ldots + {}_{t}q^{(n-1)})A^{n-1} +$$

$$({}_{u}q.{}_{v}q' + \ldots + {}_{s}q^{(n-1)}.{}_{t}q^{(n-1)})A^{n-2} +$$

$$({}_{u}q.{}_{v}q'.{}_{w}q' + \ldots + {}_{r}q^{(n-3)}.{}_{s}q^{(n-2)}.{}_{t}q^{(n-1)})A^{n-3} +$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$({}_{u}q.{}_{v}q'\ldots{}_{s}q^{(n-3)} + \ldots)A + {}_{u}q.{}_{v}q'\ldots{}_{t}q^{(n-1)}\}\,]$$

e supponendo ora

$$A = o$$

si otterrà

$$\varphi(x).\chi(y)\ldots\tilde{\omega}(\omega) \equiv o\ (\text{mod. }{}_{u}q.{}_{v}q'\ldots{}_{t}q^{(n-1)}).$$

Queste saranno le formole generali della moltiplicazione delle dipendenze di modulo diverso, quando le costanti sono qualunque, o sono eguali fra loro, ovvero eguagliano zero.

Può avvenire che fra queste dipendenze alcune abbiano i moduli eguali ed altre no: similmente che alcune costanti sieno zero ed altre eguali fra loro: ma la moltiplicazione di queste dipendenze riducendosi ad essere casi particolari delle formole date, potremo facilmente determinare i valori.

21. Per dare qui una facile applicazione di queste dipendenze vogliasi conoscere immediatamente lo svolgimento degli n binomi

$$(x_1 + y_1)(x_2 + y_2)(x_3 + y_3) \ldots (x_{n-1} + y_{n-1})(x_n + y_n)$$

Incominciando dai

$$(x_1 + y_1)(x_2 + y_2)$$

ponendo

$$A = x_1 , \quad q\varphi_1(u) = y_1 , \quad B = y_2 , \quad q'\chi_1(u) = x_2$$

avremo

$$\varphi(x)\cdot\chi(y) \equiv x_1 y_2 [\text{mod.}(x_1 x_2 + y_1 y_2 + y_1 x_2)]$$

che si decompone nelle due dipendenze

$$\varphi(x) \equiv x_1(\text{mod. } y_1) , \quad \chi(y) \equiv y_2(\text{mod. } x_2) ,$$

di cui il prodotto s'indicherà per

$$\varphi(x)\cdot\chi(y) \equiv x_1 y_2(\text{mod. } y_1)(\text{mod. } x_2)$$

onde simbolicamente avremo

$$(\text{mod. } y_1)(\text{mod. } x_2) = \text{mod.}(x_1 x_2 + y_1 y_2 + y_1 x_2).$$

Prendendo tre fattori binomiali

$$(x_1 + y_1)(x_2 + y_2)(x_3 + y_3)$$

ponendo

$$A = x_1 \,,\; B = x_2 \,,\; C = x_3 \,,\; q\varphi_1(u) = y_1 \,,\; q'\chi_1(v) = y_2 \,,\; q''\xi(w) = y_3$$

avremo

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \equiv x_1 x_2 x_3[\text{mod.}(y_1 x_2 x_3 + y_2 x_1 x_3 + y_3 x_1 x_2 + y_1 y_3 x_2 + y_2 y_3 x_1 + y_1 y_2 x_3 + y_1 y_2 y_3)]$$

che si può decomporre nelle tre dipendenze

$$\varphi(x) \equiv x_1(\text{mod. } y_1) \,,\; \chi(y) \equiv x_2(\text{mod. } y_2) \,,\; \xi(z) \equiv x_3(\text{mod. } y_3)$$

ed indicandosi ancora il loro prodotto per

$$\varphi(x).\chi(y).\xi(z) \equiv x_1 x_2 x_3(\text{mod. } y_1)(\text{mod. } y_2)(\text{mod. } y_3)$$

otterremo che in queste dipendenze dovrà sussistere simbolicamente

$$(\text{mod. } y_1)(\text{mod. } y_2)(\text{mod. } y_3) = \text{mod.}(y_1 x_2 x_3 + y_2 x_1 x_3 + y_3 x_1 x_2 + y_1 y_3 x_2 + y_2 y_3 x_1 + y_1 y_2 x_3 + y_1 y_2 y_3)$$

Generalmente da quella formola generale, avremo lo svolgimento degli n fattori binomiali

$$(x_1 + y_1)(x_2 + y_2) \,.\,.\, (x_n + y_n) \;:$$

Infatti prendendo

$$A = x_1\,,\quad B = x_2\,,\quad C = x_3\,,\ \ldots\ Z = x_n$$

$$q\varphi_1(u) = y_1\,,\ q'\chi_1(v) = y_2\,,\ q''\xi(w) = y_3\,,\ \ldots\ q^{(n-1)}\bar{\omega}(\omega) = y_n$$

avremo

$$\varphi(x).\chi(y)\ldots\bar{\omega}(\omega) \equiv x_1\,x_2\ldots x_n\ [\text{ mod. }($$

$$y_1\,x_2\,x_3\ldots x_n + y_2\,x_1\,x_3\ldots x_n + \ldots + y_n\,x_1\,x_2\ldots x_{n-1} +$$

$$y_1\,y_2\,x_3\ldots x_n + y_1\,y_3\,x_2\,x_4\ldots x_n + \ldots + y_{n-1}\,y_n\,x_1\ldots x_{n-2} +$$

$$y_1 y_2 y_3 x_4\ldots x_n + y_1 y_2 y_4 x_3 x_5\ldots x_n + \ldots + y_{n-2} y_{n-1} y_n x_1\ldots x_{n-3} +$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$y_1\,y_2\ldots y_{n-1}\,x_n + y_1\,y_2\ldots y_{n-2}\,y_n\,x_{n-1} + \ldots + y_2 y_3\ldots y_n x_1 +$$

$$y_1\,y_2\,y_3\ldots y_n$$

che si potrà decomporre nelle n dipendenze

$$\varphi'(x) \equiv x_1\ (\text{mod. } y_1)\,,\quad \chi(y) \equiv x_2\ (\text{mod. } y_2)\,,\ \ldots\ ;$$

$$\bar{\omega}(\omega) \equiv x_n\ (\text{mod. } y_n)\,,$$

nelle quali il prodotto dei moduli si potrà rappresentare per quello svolgimento, che vedesi nella formola generale.

Ponendo

$$x = x_1 = x_2 = \ldots = x_n$$

$$y = y_1 = y_2 = \ldots = y_n$$

avremo senza difficoltà il binonio newtoniano: il che prova la esattezza della formola generale data per le dipendenze. *(Continua.)*

Elogio di Giuseppe Venturoli scritto dal professore Maurizio Brighenti, ispettore generale di acque e strade, e recitato all'accademia delle scienze dell' istituto di Bologna il 27 maggio 1847.

Volge al suo termine un anno, chiarissimi accademici, da che il prof. Giuseppe Venturoli giungeva qui desiderante, e desideratissimo. E già prima aveva fatto sapere, dalla sua cospicua sede di Roma, che si sarebbe presa la fatica di verificare l' esecuzione dei pubblici lavori delle acque e delle strade al di qua dell'apennino, per rivedere i congiunti, gli amici, e questa sua carissima patria; ond'era non meno grande in tutti l'aspettazione e l'ansietà di rivederlo.

Quantunque in età grave, e stanco dai lunghi giri e rigiri nelle Marche, e nelle legazioni di Pesaro e di Forlì, nulla aveva rimesso dell' aspetto di sanità, che per la complessione eccellente mostrò sempre in quel suo corpicciuolo piuttosto gracile. L'indole abitualmente tranquilla, nelle conversazioni gioviale, seria negli affari, e quel perspicuo potente dottissimo intelletto non erano in lui mutati: ci prometteva una vita lunghissima. — Ma era scritto che cinque mesi dopo l'avremmo perduto; e ci mancò nel 19 ottobre sull'ora terza. Che sono mai le speranze e i giudizi degli uomini!

La fama di tanto lume spento corse per la pubblica voce l'Italia, e si dilatò fuori in un subito. E già molti ne scrissero e scriveranno. Nondimeno a me suo affezionato discepolo, e quasi domestico da

30 anni, non comportava l'animo di tacere più lungamente l'ammirazione del sapere e della vita di tant' uomo. Il quale ufficio di gratitudine sarà scusato da temerità in questo luogo da voi, signori prestantissimi, i quali, guardando unicamente a' suoi meriti, avete voluto, quasi a materiale ricordo di tanta perdita, e a tributo di amore postumo verso di lui, che il discepolo occupasse il seggio del defunto maestro.

Egli nacque in questa città nel dì 21 gennaio 1768 di Domenico e di Anna Persiani, bolognesi anch'essi, di civilissima condizione, di virtù antica, e di fortuna sufficiente per attendere, liberi d'altre cure, al buon allevamento della numerosa figliolanza. Dalla quale ebbero piene contentezze; perchè tutti, maschi e femmine, di capace ingegno e di natura temperata, crebbero accetti e riputati nell'universale. Giuseppe, secondo genito, mostrò per tempo a che dovesse riuscire. Istruito dal babbo e dalla mamma nei primi rudimenti delle lettere italiane e latine, fu mandato di sette anni alle scuole del seminario: e ne'quattordici era già divenuto glorioso all' abate Magnani, che ivi le professava con riputazione di scrittore coltissimo nell'una e nell'altra lingua. Alle quali aggiunse, per gl'insegnamenti del celebre don Emanuele Aponte, la cognizione del greco: e poco dopo, quasi senza aiuto di maestri, quella dello spagnuolo, dell'inglese e del francese. Fin dalla puerizia studiosissimo, e simile, nè in ciò solo, a Galileo, non pigliava altre ricreazioni, che della musica; e si era composta una tastiera di legno, sulla quale fingeva di eseguire suoni che aveva uditi, o veniva creandosi nella fantasia. Di che accortasi la madre

attentissima, a consolarlo di questo desiderio lo diede ad istruire al maestro Cavedagni: e da lui messo in via, apprese con mirabile facilità il leggere a prima vista l'accompagnamento, e acquistò abilità di praticare e d'intendersi d'ogni maniera di musicali composizioni.

Fatto già maturo agli studi maggiori, lo troviamo uditore in filosofia del Vogli, che reggeva allora il convitto di Montalto, e in matematiche del Canterzani, professore dell'università e dell' istituto. Nomino questi due soli che bastano per un collegio di sapienti. E il Venturoli ne diede buon conto anch'esso, il 16 aprile del 1789, allorchè sostenne le pubbliche tesi, che gli fruttarono, coll' applauso che ancor risuona, la laurea filosofica, alla quale fu promosso dal Canterzani medesimo.

Quando considero al secolo in cui nacque il Venturoli, mi prende un cupo dolore e sdegno dei vanti di questa età, la quale corre inquieta gridando il *progresso*, e pare che voglia tutto rinnovare il sacro edificio della sapienza eretto dai nostri maggiori. Vide quel secolo fiorire Isacco Newton e Pier-Simone Laplace; Leonardo Eulero e Lodovico Lagrangia; e tanti altri sommi, senza numero, in tutta l'Europa: i quali raccolsero i frutti perpetuamente gloriosi, germinati dalla semenza sparsa a larga mano nel secolo precedente dal Galilei e dal Cavalieri su i campi di tutte le meccaniche e della sublime geometria. E fra noi vide a Giandomenico Guglielmini succedere i due Manfredi, poco dopo i due Zanotti, e ultimamente il Canterzani, che vedemmo anche noi. Chi oserebbe sperare possibili maggiori

altezze nel sapere? o giudicare men buona la via da essi battuta per arrivarvi?

Io vi confesso, o signori, che credo bellissima sorte del Venturoli l' essere venuto a quel tempo, nel quale gli studi si facevano per amore del vero eterno, e non per traffico della fuggevole fama presente; quanto faticosi e lunghi, tanto profondi e duraturi, incoraggiati, com' egli stesso diceva (1), *di onori e premi*, *tenui bensì*, *ma pur sicuri e solleciti*: e a lui toccarono, chè seppe meritarli.

Stette alquanto in forse a qual professione specialmente applicarsi. Attinse alle dottrine della ragion civile; ma presto se ne disgustò, avverso, com'era, alle gare forensi. Più lo invitavano le scienze fisiche, nelle quali si versò avidamente. E innamorato della fama del Galvani, si sarebbe dato, come il Guglielmini, alla medicina, se non lo avesse assalito una singolare apprensione della malattia del diabete, della quale studiando i sintomi pareagli di essere affetto; e se ne rattristava a modo, che il prudente genitore e i medici ne lo ritrassero. Fin d'allora, senz' altro dubitare, si diede a tutt'uomo alle matematiche applicate.

Era giovine di 23 anni, e già lodato per l'ampia erudizione nelle lettere di tante nazioni, quando in questo istituto lesse agli accademici delle scienze, ai quali era stato aggregato l'anno innanzi, la prima memoria = *De amnium cursu.* = Assunse di prova-

(1) Vedi l'elogio del Galvani pag. 4, nella *collezione* delle sue opere pubblicata per cura della nostra accademia. Bologna, tipografia Dall'Olmo, 1841.

re l'utilità delle formole generali dell' idrodinamica proposte dal d'Alembert, e rese dall'Eulero più semplici e generali negli atti dell'accademia di Berlino. Chiarì di fatti che, ben lungi dall'essere a sola pompa di calcoli, come uomini gravi le credettero perchè non possibili ad integrarsi, eran atte a saggiare la bontà delle teorie che correvano allora sul movimento delle acque.

Considerò prima il supposto che, in un alveo aperto ed inclinato, le molecole fluide si muovano parallele al fondo: e, confrontandone gli accidenti colle condizioni che derivano dalle generali equazioni suddette, mise in aperto non essere possibile quella specie di movimento, fuorchè nel caso degli alvei orizzontali; il che è fuor del naturale. Poi esaminò la teoria del Bonati, secondo la quale ogni elemento fluido dovrebbe muoversi per linee rette concorrenti nel punto d'incontro del fondo e della superficie, similmente rappresentati da due rette fra loro inclinate. Ricavò che con queste supposizioni può, tutto al più, soddisfarsi alla equazione della continuità, non mai a quella delle forze sollecitanti, e della pressione costante alla superficie. Onde concluse: « L'ipotesi dei Bonati non potersi ammettere ne' fiumi, ma solo negli alvei chiusi, come sono i tubi e gli acquedotti ». Piacque al Venturoli di dedurre per questi casi la scala delle velocità; e notate alcune mende nelle conseguenze del Bonati, s'imbattè negli stessi risultamenti che, molti anni dopo, ottenne dalla soluzione diretta del problema, integrando l'equazioni del moto a due coordinate di un velo fluido compreso fra pareti rettilinee. Seguitò per ul-

timo a discorrere delle note supposizioni stabilite dal Guglielmini nel libro della = *Misura delle acque correnti* =, e fece similmente palese che negli alvei aperti non potevano sussistere.

A conclusioni di tanto momento in quel tempo, per le dispute e per le dubbietà che tenevano divisa ed incerta l' autorità degl' idraulici, giunse nel primo passo il nostro geometra, con calcoli speditissimi e con limpidi ragionamenti, manifestando di avere misurata tutta quanta la scienza del corso de'fiumi. Nei due anni seguenti lesse altre due dissertazioni gravissime = *Sul pendolo idrometrico e sugli efflussi* =.

Il Bonati aveva notato di errore la stima della velocità delle correnti dedotta, col pendolo semplice, dall'osservazione dell'angolo del filo sopracqua: perchè la parte immersa del pendolo s'incurva appunto secondo l'impulso vario dei filetti d'acqua che la investono, e però l'infimo latercolo di questa curva ha l'inclinazione ben diversa dall'osservata. Per determinare la qualità di sì fatto errore, il Venturoli prese a considerare la curva del filo, supponendo conosciuta la scala delle velocità: e ne trasse che, qualunque sia questa scala, la velocità stimata dall' angolo apparente sarà sempre maggiore del vero. Dopo la quale conclusione addità anche la correzione da farsi alla misura dell' urto de' fluiti, ottenuta da Gregorio Fontana collo stesso istrumento.

Immaginando poi, invece di una palla sospesa ad un filo, un'asta cilindrica girevole intorno al centro di sospensione, compose il pendolo da lui denominato composto, atto a determinare la scala delle

velocità, nel primo caso supposta, mediante una serie d'immersioni dell'asta stessa, in ciascuna delle quali si tien conto della deviazione dalla verticale. Dimostrò inoltre come lo stesso ingegno può servire a misurare l'urto dei fluidi contro l'asta, assai meglio del pendolo semplice, purchè nell'una e nell'altra ricerca la divergenza dalla verticale non superi i 25 o 30°. Così fin da quel tempo proponeva la bella teoria di questo nuovo tachimetro, interamente a lui dovuta, da lui ampliata in seguito, e ricevuta con unanime approvazione dai dotti.

Nella seconda memoria trattò — *Degli efflussi dai vasi semplici* — per le piccole luci nude, o armate di breve tubo, e dai vasi interrotti da diaframmi. Ne determinò l'erogazione e le pressioni interiori, deducendo tutta la foronomia dall'equazioni generali del moto lineare, con un metodo unico e rigoroso, mentre altri ne facevano dipendere i teoremi da considerazioni particolari ad ogni problema, creando nuove ipotesi: o, disperati d'ogni teoria, li ammettevano empiricamente.

Onde è che il Venturoli, non ancora compiti i 25 anni, ebbe il merito insigne di far dipendere tutta quanta l'idraulica razionale dalla generale teoria in un modo semplicissimo; e vi adoperò l'analisi algebrica la più elegante e spedita, con soluzioni concise ed evidenti, che dopo di lui sono state seguite in tutte le scuole.

A non lasciar nulla indietro, aveva nell'aprile 1794 tassata vittoriosamente, nell'accademia stessa, di paralogismo la dimostrazione data dal Bossut del teorema fondamentale « *che la velocità dell'efflusso*

si debba valutare dal peso della colonna d'acqua incombente al foro ». Nel che i trattatisti seguivano quasi cecamente l'Ermanno, immemori che il Newton, vedendo in fatto essere la velocità dell'efflusso dovuta all'altezza del battente, n'aveva dedotto doversi riguardare cagionata dal peso di una colonna d'altezza doppia di quella. E sebbene Gregorio Fontana volesse più tardi puntellare la dimostrazione del Bossut, non mancò il Venturoli di scoprire l'inganno del sottilissimo difensore, tutto riposto nella ipotesi, non conforme al vero, da cui quella dimostrazione si faceva dipendere. Poichè la velocità finita dell' efflusso non è prodotta da una forza finita in un tempo infinitesimo, ma da una serie di minimi impulsi in un tempo finito.

In tanta gioventù leggeva ancora, nel 1792, all' accademia solita a tenersi nella casa del conte Carlo Rusconi, altre due memorie — *Sulla forza del cuore*, e *Sulla elettricità atmosferica* —.

La forza del cuore era stimata da preclari filosofi di misura diversissima. Il Borelli la credeva potente ad equilibrare un peso di libbre 180, l'Hales di 50, il Keill di otto once. Il Venturoli chiarì come la tanta discrepanza provenisse unicamente dall' avere que'sapienti male definita la cosa che volevano stimare, e data la misura di forze fra loro naturalmente differenti. Così il Borelli proferisce la somma delle forze tutte, che si spendono nelle contrazioni del cuore; l' Hales la resistenza vinta dal cuore nel contrarsi; il Keill la forza dell' onda sanguigna che il cuore sospinge nell' aorta. Laonde concluse che, fatte tali distinzioni, quelle opinioni, tanto va-

rie, possono stare insieme senza contraddizione alcuna; poichè non vi ha controversia sugli effetti, dai quali ciascuna è derivata.

Erano registrate negli atti dell'accademia di Parigi del 1781 l'esperienze del Volta, e de'Lavoisier e Laplace, per le quali fu allora fermato che i liquidi nel convertirsi in fluidi aeriformi acquistano una grande capacità pel fuoco elettrico, e lo assorbono dai corpi circostanti. Da queste deduzioni il Venturoli prese l'argomento della seconda memoria, e ne cavò la semplicissima spiegazione sullo stato elettrico dell' atmosfera, della quale niun' altra per lungo tempo fu al certo più soddisfacente. E mostrò di compiacersene, avendola ad altre accademie presentata, e molti anni dopo lasciata andare due volte alle stampe. Chè se per le più recenti esperienze del Pouillet è mancato, colla suddetta dottrina della capacità, un fondamento su cui quella spiegazione ergevasi, vi resta però immobile anch'oggi il concetto cardinale di assegnare, in questa specie di fenomeni, una gran parte a quella elettricità che dicono di pressione, o attuata per influenza.

Vi parrà gran cosa, o signori, ch' egli, tanto giovine, fosse già singolarmente dotto in matematica e in fisica; avesse ordinata la scienza razionale delle acque a dipendere tutta dalle teorie più generali e sicure; fosse adorno di lettere in tante lingue, e in taluna scrittore di tanto perfetta eleganza da non potersi bramare di più. Compose in quegli anni la vita del Montefani, che un giudice, fra i pochissimi, competente ai dì nostri, reputa delle più belle prose latine di quel secolo. Ed anche allora n'ebbe

le lodi somiglianti. Di che basterà l'oracolo del Pessuti, il quale, nell'*Effemeridi* di Roma, annovera già il Venturoli – *fra quei rari e nominati geni « queis meliore luto finxit praecordia Titan »* : e affermava che quell'aureo commentario sarebbe senz'altro bastato a perpetuare ne'posteri il nome del Montefani. Usciva qui anonimo per le stampe della Volpe nel 1794. Ma ciò non valse a lui, ripugnante anco agli amici d'esserne autore, per tenerlo celato. Chè il palesava la fama del sapere, e dello squisito latino delle suddette dissertazioni accademiche, sebbene tutte inedite, già di voce in voce diffusa largamente in Italia. Chi non lo paragonerebbe al Newton, il quale trovò giovanissimo i *Principii*, l'*Ottica* e le *Flussioni*, e non se ne fece autore al pubblico che in età matura d'oltre 40 anni?

Per tanti e sì conosciuti meriti ottenne nel 1795 la lettura onoraria di matematiche nella università, e tre anni dopo la stipendiaria. E il vediamo nell' istituto, fino dal 1790, membro onorario; e l'anno appresso segretario dell'accademia aggiunto al Canterzani; indi pensionato nel 1797; in quest'anno stesso professore sostituto di storia naturale, e ne'secondi uffici della biblioteca.

Ma già era venuta la stagione burrascosa, nella quale questa troppo bella Italia fu invasa dalle subite armi di Francia, e patì un insolito rivolgimento di stati, di fortune, di leggi e di opinioni. Il quale, durato fluttuoso qualche anno, prese poi forma di stabilità dalla spada e dal senno di Napoleone unico. Il popolo intanto, ed anco i letterati, fra le feste della libertà s' ingannavano volentieri della servitù

impostaci dai vincitori; chè all' uno promettevano l'egualità, agli altri le glorie degli studi.

E di vero le nostre istituzioni sul principio si mantennero; indi ricevettero ingrandimento; e l'università e l'accademia dell'istituto, accresciuti di cattedre, di membri e di stipendi, divennero, non più del municipio solo, ma di tutta la nazione.

A Giuseppe Venturoli, reduce appena dai comizi di Lione, ov'era stato dai colleghi inviato a rappresentare l'istituto di Bologna, fu nel 1802 conferita la cattedra di matematiche applicate nell'ampliata università nazionale. L'uffizio poi di segretario dell'accademia, nel quale era succeduto al Paleani in quell'anno medesimo, gli fu restituito, con molto maggior emolumento, quando, trasferita nel 1812 a Milano la sede dell' istituto nazionale, qui ne rimase una sola sezione.

Egli non cessò mai nè prima nè dopo dalla indefessa opera de'suoi studi. Lesse all'accademia Rusconi una memoria, tuttora manuscritta, – Sulla mutazione del senso del colorito, che succede nell'occhio stanco dall'avere lungamente riguardato uno de' principali colori del prisma – : e con quel suo fino criterio, e con quella sua invincibil dialettica, sempre piena di luce, mostrò come, al rallentarsi delle vibrazioni nelle fibrille della retina, la sensazione del color principale degeneri in quella del suo affine, secondo che accade de' suoni nella scala diatonica. Onde gli effetti delle sperienze del Buffon ebbero da lui una bella dichiarazione, e la teoria delle ondulazioni dell' Eulero una notevole conferma. Fece e pubblicò la sola traduzione dell'opera *Sul calore ani-*

male ec. del Crawford che abbia veduta l'Italia: e l'accrebbe di copiose postille, piene di tanto sapere nella chimica, nella fisica e nella storia naturale, da disgradarne talora il testo, sempre poi atte a chiarirlo e ad ampliarlo.

Seguitò ancora a perfezionare le sue investigazioni sul moto dell'acque nei vasi discontinui, e nei tubi addizionali, e sul ritardo che soffrono in quelli di condotta. E ne fanno fede le memorie stampate dalla società italiana, che si onorava di lui sino dal 1804. Nè dopo di lui questa difficile materia potè collocarsi più al sicuro; salvo che colla determinazione di coefficienti numerici atti a rappresentare meglio anche gli esperimenti posteriori.

Fin da quando leggeva pel Canterzani nell'antico studio, poneva ogni cura a raccogliere ed ordinare un compito corso di meccanica e d' idraulica. Ora l'occasione dell'accresciuta frequenza degli uditori lo stimolava più forte; nè tardò troppo a compiere il proposito.

Nel 1806 dava fuori il 1 volume del suo trattato, cogli *Elementi della meccanica*; nell'anno successivo il secondo, con quelli dell' *idraulica*. Il favore incontrato da quest' opera fu straordinario. I dotti la giudicarono concordemente magistrale, e la esaltarono sopra tutti i trattati anteriori. Gli studiosi, essendo addottata per testo in tutte le università d' Italia, la cercarono avidamente: talchè la prima edizione, quantunque copiosa, fu prestamente esaurita. L'autore nel 1809 la ristampò accresciuta di un terzo volume di supplimenti, colle teorie principali della meccanica sublime; e fra quei supplimenti com-

prese anche la teoria del moto delle acque a due coordinate, nella quale, integrata l'equazione della continuità, e determinate le funzioni arbitrarie, diede la prima soluzione diretta del moto d'un velo d'acqua lateralmente contenuto da due pareti rettilinee concorrenti. Il Tadini trovò anch'esso, per altra via, la stessa soluzione, e voll' esserne salutato inventore. Ma non gli fu concesso; e il Venturoli medesimo nella terza edizione de'suoi elementi, uscita nel 1817, mostrò la conformità delle formole da lui date sei anni prima con quelle dell'insigne idraulico bergamasco.

Questa terza edizione, che ottenne l' onore di dotti commenti da professori di Bologna, di Roma, e di Pavia, fu grandemente avvantaggiata sopra le due precedenti, per esservi ridotto a maggiore unità l'insegnamento (incorporatavi la materia dei supplimenti colla parte elementare), e per molte aggiunte, massime sull'argomento delle macchine.

Vi splende fra queste la teoria dell'ariete idraulico, che era stata poco innanzi cagione di calorose controversie fra il Brunacci e il Tadini. Egli la fece discendere con acute e nuove considerazioni dall'equazioni del moto dell' acqua pei lunghi tubi: e vi stampò un' altra orma di quella dirittura della mente e della difficile facilità che si ammirano in tutto il suo trattato. Del quale mi passerò senz'altre parole; poichè sì di questi pregi, come della vastità della dottrina, dell' ordine, e del dettato conciso, esattissimo ed elegante, è conosciuto in Italia non solo, ma fuori; essendo presso i francesi, e in Germania autorevole; e dagl'inglesi, per consiglio del-

l'Herschel e del Babbage, voltato nella lingua loro a servigio degli studi; e di là passato anche negli Stati Uniti di America.

Noterò solamente che fu il primo fra noi, nel quale sia partitamente trattata la meccanica speculativa e la pratica; e nell' una si deduce dal minore numero possibile di principii tutta quanta la scienza; nell'altra è aperta la via, e misurata la fiducia delle applicazioni ad ogni subietto della professione d'ingegnere: di queste poi si veggono migliorate bene spesso le conosciute, e aggiunti esempi di non tentate ancora.

Laonde se non fu dato al Venturoli di creare alcun ramo di nuovo sapere, ottenne di far crescere e fruttificare gli adulti: né solo cogli scritti, ma colla viva voce nel quadrilustre insegnamento dalla cattedra.

Sono innumerevoli i testimoni della speciale eccellenza di lui nel tragittare i propri pensieri nella mente dei giovani. Citerò uno dei più autorevoli, il professore Gregorio Vecchi, che, dopo essergli stato qui discepolo, andò a Pavia uditore del Brunacci e del Volta, tanto famosi anco per l'abilità dell'insegnare; e mi affermava che se que'due grandissimi ebbero maggiore la copia del dire, non l'evidenza maggiore. Nè al Venturoli mancò la facondia: chè aveva la mente salda nel concetto che tutto abbracciava; vi scorgeva la via più facile a raggiungerlo; e, non che additarla, vi conduce per mano i discepoli. Anch'io fui de'fortunati; e i molti compagni ed io dicevamo fra noi: « È impossibile non intendere da lui le cose più ardue ». Qual maraviglia,

con tante lettere, e colla materia pronta, per gli studi e l'ingegno tanto potenti, la brevità in lui faconda, e l'ordine lucidissimo!

A più alti uffici ne'bisogni dello stato la santità di nostro signore Pio VII, d'immortale e benedetta memoria, destinava il Venturoli col *motu proprio* del 23 ottobre 1817, chiamandolo a Roma presidente del consiglio idraulico, e direttore della scuola degl'ingegneri. Egli vi andò in quell'anno medesimo: e fu subito preposto a scegliere i più abili fra tutti i nostri ingegneri invitati a far parte del nuovo corpo d'acque e strade.

Fece il regolamento di quella scuola; nel quale propose il numero delle cattedre, il modo e la durata della istruzione, i premi annui, la scala di merito degli allievi, e l'ammissione nel corpo a quelli che ne toccassero i primi gradi.

Le proposizioni di lui furono tutte approvate; e Roma ebbe dalla sapienza di Pio VII quello che Milano aveva sperato da un decreto di Napoleone, ma con conseguito. Sorse allora la prima scuola degl'ingegneri in Italia. Sull'esempio di quella di Roma l'ebbero, in segnito, anche Napoli e la Lombardia.

Non dirò del bene che vi facesse e vi faccia. La professione dell'ingegnere salì in grande onore; e gli ammaestramenti di quella scuola, oggi fiorentissima, non solo crearono fra noi allievi dotti in ogni parte della scienza e dell'arte, ma, fatti di ragione pubblica dai professori, ne portarono il nome e i profitti anche fuori. Il che torna a merito principale del Venturoli, che l'allevò con amore dalla nascita, e l'aiutò a crescere fino al colmo. Volle an-

che illustrarla con alcuno de'suoi scritti: *Sulla portata dei tubi addizionali d'imboccatura conica divergente, o diversamente inclinati alla presa dell'acque*; *Sull'uso della formola di Eytelwein* nel proporzionare la sezione agli scoli, e nel trovar la portata dei fiumi uniti; e finalmente *Sull'efflusso dai vasi conici*, e *Sulla curva del pelo d'acqua* regurgitato, o accelerato dalla chiamata dello sbocco.

Queste due ultime ricerche sono delle più lodate del Venturoli. In quella dei vasi conici sciolse il problema, decifrando le funzioni arbitrarie dell'integrale dell'equazione della continuità a tre coordinate; il che non era riuscito ad alcuno innanzi a lui: onde se ne levò un grido di generale approvazione fra gli scienziati. E piacque sì al Bidone, esimio professore e sperimentatore in idraulica a Torino, che da quella soluzione volle dedurre la determinazione teorica della contrazione della vena, con apparente mirabile accordo delle sue formole colle osservazioni. Chè se quella teoria trovò dopo difficoltà gravi in molti, ha però ancora propugnatore il Piola; e ciò solo basta a mantenerle celebrità (1). Nell' altra, che il chiarissimo prof. Mossotti, prescindendo dalle resistenze, aveva teoricamente promossa, volle il Venturoli ridurre le cose alla pratica; e vi riuscì da maestro. Trovò la curva, d'indole logaritmica, nella quale si dispone la superficie dell'acqua corrente in un alveo aperto, sostenuta che sia da lieve impedimento, o resa da lieve cascata più rapida; onde fu veduto essere in questi

(1) *Veggasi la nota in fine.*

casi indefinita l'estensione del rigurgito e della chiamata dello sbocco. Ricomparve in Italia, e di là dai monti quella curva, come trovata da altri; ma s'appartiene a lui, che la pubblicò il primo nel 1823.

Seguitando ora il Venturoli nell'uffizio solenne di presidente del consiglio sulle acque, e poscia sulle strade ancora, la materia al mio discorso si allarga a confini troppo lontani, e la stringerò quanto importa alla presente occasione.

Lo precedette a Roma la fama non solo d'insigne idraulico teorico, ma di pratico ancora. Non di sapiente nimico alla minuta trattazione degli affari, ma di esperto nelle pubbliche amministrazioni. Poiché giravano per le mani di tutti i suoi pareri sul drizzagno di Calcara nella Samoggia, sulla immissione delle acqua Bevilacqua negli scoli centesi, sullo scolo del comprensorio fra Poatello e Reno; e molti altri.

Era stato non solo censore della stampa, membro del collegio elettorale dei dotti, e due volte reggente dell'università, ma deputato per gli affari d'acque a Milano, e fra noi consigliere del dipartimento e del comune. Quindi fu intera la fiducia di tutti, che non mancherebbe all'aspettazione del pubblico nel reggere i consigli e l'amministrazione dei lavori dello stato. Sopra tutto si esaltava il principe della elezione di lui, che avendo superate, anzi disperate l' emulazioni e le invidie, era dai colleghi riverito: dai minori, la massima parte suoi discepoli, venerato.

Dovere del consiglio d'arte è il determinare le proposte delle opere di acque e strade negli annui

preventivi; il giudicarne i progetti, che son commessi agl' ingegneri delle province; il rivederne l'esecuzione e l'amministrazione; il rispondere alle consulte del governo in ogni cosa d'arte o di controversie, o di spese che vi siano attenenti. Alla mole di cure sì gravi si sobbarcò il Venturoli colle spalle poderose: e la sostenne fino all' ultimo di sua vita con tal valore, che al mancare di lui restò ognuno sfidato del potersi sostituirgli l'uguale.

Tutti gli affari più intricati rendeva agevoli colla maravigliosa facoltà di vedervi subito il nodo principale, e da qual capo risolverlo. Laonde, ridotte le questioni ai minimi termini, proponeva il suo parere con tale brevità ed evidenza, con tale forza del discorso, facile, convincentissimo, che il persuadeva ai colleghi, agli avversari, ai giudici, a chiunque vi avesse parte. A tanto giunse nella opinione di padroneggiare l' altrui giudizio, che nelle cose disputabili ciascuno dei contendenti l'avrebbe voluto difensore; e quando non potevano averlo, chiedevano che fosse escluso dall'interloquirvi. Nell' arte nulla gli era mai nuovo: e la di lui approvazione alle opere progettate era una gloria, l'emenda senza contraddizione accettata. Si ragguagliano a sopra trecento l' anno gli opinamenti che fece in sei lustri al consiglio; e tutti sì opportuni, sì splendidi ne'pregi delle sue opere maggiori generalmente diffuse, che se non compenessero un volume soverchio, nè tutti di argomenti da cercarsi passata l'occasione, sarebbero degni di stampa; ad esempio nobilissimo, e forse unico, del perfetto scrittore, e consigliere in materia di amministrazione e di arte. La eccellen-

za dello stile sarà felicemente creduta da coloro che ammirarono la perfettissima trasparenza del pensiero negli elogi del Galvani e del Malfatti, e nelle sue dissertazioni accademiche, e nel suo libro, o che udirono dalla sua voce le promozioni alle lauree in questa università, o videro le sue lettere famigliari. Chi della vastità dell' ingegno e del sapere dubiterebbe?

Nondimeno, per toccare di alcuni degli scritti al consiglio d' arte, rammenterò quelli sui circondari di scolo nelle legazioni nuovamente circoscritti e riordinatì; la relazione sulle paludi pontine, nella quale appare la stato a cui era condotta la grande opera di Pio VI nel 1836, e quanto rimanesse a perfezionarla; il progetto del traversante al ramo d'Ostia per migliorare la foce navigabile del Tevere a Fiumicino; il parere sul modo di riabilitare il porto d'Anzio, che si legge fra gli atti della società italiana; la proposizione di un sostegno, ove raccogliere e rialzare le acque del diversivo della Liscia, indi liberarle, a beneficio del canale di Fano; finalmente la informazione sul Reno dopo i disastri del 1842, che comprende in succinto le vicende e i pericoli della nuova inalveazione, il probabile pronostico dello stabilimento non remoto del fiume, le imperfette proposizioni dei rimedi immaginati, e la necessità di studi ben fatti a dichiararne la linea attuale possibile o no a sostenersi.

Chè se aggiungessi a questa enumerazione i voti, e tutti lodevoli, sopra nuovi andamenti di strade, sopra la revisione del catasto, o per controversie private di acque, di servitù, di giurisdizione, o

per commissioni di comunità, mi dilungherei dal proposito. Mi fa ben forza, o signori, il ricordarvi come non dimenticò la nostra accademia fra quelle moltiplici ed incessanti occupazioni.

Fin da quando risorse (ed operò efficacemente anch'esso a farla risorgere) non la privò quasi mai della dissertazione annuale, raccomandata dalle regole antichissime agli accademici pensionati. Laonde i nostri commentari furono arricchiti della teoria degli estuari, non tocca prima di lui; delle applicazioni che ne fece ai porti di riflusso; e dell' effemeridi tiberine. L'altezza del flusso e riflusso negli estuari dipende dalla loro ampiezza, tragrande, mezzana o minima; e nel primo caso il loro livello non si altera sensibilmente per le maree; nel secondo si eleva o si abbassa con legge dipendente da quantità logaritmiche trascendenti; nel terzo segue in tutto quello del mare. Quindi si fa manifesto che solo ne'piccoli bacini, come al Cesenatico, può utilmente raccogliersi l' alta marea, e chiudersi in tempo di riflusso, per isprigionarla a correre sul piano della secca a beneficio della foce; mentre negli amplissimi conviene lasciare aperta la comunicazione dell' estaurio col mare, come al porto Corsini. Tutte le vicende del movimento alternativo del mare e degli estuari sono espresse da formole semplicissime, e chiarite con esempi di fatto; per cui questa parte della scienza dell'ingegnere riconosce da lui l'insegnamento che gli bisognava.

Fu similmente primo in Italia a promuovere le statistiche de'fiumi; e dalle quotidiane altezze, osservate per 24 anni all'idrometro di Ripetta, compose

le tavole della portata quotidiana, media ed annua del Tevere; quindi dall'acqua che vi passa un anno per l'altro ricavò il rapporto con quella piovuta sulla tributaria campagna. Notò specialmente il fatto che, negli anni asciutti, il rapporto dell'acqua trascorsa pel fiume colla piovuta è maggiore che negli anni umidi e piovosissimi. Onde potè il nostro egregio Bertelli trarne, fino dal 1841, che dalle interne sorgenti, più che dalle piogge, dovea ripetersi la perennità del corso *dei fiumi*. E dopo di lui il benemerito Lombardini, confrontandone il deflusso medio con quello del Po, insciente della opinione del Bertelli, arguì essere questa una condizione *al tutto speciale* del Tevere, il quale, attese le piene altissime sul pelo perenne, tiene del lacuale e del torrentizio.

La vita operosa del Venturoli, bastevole ad onorare qualunque insigne letterato, qualunque sommo filosofo speculativo e pratico, fu cara a tutti per le virtù dell'animo. E che vale il sapere, se da quelle si scompagna?

Amò teneramente la famiglia, e adempì alle ottime parti di figlio, di marito e di padre. Amò e servì indefessamente la patria, lo stato, la nazione.

Pio, benefico, cortese, d'incorrotta coscienza, di tenore costante nella volubilità dei te mpi di modestia sincera ed amabile, non ebbe a soffrire inimicizie. Gli onori non cercò mai, e gli ottenne da liberi suffragi, e comandati dal voto pubblico. Le accademie di Torino, di Milano, di Venezia, di Roma, di Napoli, e ogni altra delle più cospicue d'Italia lo aggregarono ai loro soci. Anche quella

di Parigi ne mostrò desiderio due volte; ma a lui, che stava sempre in disparte, prevalsero i più sporgenti. Non mai, se non chiamato, si accostava ai potenti, per dignità di sapiente, non per burbanza; il che gli accrebbe la riverenza. Quante volte l'ho inteso dire: « che l'uomo dev'essere sollecito di meritare, non de'premi del merito »; « d'avere caldo il cuore, e fredda la ragione! ». Talora avresti giudicata indifferenza quella che veramente era costanza d'animo nei travagli domestici; come nelle perdite amarissime del fratello ingegnere (per soverchio zelo affogato in una rotta del Reno), di due figliuole sul fiore della età, della buona e fedele sua compagna. Ma quando ne parlava, quel suo sobrio e facile eloquio veniva meno, la sua serenità si annuvolava, e faceva forza visibilmente a se stesso. Che diremo dell'ultima sua infermità di sì violenta iscuria, che in dieci giorni lo estinse? Non un lamento, non un sospiro fu udito da lui; non accusò dolori, nè al fratello medico, nè alla sorella, nè al dilettissimo figliuolo, nè alla nuora, che lo assistevano amorosissimamente. Ricevette gli estremi conforti della religione con accesa fiducia in Dio, e con animo invitto fece la dipartita del giusto.

Sebbene di sì temperata natura, si mostrò, quando occorse, infiammato di coraggio civile, e di grande amore di patria. Levò nel ginnasio querele nobilissime contro le straniere usurpazioni dei trovati d'ingegno italiano. Rappresentò liberamente al cardinale Consalvi come gli studi e i professori, dopo la restaurazione, erano caduti in basso, e convenisse rialzarli. E allorchè il ministro Sebastiani spargeva

per l' Europa tante ingiurie degl' italiani, gli dava, in suo scritto, tale una sdegnosa disdetta ad ogni parola, da farnelo pentire e ripentire.

Fu di mediocre statura, di volto amabile e venerando. Il cranio grande, la fronte vasta, il guardo sereno ed espressivo erano taciti, ma non fallaci segni della capacità della mente e della bontà del cuore. Visse felice quanto è possibile quaggiù. E aitante della persona fino all'ultimo, volle vedere il ponte sulla veneta laguna, e la strada ferdinandea. Vi andò di qui col figliuolo e colla nuora, accompagnato fino a Vicenza, per fargli onore, da molti de' suoi ingegneri. I professori di Padova e di Milano gli fecero festa, e se ne rallegrarono; parve loro uno stupore quella verde vecchiaia, quella inalterata potenza dell'intelletto: e nell'altezza della fama e del grado quell'umilissimo contegno!

Presso a toccare i 78 anni morì contento in patria, fra i congiuntissimi: non essendogli mancato al chiudere degli occhi che la figliuola e i nipotini di Roma.

Era poco prima tutto lieto dell' era beata che vedeva prepararsi dalla santità di nostro signore, mandato da Dio. Dal quale, appena salito al trono, ricevette, assente, le insegne di commendatore di s. Gregorio Magno. E piacquero a lui, ma più all'universale, come luminoso principio di sapientissimo regno. Avrà dal municipio degno luogo fra i sepolcri dei bolognesi illustri, da' colleghi il monumento nell'università. Se non che più delle immagini durerà il desiderio e l' esempio delle sue virtù e delle opere immortali.

NOTA

Il chiarissimo Bidone, volendo applicare la teoria dell'efflusso dai vasi conici del Venturoli alla ricerca della contrazione della vena, suppone (*Memorie dell' accademia di Torino*, *vol.* 34, *pag.* 363 *e seg.*, *an.* 1830):

1. Che debba essere costante la pressione e la velocità lungo la traiettoria d' ogni molecola, nel brevissimo tronco della vena compreso fra l'origine e il termine della contrazione;

2. Che la direzione della velocità assoluta V alla prima sezione, ove comincia a formarsi la vena contratta, sia normale all'ultima sezione piana della massima contrazione.

Quindi osserva che, essendo in generale il piano della luce del vaso obliquo alla direzione della velocità assoluta, si avrà la portata di questa luce moltiplicandone l'elemento della superficie $dzdy$ per la velocità relativa normale al piano di essa luce, ossia per V *sen.* λ: indicando con λ l'angolo della velocità assoluta col piano medesimo, e debitamente integrando. E poichè nella sezione piana della massima contrazione la velocità assoluta V si ritiene normale all' elemento della di lei superficie, se questo lo chiami $d^2\omega$, ne avrai la portata $Vd^2\omega = dzdy\ V$ *sen.* λ; da cui $d^2\omega = dzdy$ *sen.* λ.

Da questa equazione si deduce subito, senz'altro calcolo, che se $\lambda = 90$, l'area del foro sarà uguale all'area della sezione contratta.

Supponendo poi che la sezione, ove comincia

a formarsi la vena, sia sferica di raggio R, come nel vaso conico, secondo la teoria del Venturoli, se si prende l'asse del cono per asse delle x, e le z, y ortogonali, coll'origine nel vertice, l'equazione precedente diviene:

$$d^2\omega = dzdy\,\frac{x}{R} = dzdy\,\frac{\sqrt{(R^2-y^2-z^2)}}{R}$$

Pel caso di una luce circolare di raggio r integrando, ed estendendo l'integrale da y, e da $z=0$, fino ad $y=(\sqrt{r^2-z^2})$, e a $z=r$, si ottiene

$$\omega = \frac{2\pi r^2}{3}\left\{\frac{R^2}{r^2}-\left(\frac{R^2-r^2}{r^2}\right)\sqrt{\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)}\right\}$$

$$r=R, \text{ si ha } \omega = \frac{2\pi r^2}{3}$$

onde il Bidone conclude: l'area della contrazione due terzi dell'area del foro circolare, come risulta dalla misura effettiva.

Ma su questa ingegnosa applicazione osservo:

1. Che l'assumere la pressione costante nel breve tronco della vena contratta è contrario al fatto, che dimostra essere minima la pressione nella sezione estrema della contrazione, appunto perchè ivi è massima la velocità;

2. Che l'assumere a priori che la velocità assoluta diminuisca al presentarsi dei fili d'acqua al foro del vaso, e divenga dovuta al battente nella sezione della massima contrazione, è un fatto noto per esperienza: ammesso il quale per altro l'area della sezione contratta riesce minore di due terzi di quelle della luce, cioè prossimamente uguale a sei decimi di essa.

Ma, prescindendo anche da queste considera-

zioni, a me sembra che quando si fa $r=R$ il lato del cono divenga normale all'asse, e il vaso conico verticale si riduca ad un piano orizzontale indefinito, non già ad un vaso qualunque, come assume l'Aut., e che allora non abbia luogo nè la contrazione, nè l'efflusso.

L'analisi in questo caso presenta la solidità dell'emisfero insistente sulla luce, uguale cioè a due terzi del cilindro circoscritto; e se si divide per l'altezza $r=R$, come ha fatto il Bidone, si ottiene l'area media uguale a due terzi dell' area della luce, che è la base su cui l'emisfero insiste.

Questo rapporto é al tutto accidentale; e dipende unicamente dall'avere assunte per la soluzione del problema proposto le stesse condizioni che occorrono per determinare la solidità della sfera.

Fino dal settembre 1823 mandai al prof. Venturolì la mia nota – *Sul movimento delle acque a due coordinate* –, che lasciai andare al pubblico nel 1828 colle stampe del Nobili a Pesaro: e la lasciai andare, anche perchè mi fu supposto che sarebbe uscita fra le cose inedite del prof. Giambattista Masetti, allora allora defunto, il quale l'aveva avuta da me manoscritta nell'anno precedente. In essa mossi alcun dubbio sulla teoria del moto a due coordinate, che si legge nella seconda edizione degli *Elementi* ecc. di quel mio insigne maestro, e su quella dell' - *Efflusso dell' acqua dai vasi conici* – pubblicata nelle – *Ricerche della scuola di Roma* – per l'anno 1821.

A me parve che tanto nell'una, che nell' altra soluzione la traiettoria rettilinea dalle assunte ipotesi fosse già prescritta; che la soluzione dei vasi conici

fosse un caso particolare di quella del moto a due coordinate; e che, posta la cognizione di quella traiettoria, tutte le conseguenze dell'autore potessero ricavarsi dalla teoria del moto lineare, convertendo in circolari o sferici gli strati che discendono normalmente alla direttrice del moto. Aggiunsi le considerazioni generali, per le quali mi parve che niun profitto potesse cavarsi dall'equazioni generali dell' idrodinamica, senza il soccorso delle ipotesi, o perchè quell'equazioni siano in se complete, o perchè siano insufficienti.

Il signor Bruschetti nella sua memoria sulla – *Teoria del moto delle acque* –, stampata nel 1829 dal Bernardoni a Milano, accennò d'aver letta quella mia nota, e giudicò che io avessi confusa la forma col valore delle funzioni arbitrarie. Io tentai di disingannarlo in una mia lettera inserita nella Biblioteca italiana dello stesso anno, e più estesamente con alcune avvertenze pubblicate fra gli atti della accademia agraria di Pesaro del 1830. Poi non ne intesi parlare più. Finchè il prof. Turazza negli *Annali delle scienze del regno lomb. veneto* (bimestre V e VI an. 1840, pag. 237 e seg.), confutando la soluzione dell'efflusso dai vasi conici del prof. Venturoli, citò di sfuggita la mia opinione, e si valse del mio stesso argomento per dimostrare che la traiettoria rettilinea era supposta. Si provò a migliorare quella soluzione. E ciò fece anche dopo più ampiamente con una seconda memoria, che uscì fra gli atti dell'istituto veneto nel 1844. Ma tanto questo professore nel suo trattato di idrometria, uscito nel 1845, come, innanzi a lui, il professore Vincen-

zo Amici, nel suo primo volume di *meccanica* e *idraulica*, stampato a Firenze nel 1840, concorsero nel parere che nella teoria del moto a due e tre coordinate del Venturoli la traiettoria rettilinea fosse supposta a priori.

Il professore Giusto Bellavitis presentò fin dal 1845 alla nostra accademia dell'istituto una sua dissertazione su questo grave argomento (uscita in quest' anno fra i commentari della stessa accademia), nella quale, oltre convenire nella stessa sentenza, intende a mostrare che tutte le soluzioni finora pubblicate sul moto delle acque non sono che casi particolarissimi contenuti nelle generali equazioni della idrodinamica, e di niun profitto alla pratica, perchè troppo lontani dalle condizioni naturali del problema.

Anche ne'congressi scientifici di Napoli e di Genova furono riproposte e ammesse le stesse difficoltà sulle soluzioni del moto delle acque a due e tre coordinate, e sulle generali equazioni dell'idrodinamica, e non ebbero in contrario che l' autorità, per altro solenne, del Piola. Si leggono nel 1 e 2 volume degli atti dell'istituto lombardo due profonde di lui dissertazioni sull'argomento in discorso, che lo qualificano uno dei più grandi analisti del nostro tempo.

Egli parte dal principio che, nel moto permanente, le molecole percorrano traiettorie varie da una molecola all'altra, ma stabili per le stesse molecole.

Posto ciò, nel caso più semplice del moto a due coordinate (e in modo simile nel più composto a tre):

1. Se avverrà che le prime molecole prendano

corso lungo le pareti esterne, durando per ipotesi le stesse cagioni, le successive dovranno di necessità correre lungo la stessa via.

2. Che se vuole considerarsi il detto velo fluido composto di tante fila o linee di molecole, moventesi nello stesso senso, quante ne posson capire fra quelle pareti, l'equazione di quelle linee non potrà differire da quella delle pareti, se non che pel valore del parametro; altrimenti rimarrebbero degli spazi vuoti da una fila all'altra. E però anco le due pareti, per soddisfare al supposto, debbono convertirsi l'una nell' altra per la sola variazione del parametro.

3. Supponendosi poi nello stato iniziale simili ed uguali tutte le molecole, ogni traiettoria dovrà contenerne lo stesso numero: e quelle che si trovano negli strati discendenti non potranno mutare, discendendo, la posizione rispettiva, senza passare, contro l' ipotesi, da una traiettoria nell' altra; ond' essi strati riescono di forma determinata, e tagliano lunghezze uguali delle traiettorie.

Così nel velo fluido compreso fra due pareti rettilinee concorrenti, quegli strati divengono circolari, perchè le traiettorie sono rette concorrenti: e per contenere un egual numero di molecole conviene che siano raggi dello stesso circolo.

Queste cose, che a me, nella citata nota, sembrarono discendere evidentemente dal supposto (e tuttavia mi sembrano) sono poi conformi al fatto? Credo di no.

Nel velo conico se il foro è minimo, e massima la divergenza dei lati, supposta = 1 la dimen-

sione orizzontale della molecola presso al foro, potrà l'altra omologa alla superficie divenire $= \infty$!

L' intima costituzione dei fluidi è tuttavia un mistero, a decifrare il quale mancano gli elementi di fatto per applicarvi con successo il potente istrumento dell'analisi. L'insistente studio su i fenomeni complessi, e le replicate osservazioni di essi, sono, per mio umile avviso, l'unico modo di allargare la scienza del moto delle acque.

Della difficoltà degli studi medici. Prolusione del professore Vincenzo Valorani recitata a'suoi discepoli il dicembre 1831 nell' ascendere la prima volta la cattedra di medicina teorico-pratica.

È potentissima inclinazione naturale quella che ci porta con tutto il desiderio dell'animo, chi ad una, e chi ad un'altra professione di vita. La quale inclinazione, che pura pura procede dall' individuale temperamento, quando non sia nè ritenuta, nè volta in contrario, è non fallace promettitrice che s'abbia a conseguire la maggiore eccellenza in quell' esercizio medesimo, a che ella con secreto impulso per istinto ne chiama. E tanto vale il conoscere e tanto importa il secondare il suo naturale talento, che indarno si spera veder giugnere a lodevole meta colui che mal suo grado è costretto ad applicarsi ad

alcun genere di professione, al quale non sia per natura ordinato e disposto. Chè se, come a qualsiasi altra facoltà e disciplina, così pure alla medica, difficilissima, solo intendesse chi riunisce in sè il desiderabile complesso di tutte le qualità fisiche e morali che a quella dispongono e rendono atto, noi non avremmo ancora a lamentare ciò, onde lagnavasi quel miracolo d'ingegno e di sapere, Giuseppe Antonio Testa. Il quale nel principio di questo secolo maravigliava seco medesimo come nell' immensa copia di cognizioni, o interamente relative, o almeno direttamente connesse alla medicina, in mezzo a tante scuole di clìnico insegnamento, fra veri e solidi principii di medicare, quest'arte così portentosa nelle mani di alcuni de' sommi nostri maestri, non ricomparisse se non che quasi a salti esercitata con tutta quella piena prosperità di successi che le è propria. Di che veramente è a dolere e pel decoro dell'arte che professiamo, e per quel sentimento d'amore grandissimo che senza eccezione alcuna ci stringe ai nostri simili.

Ma alle cagioni di così giusta doglianza non parteciperete voi, elettissimi giovani, de'quali tengo per fermo, che ciascuno prima di venire alla presente elezione di vita, sia disceso entro sè stesso, s'abbia cercato in fondo all'animo, e quivi attentamente spiata la propria indole e la propria natura. Ond'è che io debbo già rendermi certo della vostra dispostezza, molto da quella aspettarmi, e presagire egregiamente de'vostri ingegni. Anzi il mio convincimento in favore di questa crescente generazione di studiosi di medicina arriva tant'oltre, che se alcuno tra voi fosse

mai meno contemperato di natura a così ardua e lunga disciplina: di quello oso io promettere, che con l'assiduità, e con ostinatamente durarla studiando, saprà appoco appoco vincere le naturali ripugnanze, rinascere di sè medesimo tutt'altro da quel ch'egli è, venire in fama di ottimo, non ad altri che a se debitore de'suoi felici progredimenti. Alla guisa istessa di Demostene, che superati gli ostacoli della contraria complessione, a ritroso della natura madrigna divenne il più grande oratore della sua nazione.

Le quali mie parole d'oggi, se erano a voi per molti rispetti opportune, opportunissime e degne che a tutt' altre si anteponessero le mi parvero in risguardo all'istituto mio. Imperocchè parendomi dovervi esporre svelatamente dal bel principio le asprezze e gli ostacoli che nello studio della medicina, e più nell' esercizio della medesima avrete a superare; io non avrei creduto potere a pieno raggiungnere il mio scopo senza avervi fatto prima al vivo sentire la indispensabile necessità o di un' attitudine somma de'vostri animi e de' vostri corpi, o di uno sforzo immenso straordinario di studio che ne adempisse le veci.

Chiunque ha delle cose mediche alcuna superficiale notizia comprenderà di leggieri quanto sia difficile l'esser medici: che è quanto dire « interporre costantemente con fortuna il più che è possibile la propria opera in vantaggio degl'infermi. » Ed arduo invero, o sommamente malagevole, questo per me si giudica. Chè anzi ov' io delle varie arti e scienze avessi quel fino conoscimento, che sarebbe mestieri a far di esse un accurato e compiuto

paragone, forse avrei donde pronunciare con fondamento, essere la scienza della medicina di tutte le altre difficilissima. Ma lasciando ad alti intelletti un così vasto confronto e la grandezza di sì grave giudizio, bastimi ora dire, perchè v'abbiate subito intorno a ciò un'opinione la meno lontana dal vero: che la medicina ha le più importanti e le più strette attenenze con ogni altro e qualunque ramo dell' umano sapere; che la intera storia della natura e tutta la fisica la seguono sì da presso, che appunto ella incomincia dove le altre hanno fine. Di che facilmente sarà ognuno persuaso quando sappia, che la conoscenza delle leggi cardinali, onde si regola tutta questa smisurata stupenda mole dell'universo, dee necessariamente precedere l'esame dei fenomeni degli esseri organizzati, per indi risalire fidatamente alla contemplazione degli attributi di quella specifica universale attività, che quantunque variamente modificata nei diversi organismi, sempre semplice, sempre indecomponibile, sempre simile a sè medesima, fa sentire dove più, dove meno diffusa la sua presenza.

Prenderà però vigore e s' ingrandirà nelle vostre menti il concetto delle difficoltà che si discorrono, se vi farete dappresso alla considerazione dell'uomo, scopo principalissimo de' vostri studi e delle vostre meditazioni. Lo studierete voi solo fisicamente? Nel complicato ordinamento della macchina umana, nella struttura delle parti che la compongono, nel loro sito, nelle connessioni, nella figura, negli usi, nelle corrispondenze di meccanismo e di azioni, nelle speciali attività dei diversi organi e de'

vari sistemi, tutte fra di loro cospiranti ed armoniche, avrete un campo vastissimo di penosa e lunga istruzione; per la quale unicamente verrete da tanto d'acquistare i veri criteri della integrità e del disordine delle funzioni della vita, d'istituire una diagnosi meno dubbia ne'più difficili casi di condizioni patologiche occulte, e di avere aiutatrice al bisogno la molteplice dottrina dei morbosi consentimenti. Lo studierete moralmente e fisicamente ad un tempo? Quale aggregato di misteri e di maraviglie non si presenta ad un tratto alla vostra immaginazione! Quale complesso di attività e di poteri, derivanti da questo secreto collegamento di due proprietà così tra loro dissomiglianti! Quali elementi di azioni di opposta origine, efficacissime a mantenere la salute, a suscitare la malattia, a ingenerare le opportunità dell'una e dell'altra, a variare e modificare all'infinito l'esteriore de'vostri infermi, e ad indurre nell'interno de'loro poteri vitali, cangiamenti sommi, straordinari, inenarrabili! E chi potrà con certa norma dividerle ed ordinarle in classi queste potenze dell'animo? Chi potrà dare nel segno nel determinare il grado di approssimazione delle loro attività? Chi con un calcolo il meno improbabile misurarne e computarne gli effetti? Per me vi confesso mi si sgomenta il pensiero, quantunque volte si fa addentro nell'intricato labirinto delle umane passioni.

Ma uscendo da questo cammino pieno di vie tanto dubbie e fallaci, e procedendo innanzi, piacemi, prima di condurvi più oltre fra le molestie e le asprezze dell' arte, di non ritardarvi un conforto serbato a voi dalla benignità della fortuna e del tem-

po. Voi invidiabili, voi privilegiati d' esser nati nel secolo della medica restaurazione, secolo che ne val molti, per i progressi e per le glorie dell'arte! Nel quale, richiamati a disamina gli studi di tutte le età precedenti, messi in comune gli acquisti e gli avanzamenti d'ogni maniera di filosofia, fatto giudizioso tesoro delle felici ed uniformi pratiche di medicare di Baglivi, di Sydenam, di Boerhaave, di De-Haen, di Hoffmann, di Borsieri, e di Cullen; confermati i più generali principii della dottrina di Brown, confutati trionfalmente tutti gli errori della medesima, fu vista la medicina teorico-pratica riprendere le austere divise nell'antica semplicità, collocarsi in un seggio di luce, e cui fanno base duratura non le vane ipotesi e le false supposizioni, ma l'osservazione ed i fatti, lo studio delle cagioni senza trascendere i confini dell' umano intendere, e sopra tutto il computo e la misura degli effetti quanto più assoluta e determinata può conseguirsi per criterio di analisi e di induzione severissime. Così la dottrina de'contro-stimolanti, la teorica dell' irritazione, il fondo sempre identico de'processi flogistici, la condizione patologica delle febbri continue, l'infiammazione che spesso s'insinua di soppiatto nelle più dilicate fibre del solido, e costituisce il segreto elemento d' una moltitudine di infermità, e di quante non avrebbe potuto non dico prevedersi, ma neppure sospettarsi ne' secoli addietro, i poteri dinamici e gli organici nei loro confini e nelle loro attenenze più evidentemente contrassegnati, le virtù e le attribuzioni de' solidi e de'fluidi nella economia degli atti vitali meglio chiarite e distinte, le forze medicatrici della

natura dal fatto clinico rivendicate e protette, formano altrettanti infallibili conoscimenti, dai quali potrete facilmente ricavare, oltre i dettami di più soda e severa patologia, una maggiore sicurezza di operare nelle curagioni dei morbi. Voi invidiabili, voi privilegiati, io ripeto, a cui di tanto appianarono la via, che fu sì erta e sdrucciolevole per altri, le fatiche e i trovati di sommi ingegni italiani, il nome de' quali durerà chiaro finchè i benefizi fatti all' umano genere meriteranno alcun ricordo nel mondo!

Nella semplicità però de'nuovi principii, in questo persuadevole aspetto di filosofia medica, non crediate già di trovare un letto di riposo ai vostri studi ed alle vostre fatiche. No, E. G., l'arte è ancora assai lunga, e lo spazio della vita troppo breve per apprenderla e professarla interamente. I pesi imposti alla vostra istruzione sono egualmente grandi: e li giudicherete facilmente maggiori e più enormi che non incombevano ai medici delle passate età, se porrete mente alla farragine immensa delle dottrine e dei fatti, moltiplicati omai senza numero, che direttamente appartengouo alla fisica animale, alla chimica, alla farmacia, alla materia medica. Potrete voi dispensarvi dal conoscerli, se non tutti, quella parte almeno maggiore che v'è possibile senza mancare all' obbligo che contraeste fortissimo verso l' umanità quando assumeste quello d' esser medici? E similmente, in mezzo a tanti nuovi e sempre crescenti oggetti di medicina che, qual più, qual meno esigono la nostra attenzione, dimenticherete voi lo studio de'nostri maggiori? Vi lascerete dopo le spal-

le il frutto di tanti secoli? Starete contenti ad essere gli uomini solo de'nostri giorni, potendo essere quelli di tutti i tempi? Intorno a che già non verrò io soggiungendo se non fosse più prudente consiglio l' accumulare nuove ricchezze, senza perdere quelle che già si possedevano; e nemmeno dirò a quale segno sia ingiurioso alla memoria di chi visse prima di noi il dannare alla dimenticanza tutto quanto operarono in beneficio della posterità, gettando i primi rudimenti di quelle cose che con tanto utile crebbero e si propagarono fino a lei. Sol che diate un' occhiata, anche rapida, alla storia dell' arte, vi chiarirete per insino all'evidenza, che se è antico l' errore, la verità non è venuta oggi nel mondo.

Tutto questo, che è pur qualche cosa per dimostrarvi l' ampiezza della istruzione che vi abbisogna, è poco, incredibilmente poco, per argomentarne le arduità della pratica medicina. Al letto degli infermi doveva io chiamarvi: colà, dove abbandonati alla guida dell'osservazione e del fatto, dovrete rettificare le vostre teoriche e le vostre dottrine; là, dove il ragionamento, la filosofia e tutti i risultati dell'ingegno vi abbandoneranno, se non avrete per iscorta la natura, se non sarete da tanto di spiegar la natura colla natura medesima. Là si farà palese l'importanza e la grandezza del fine, al quale come ad unica ed ultima conseguenza sono rivolti tutti i vostri studi. Là si parrà l'aggregato delle naturali ed acquisite qualità, per che sarete degni d' innalzarvi al gravissimo ufficio d' esser medici. Quivi è duopo di lucida mente, di fatica instancabile, di pazienza senza confini: quivi la prudenza dee porsi

alle più difficili prove, la bontà dell' animo far di sè certa fede, l' amor de'suoi simili scoprire inesauste le fonti della pietà. E la eloquenza che persuade, e la grazia delle parole che molce l' affanno, e il coraggio non temerario che fortunato tocca gli estremi, e la previdenza che non è mai soprappresa, coglie il momento e giova, e quante altre sono desiderabili doti umane, a questo termine niuna è soperchia. Ecco la pietra lidia dell'arte e la compiuta forma del perfetto artefice; ecco le vie, per le quali incedendo sicuri que'primi sapienti s'attrassero la maraviglia de'popoli e si meritarono onori quasi divini. Ma quanto non è difficile e malagevole il possedimento di quest'arte maravigliosa! Attraverso di quali ostacoli non conviene passare per giugnere a conseguire questo salutevole magisterio! Entra il giovane alunno la prima volta le sale cliniche: e lui fortunato, se può entrarvi coll'invidiabile corredo di fini e delicati sensori! Più fortunato se v'entrerà sgombro la mente da false persuasioni! Quelli, perfezionati dall'uso, gli faranno sentire intorno agli infermi ogni cosa d'importante che loro appartenga; questa, non vincolata dall'errore, accoglierà i fatti nudi quali sono in sè stessi, non quali un anticipato giudizio o uno spirito di parte comanderebbe che fossero. Chè questo debb' essere suo intendimento principalissimo, non so se più raccomandato dall'arte o meglio ispirato dalla natura, il cercare di scolpirsi profondamente nell'animo l'immagine fedelissima dei diversi aspetti delle malattie con tutto quel complesso di caratteristici segni, che a ciascheduna propriamente compete. Il quale studio condotto per

gradi al sommo della sua perfettibilità, non può dirsi a parole quanta parte costituisca della medica razionale esperienza, nè fino a che segno abbia potere di sovvenire alle più terribili urgenze. E forse da questo sopra ogni altro, per non mi dire unicamente, trae principio quello specifico modo di sentire de'medici intorno le malattie, quella specie di subito presentimento che essi hanno sulla vera indole delle medesime, che è detto sensorio dell'arte o tatto pratico. Tatto che non si crea in noi per precetti: che non si trasmette per eredità a'successori: che è tardo frutto di lunghe e continue meditazioni sul vario procedere de'morbi: che fa differente il vedere, che è di tutti, dal bene osservare che è di pochissimi. Tatto, pel quale alcuni sommi maestri parvero quasi trascendere la natura comune, allorchè afferrando colla mente certi istantanei e fuggevoli mutamenti dello stato morboso, poterono con sicurezza, rotto il velame dell'avvenire, antivedere interni non temuti disfacimenti, o il possibile e non lontano rinnovellarsi d'una salute già disperata.

A raccogliere per altro puramente nell'animo le forme specifiche di tanti affetti morbosi, quali appunto se gli offrono a'sensi, quanta difficoltà non dee trovare il giovane alunno, considerando alle innumerevoli sembianze loro, forse altrettante quante sono le fisonomie degli uomini! Imperocchè, ossia fecondità di natura, o infinita variabilità di fisiche circostanze, come due corpi perfettamente simili nella moltitudine degli esseri non s'incontrano, così nemmanco due malattie interamente conformi. Lo stato vario e sempre cangiante degli individui, le

differenti loro costituzioni e idiosincrasie, la moltiplicità delle morbose cagioni, il vario lor grado d'azione esercitato sui corpi, e cent'altre combinazioni subordinate ora all'uno, ora all'altro di questi elementi, imprimeranno costantemente ne'mali un numero pressochè infinito di specifiche differenze. E rimarrà sempre arduo il discernere le reali dalle apparenti differenze: lo sceverare i consensi morbosi per necessità insieme congiunti, da quelli che nol sono se non in alcuni casi e tempi della malattia: il distinguere, come dicono, l'epifenomeno accidentale dal segno patognomonico, i risultamenti simpatici dai sintomi diretti, i fenomeni di lieve conto da quelli onde s'hanno propriamente a desumere i veri criteri della diagnosi. E insino a che una fallace apparenza di fenomeni potrà ravvicinare e confondere insieme malattie fra loro diversissime: insino a che il complesso di minute cose, anzi talvolta un leggiero ed unico segno, basterà a scoprire l' aspetto vero d'un morbo velato sott'altre forme: insino a che per morbose complicazioni avranno molti punti fra loro di contatto, e pochi saranno i segni a che si riconoscano l'ematuria renale, a modo d' esempío, dalla vescicale, la psoite dall'ischiatite, l'infiammazione stessa dello stomaco da quella del diafragma; non sarà mai detto abbastanza, quanto sia e malagevole e necessaria ad un tempo la diligente investigazione di queste specifiche differenze. Dalle quali mentre vuolsi con sottile e profittevole accorgimento ricavare motivi a temperare il regime e la cura, e averne fondamento buono di più sicuro pronosticare, non si cessa mai dal mirare primamente

alle reali essenze del morbo, nè mai si pone in non cale che la massima parte delle infermità, o insorte per cagioni esterne accidentali qualunque, o emanate da interni speciali disordini, trovano in sè stesse la ragione sufficiente per isvilupparsi e discorrere i loro stadi. Ben altrimenti dall' inefficace proposito dei ciechi empirici, i quali stortamente ragionando la virtù del mercurio contro la sifilide, della china-china contro le febbri intermittenti, del vaccino contro il vaiuolo, dei cloruri di calce e di soda contro i miasmi contagiosi, pretenderebbero di rinvenire l' antidoto e lo specifico ad ogni male.

Se però avvenga che l'osservare con assidua attenzione il corso ed i fenomeni delle malattie, e l' aiuto di sincere istorie e di accreditate monografie arrivino ad agevolare al giovine medico il comprendimento della maggior parte di quelle speciali morbose varietà che gli passeranno sotto de' sensi, nondimeno quanto pur difficoltoso e malagavole non dovrà riuscirgli l'investigare il grado, e se è lecito così esprimersi, la quantità della malattia? Ricerca verissimamente grave ed importantissima, dalla quale singolarmente dipende il non oltrepassare medicando quella giusta proporzionevole misura nel sottrarre e nell' aggiungere, che determina il perfetto esercizio dell' arte, e separa di grande intervallo l' indotto dal sapiente della natura. E quale raggio di benigna luce gli rischiarerà questo ancor più intralciato e più oscuro cammino? A quali fidate scorte si abbandonerà per progredirvi sicuro? Ricorrerà all' esame delle cagioni? Ma come sperare di poter sempre rintracciarle? E rintracciate, con che animo

in tutto affidarvisi? A non moltiplicare i pericoli dell'errore per quei mezzi medesimi che cerca d'evitarli, non vorrà porre in dimenticanza: non sempre potersi rimettere adequato il rispondere degli infermi alle interrogazioni del medico: a ciò fare contrasto il pudore e la timìdezza di alcuni, di altri la stupidità e una certa naturale insesataggine, quanto ad altri l'estremo abbattimento delle forze e la morbosa turbazione dello spirito, e per tal altro ancora, non di rado, la malizia e la frode. Quella infelice fanciulla, che ardendo di secreto sfortunatissimo amore, vede omai spento col fiore della bellezza quello più pregevole ancora della salute, è prima disposta a morire di quell' occulto veleno che la consuma, che confidare al suo medico la recondita cagione del suo soffrire. E quando pure si potessero tutte scoprire le vere origini de' mali, come non dovrà ricordarsi, niun computo assoluto e determinato potersene fare *a priori*: gl' impeti della vita, e più i preternaturali e morbosi, governarsi con altre leggi da quelle della materia non viva: nelle cose dell'animale economia gli effetti non sempre proporzionarsi alle esterne cagioni: e poca favilla secondare spesso gran fiamma: gran fiamma non essere sempre seguitata da grande incendio. Quante volte la semplice impressione d'una fragranza soave, la vista d'un piccolo insetto, l' orrore d' una sanguigna, non furono potenti a suscitare ansietà, deliqui, freddi sudori, sincopi, lipotimie? Quante convulsioni, quali orrendi insulti di epilessia, rinnovellati poi mille volte, non furono mossi da prima solo da un esalamento sgradevole, da un aspetto ributtante, da un suono ingra-

to! Ridondano le storie mediche di sì fatti esempi, ed io mi tengo dispensato dal raccontarli.

Che sarà ora a dirsi de' sintomi, àncora forse unica di salvamento, alla quale il giovane alunno si affiderà in questo pelago pieno di scogli? Che dell' esperimento de'farmachi, a cui da ultimo mirerà quando ogni altro lume torni ottenebrato? Gli uni ora soverchiamente paventosi, ora troppo miti e rimessi, rade volte riescono interpreti fedeli e veridici di quel vero grado, di quell'assoluta quantità che tanto importerebbe di riconoscere. Gli altri spesso variabili nella misura della loro azione, più spesso incerti nelle loro modali ed elettive facoltà, e talor anco stranamente operanti, e in senso inverso delle virtù proprie, o non soccorreranno nel maggior bisogno l'ingegno, o gli somministreranno principii di troppo tardo ragionamento. L'aspetto pauroso del tifo, che tante volte a certi determinati periodi si dilegua, solo per poche rifrattissime dosi di tartaro stibiato, e con l'uso di larghe tartarizzate bevande; i polsi filiformi della gastrite, che si rialzano, e prendono vigor nuovo coll'aiuto di ripetute sanguigne; il sale purgante che diventa emetico: la radice astringente che si trasmuta in lassativa; la mistura diuretica che assume officio di sudorifera; e cento altri somiglievoli fatti daranno all'asserto fede amplissima, irrefragabile. E quali saranno dunque le norme a che egli si atterrà per adeguare questo scopo delle sue investigazioni? . . .

» Si guarderà dal sottoporre il suo giudizio
« alla parzialità d' un solo calcolo esaminando gli
« oggetti da un solo lato; sarà altamente compreso
« dell'indispensabile debito di esaminarli complessi-

« vamente in tutti i punti possibili. E dopo avere
« indagata separatamente la forza d'azione delle po-
« tenze nocive, misurata separatamente l' intensità
« dei vari fenomeni morbosi, calcolate pur separa-
« tamente tutte le risultanze delle attività medicatri-
« ci, ne farà computo complessivo, e ne ragguaglie-
« rà il valore con una analisi la più rigorosa alla
« condizione delle speciali attitudini organiche, e
« delle reazioni specifiche dei corpi infermi ». A questo modo adoperando vedrà maravigliato scaturire la sorgente del vero di là medesimo, donde troppo frequentemente si derivano gli inganni e le erronee persuasioni. Per contrario, dimenticata la essenzialissima circostanza delle speciali predisposizioni di cadauno, non computato quant'era necessario lo stato d'individualità, disperi di mai approssimarsi al conoscimento del grado e della quantità de' morbosi processi; la quale finchè rimarrà oscura, rimarranno pure oscuri i giudizi, i metodi incerti, gli eventi pericolosi.

E a farsi concetto il più vicino al vero di questa che io chiamerei volentieri diatesi individuale, che non pure costituisce la maggiore o minore opportunità alle malattie, ma ingenera tra loro insigni e sterminate differenze di grado e di forza, lo aiuterà sopra ogni altro la considerazione diligentissima delle consuetudini del vivere de' suoi infermi, della tempra de'loro animi, dell'impeto e dell'indole delle loro passioni. Chè bene altramente si avviserà del pleuritico, che tenne vita oziosa ed agiata, da quello che la logorava negli stenti e nella fatica: al lamentare di sensibile e delicata persona darà va-

lore diverso dai gemiti d'un uomo intrepido e sofferente; della epatite d'antico bevitore porterà giudizio tutt' altro da quella che sordamente consuma un nostalgico che risospira piangendo la terra natale.

Condotte le parole a questo termine, che altro più mi rimane perchè si paia in tutto raggiunto il mio tema? Nulla per avventura; nulla, secondo che a me ne pare. Ondechè porto fiducia, sia già ognuno di voi intimamente convinto della somma arduità della nostr'arte, e in pari tempo appieno consapevole di quali attitudini di mente e di corpo abbia mestieri, e di quanto sforzo di studio abbisogni per guadagnarne la meta. La quale verità, che eziandio nel corso de'nostri scolastici trettenimenti avrò spesse occasioni di confermare, anzichè atterrirvi e disanimarvi, vi accresca lena alla fatica, e v'inspiri ardore proporzionato all' imprendimento. Quanto a me, io vi porgo la mano, e mi fo guida de' vostri passi. E quantunque l' insegnare pubblicamente la medicina, cosa per sè malagevole sempre difficilissima, non abbia forse più mai incontrate tante difficoltà quante oggi per quel continuo rivolgimento di sistemi e d'opinioni che si succedono e s'incalzano senza posa, pure avendo innanzi al pensiero l'aurea sentenza di Gaubio-che è meglio arrestarsi nel cammino, che procedere oltre nel buio-non sarà mai che io vi conduca per vie non battute ed ignote fra le incertezze e le tenebre. Il terreno, sul quale dovrete meco imprimere le vostre orme, è terreno provato, è terreno impresso dalle vestigie dei più grandi maestri dell'antico tempo e del nuovo. Quel-

lo spirito d'investigazioni e di ricerche, che va al di là dei fatti, non si confà colla ragione intrinseca dei nostri studi: le astrazioni metafisiche, i misteri ontologici, le entità secrete ed occulte, tanto vagheggiate dai razionalisti e dai platonici de'nostri giorni, non sarà mai che per noi si conducano nella palestra dal nostro medico insegnamento. Vi ha grande differenza, abbiatelo ben fitto alla mente, E. G., vi ha grande differenza, in fatto di mediche discipline, tra il precettore che istruisce, e il genio filosofante che si propone comunque di far progredire la scienza. L' uno reca a materia delle sue didascaliche esercitazioni quanto si sa di più preclaro e distinto nell'arte sua, cioè a dire le nozioni elementari e classiche della medesima e il modo più acconcio di farne con rara sagacità l'applicazione al letto degl' infermi. L' altro all' incontro, scrutatore curioso, ed avido sempre di nuovi acquisti, si piace di spaziare per luoghi nebulosi e reconditi: e in ogni questione qual siasi, dopo avere accennato ai propositi già manifesti, e considerato i punti più conosciuti, cerca di penetrare più oltre, e fa opera di conquistare ciò che resta ancora a sapersi. La quale maniera di pericolosi cimenti se è commendevole, che è pure commendevolissima, se ad essi più che ad altro è dovuto per avventura l' incremento dell'umano sapere, non è men vero però, che coloro cui è affidato al geloso deposito della pubblica istruzione, quando non vogliano tradire il santo fine del proprio ministero, anzichè correre in traccia di cose insolite, anzichè vagare colla immaginazione per regioni ipotetiche e nel mondo degli invisibili, avran-

no debito di rimanersi sul dimostrato e sul sodo: di non trascendere mai i limiti delle provate e confermate cognizioni: e in mezzo a tanto strepito e tanto fermento di novità, di quanto non v' ha forse esempio ne' passati secoli, a quelle sole di esse far grazia, che il tempo e la esperienza dimostrarono ingenuamente proficue, e conducenti daddovero agli utili e non fallaci avanzamenti della scienza.

Ma io non mi partirò da questo luogo senza prima rendere un ampio omaggio di lode e di riconoscenza a te, già mio istitutore e maestro G. Antonio Testa; da questo luogo, parlante ancora delle tue glorie: da dove tu, medico grandissimo e nobilissimo, con una facondia pari alla immensità del tuo sapere discorrevi la grandezza e la dignità della medecina. Vanno celebrate pel mondo le tue opere, e vi andranno insino a che saranno in onore fra gli uomini i dettami della esperienza e della ragione. Peristi immaturo alla scienza, e lasciasti di te desiderio ardentissimo nel cuore de' tuoi discepoli che tu sì amorevolmente ammaestrasti. Ed io, come che ultimo fra loro, conservo nella più intima e ricordevol parte dell'animo con la tua diva immagine i tuoi dotti e sublimi ammaestramenti. Ed emmi caro in singolar guisa questo luogo e questo giorno, perchè posso pubblicamente inspirare a questa gioventù, crescente alle speranze ed al decoro dell' arte, l' ammirazione dovuta ai monumenti della tua sapienza.

LETTERATURA

Delle età che in sua persona Dante raffigura nella divina commedia.
Ragionamento di Marco Giovanni Ponta.

PARTE PRIMA.

Aurelio Teodosio Macrobio disse già ne'suoi conviti saturnali, esser fuor di contesa, che senza la scienza dell'umano e divino diritto non si può conoscere la profondità di Marone (1). Elogio grande veramente e degnissimo di un tanto poeta egli è questo; il quale vie più si fa grande al considerare che dai lettori di Virgilio di ogni tempo venne riconosciuto per vero. Non altrimenti più tardi avvenne a quell'incomparabile fiorentino, che con quella lingua che chiama mamma e babbo seppe descriver fondo a tutto l'universo. Io dico Dante Allighieri, che tanto e sì bell' uso fece ne' suoi versi non pur delle tradizioni volgari e della storia d'ogni specie, ma e sì anche delle scienze umane e divine,

(1) « Videtur ne vobis probatum, sine divini et humani iuris scientia non posse profunditatem Maronis intelligi? » Saturnal. lib. 3, cap. 7, innanzi al mezzo.

da potersi meritamente ripetere, che senza la piena cognizione dell'umano e divino diritto non può l'uomo comprendere la profondità del suo verso. Questo onorevol parere su Dante, che fu di tutti gli interpreti più antichi, venne elegantemente espresso dal Boccaccio, allorchè applicando alla commedia una sentenza di s. Gregorio, riguardante la sacra Bibbia, disse: « Questo libro essere un fiume piano e pro-
» fondo, nel quale l'agnello puote andare, e il leo-
» fante notare: cioè che in esso si possono i rozzi
» dilettare, e i gran valenti uomini esercitare » (1). Col Certaldese la sentirono così uniformemente i susseguiti commentatori, che lunga ugualmente che vana fatica tornerebbe il quì riferirne le proprie sentenze: ma v'ha tra essi Filippo Villani che, manifestata uguale ammirazione pel sacrato poema, seppe accennarne i pregi in concetti anche più onorifici ed espressivi. Poichè, afferrata certa sentenza del rabbino Mosè Beniaimon (così leggesi nel codice chigiano) (2) estratta dal libro dei Proverbii, dice che la Commedia di Dante somiglia ad un pomo d'oro chiuso in una rete d'argento, i cui fori siano tanto minuti e stretti che un aspetto un poco lontano, per non poterli trapassare, non si accorge dell'oro contenuto, e quello estima ed ammira come se non altro fosse che argento. Se non che, attratto dalla bellezza argentea, l'uomo vi fissa più e più il viso: tanto che, penetrando finalmente pei non prima avvertiti forellini, discopre e conosce l'aureo pomo nella

(1) Comm. c. I, inf. nell'allegoria.
(2) Cod. L. VII, 283. *Divina Commedia*.

rete nascoso, e ne fa tanto maggiore stima, quanto più l'oro è pregevole sopra l' argento. Tale per lo appunto è la Divina Commedia intessuta a doppio significato: la lettera, splendiente ed allettante ogni lettore per l'armonia del verso, il brio delle sentenze e la finzione poetica, è la rete finissima di argento che comprende e cela al guardo mentale l' aureo pomo dell'allegorica sentenza. Tutti e dotti e indotti ammirano e levano a cielo l' argentea sfavillante bellezza della lettera: ma intanto quei soli ch'hanno mente da ciò in questo guardare ed ammirare fissano le acute luci dello intelletto in quel divino dettato; e penetrando pei minuti forami, che in essa lettera son disseminati, si deliziano trasecolati nell'aureo pomo della vera sentenza, che la poetica finzione gelosamente nasconde. Tutti i lettori s'allietano nell'argento della lettera che a tutti si manifesta; i più acuti si sentono divinizzare dall'oro della nascosa verità. Facile è l'intelligenza della lettera, e tanto ci vuole a conoscerla, quanto a vederla; difficilissima è l'allegoria, che soltanto chi attentamente scruta la storia letterale, va lieto di cominciarla a vedere. Ma tra queste due letterale e spirituale, v'ha nella commedia una terza sentenza, la quale spetta esclusivamente alla favola poetica, che, per mantenere la figura del Villani, potrebbesi dire una immagine impressa nella esteriore superficie della argentea rete. La quale immagine, perchè di lieve impressione, e troppo vivi essendo i raggi che l' argento rifrange negli occhi, non è sensibile a tutti, ma a quei soli che con qualche attenzione vi fermano sopra il guardo. Questa nuova sentenza non abbisogna ad esser

avvertita e sufficientemente compresa nè di lungo studio, nè di profondità e moltiplicità di scienze; a lei basta pure la ferma ed investigante attenzione di chi legge, la quale accoppi al mezzo della favola il principio ed il suo fine, per essere con distinzione avvertita e compresa. Io parlo qui di quella terza allegoria, per la quale Dante, fintosi viatore a secolo immortale sotto la scorta successiva di Virgilio, di Beatrice e di s. Bernardo, figura se stesso come un adolescente, che passa dalla prima alle tre susseguenti età della vita umana. Questa parte, che non fu (ch'io sappia) per alcuno avvertita, sarà ora per noi accennata brevemente sì, ma pur confido con sì certi e decisivi argomenti dimostrata, che voi tutti, valorosi tiberini e nobilissimi signori, ne andrete (spero) pienamente convinti (1).

Tenea Dante per fermo, e n' avea ben onde, che i poeti latini abbian figurato nelle azioni dei loro personaggi qual una, qual altra delle età della vita umana. Così, per figura d'esempio, ei dice che nel quarto, quinto e sesto dell'Eneide figurisi in Enea la giovinezza (Conv. tr. 4, cap. 26). Che Marzia nel secondo della Farsaglia significhi successivamente tutte e quattro le età. Che Eaco nel settimo delle Metamorfosi dia esempio delle virtù che alla vecchiaia più sono richieste. L' artificio ch'ei trovò, o trovar credette in altrui, ha poi voluto da buono imitatore opportunamente introdurre nel suo poema. Quivi

(1) Questo ragionamento era preparato per l' adunanza tiberina del 29 di maggio del corrente 1848. Ma fu con piacere ceduto il posto ad altro commendevolissimo prosatore.

stimò dover tornar utile a'propri lettori il condurre il suo protagonista, che è Dante stesso, dalla adolescenza a tutte le tre seguenti età dell' uomo. Però diede a se medesimo successivamente le azioni e le qualità che a quelle più sono conformi. Figurasi nell' adolescenza nei primi sessantun canto: in gioventù e vecchiezza da questo canto al novantottesimo : e nel senio per gli ultimi tre canti. Io ben so che la novità del mio asserto lo renderà a prima giunta men credibile a questa nobile udienza: ma le prove, ch'io sono per desumere non altronde che dal Convito e dalla Commedia, me ne faranno in breve, certa ed aperta fede. E vengo senza più all'assunto primiero dicendo, che il viatore nelle due prime cantiche è simbolo della prima età, che età novella e adolescenza dal nostro autore si appella.

Questa primiera parte della nostra vita comincia per Dante dalla nascita e basta sino a tutto il XXV anno; dal quale ha principio la giovinezza, che durando soli venti anni si compie al XXXXV, in cui entra la vecchiezza che finisce al LXX, ove subentra la senettù, o senio, per chiudersi poco più poco meno dopo l'LXXX anno. Ma tornando alla prima età , si noti con Dante che nella adolescenza , perchè la natura si studia nel crescere e nell'adornare il corpo (detta per ciò accrescimento di vita, età imperfetta) l' adolescente non ha vera volontà, nè gode di una piena libertà di arbitrio. Ondechè giustamente la legge vuole, che l'uomo in tale tempo non possa certe cose fare senza curatore di perfetta età (Conv. tr. 4, c. 24) e pone l'adolescente sotto l'altrui tutela sino al termine prestabilito, quando l'uo-

mo è già entrato nella gioventù, detta ed avuta dall' umana ragione per età perfetta. Quindi lo adolescente ha da essere *obbediente*, *soave e vergognoso*. *Obbediente* al padre, ai maggiori, al maestro: *soave* per farsi degli amici con atti e reggimenti graziosi: *vergognoso*, cioè *pudico*, *ammiratore* e *verecondo* (Conv. tr. 4, c. 25). Tale appunto è il mistico viatore dell' inferno e del monte che salendo altrui dismala. Imperciocchè chi mai vorrà dire che egli non fosse obbedientissimo a Virgilio con tanto di rispetto, amore, e devozione, che certo più non dee a padre alcun figliuolo? Non lo chiama egli frequentemente, e fui per dire ad ogni muover d' anca, or duca, or signore, or pedagogo, or padre? E Virgilio non si diporta ver lui sempre come tale, e non lo chiama, così una come le dieci volte, coll'affettuosissimo nome di figlio? Nè questo solo, ma in ogni azione, in ogni occasione non troviam noi Dante prontissimo ed obbedientissimo ad ogni parola, ad ogni cenno e pensiero del mantovano poeta? E questi forse che non si mostra tale, ognivolta che a lui sovviene di istruzione e di consiglio, di incoraggiamento e di freno, di blandimento, di riprensione e di difesa? quando colle braccia lo sostiene, quando col petto lo trasporta, colle mani gli chiude gli occhi, con cenni lo fa inginocchiare, e lo rende opportunamente rispettoso innanzi agli alti personaggi che per via gli si fanno incontro? Per me non ho mai potuto leggere le prime due parti della Commedia, senza che mi si pingesse alla mente il viatore quasi un nobile adolescente che non muove occhio, non piede, non labbro se pria ciò non gli è dal venerato mae-

stro permesso, voluto o comandato; chè se l' inesperienza, il fuoco giovanile e la curiosità, cotanto proprie dolla età novella, gli fanno dire, chiedere ed agire alcuna cosa oltre i rigorosi limiti del conveniente, tosto ad un lieve cenno del maestro, eccolo là mortificato, ripentito e vergognoso implorare per fatto, e per atti, o parole quel perdono, di che ai giovanetti non può l'uomo discreto far nego giammai. Che dirassi poi, ove alle già addotte osservazioni si aggiungano col pensiero (che io non li prendo a numerare) tutti quegli atti di trepidazione, di timore e di fuga repentina ed inconsiderata del male; nei quali, non altramente che il fanciullo che ricorre sempre là dove più si confida, il nostro viatore a cessare i pericoli veri o immaginari si ritrae tutto gelato alle fidate spalle del suo dolce pedagogo?

Il contegno da noi ravvisato nelle rispettive azioni di Dante e di Virgilio è senza fallo propriissimo di giovane obbediente, soave e vergognoso; in una parola è proprio di fanciullo ingenuo, e di valente maestro e giudizioso pedagogo inteso al vero e maggior bene dell'educato alunno. Quindi se il discente, bramoso d'apprendere, interroga, o si affissa alle novità in che s' abbatte per via, il maestro gentile e prontamente soddisfa, e lieto accondiscende a qual sia richiesta e curiosità lodevole ed onesta: ma contegnoso e grave ne riprende le intempestive domande, ed i precipitati giudizi, e forte e severamente ne sgrida anche con ira le smodate e indecorose tendenze. Ora se Dante non figurasse in tutti e singoli questi fatti l' uomo d' imperfetta età, a qual buon pro avrebbe il poeta introdotte ne'suoi versi le mi-

mute descrizioni di così piccole premure e puerili difetti solamente proprie di un vero pedagogo, e di uno che sia veramente fanciullo? Tanto più che talune ve ne ha così urtanti il dilicato sentire, che i men rispettosi lettori ardirono dar loro la taccia di gravissimi difetti? Io intendo quivi parlare del severo rimprovero che Virgilio fa a Dante quando questi, veduta un'immensa turba di anime accorrenti al fiume Acheronte, gli chiedeva chi elle siano e perchè sì pronte a trapassarlo; a cui severo il maestro soggiunse: « Le cose ti fien conte Quando noi fermerem li nostri passi Sulla trista riviera d'Acheronte (Inf. c. 3, v. 76). » Io intendo del severo contegno del pedagogo verso l'alunno, allorchè questi inteso ad ascoltare il basso e scurrile alterco di mastro Adamo e del falso Sinon da Troia, con piglio più che mai sdegnoso e minacciante gli scoccò all'improvviso come tonar che tosto segua un: *Or pur mira Che per poco è che teco non mi risso* (Inf. 30, 132), Parole dure e tremende tanto, che sonaron per lunghi anni dentresso il cuore di Dante: che più tardi ponendole tra l'altre note, sentiasi tuttavia concitare a non indecorosa vergogna: sebbene il prudente ed affettuoso maestro non avesse tardato un istante a farlo certo del suo pieno perdono. Questi e simili fatti non rari, anzi frequentissimi nelle prime due cantiche, e di cui non trovasi più esempio nella terza, mi hanno avvertito che non erano essi ornamenti nè capricci poetici nella Commedia introdotti per sola novità e mutazioni spiritose di scena, come il più si fa dai recenti poeti: ma sì li dovetti riconoscere per essenzialmente opportuni all'utile e com-

piuta educazione del benemerito adolescente; e dal poeta artatamente usati per offrire ad altri in se stesso quella buona lezione che alla novella età gli parve conveniente e decorosa.

Conciossiacosachè se così non fosse, noi dovremmo riconoscere in questo pellegrino un uomo di 35 anni, che a rigor di termine è il colmo della età perfetta, quando la nobile anima adorna de'più squisiti pregi fisici e morali brilla nella maggior luce della temperanza, della lealtà e della fortezza. Or qui come si difende il poeta, che ad un protagonista di sì perfette doti abbia assegnato un pedagogo tale che lo rampogna di tanti falli, gli insegna anche a parlare e a muovere il passo, gli chiude gli occhi, gli piega le ginocchia, la testa e le mani innanzi a Catone ed agli angeli del sacro monte? lo conforta, lo incoraggia le cento volte? Lo prende in braccio, e per fino lo cinge ai fianchi, e gli lava con sue mani la faccia? Ed avrem noi siffatto viatore per giovane temperato, forte e leale, come Dante nel suo Convito lo descrive e lo vuole? O non ci parrà piuttosto un bel fanciullone, cresciuto non si saprebbe come, e cascatoci giù dalla luna per cominciare il viaggio della sua educazione, quando già dovrebbe comparire adorno di tutti quei nobili e cortesi tratti che fanno l'uomo amabile, dotto e perfetto? Ma se così strana contraddizione è vietato di ravvisare tra gli ammaestramenti, onde il saggio pedagogo largheggia col protagonista della Commedia; gioco forza è che noi riconosciamo in Dante raffigurata quella età novella, in cui simili premure son giudicate neeessarie, non pur convenienti e buone. Il che fatto, ecco

spontanea sorgere e commendevole la contegnosa condotta di Virgilio verso l'alunno ; doverosa e degna la riverenza che l'alunno usa al maestro : ed i suoi difetti, e le sue curiosità, e le sue paure divenir altrettante prove, sia dell'eccellenza del maestro, sia della nobiltà del viatore, sia della natura di un' età che per la sua tenerezza è dai moralisti denominata imperfetta. Imperciocchè a questa età non è difetto, ma è anzi fatto « necessario di essere reverente e desideroso di sapere : a questa età è necessario d'essere rifrenato, sicchè non trasvada : a questa età è necessario d'essere penitente del fallo, sicchè non s'ausi a fallare: a questa età è finalmente necessario obbedire al maestro (Conv. tr. 4, c. 25).» In una parola, a questa età è necessaria vergogna, come si vede stabilito nel Convito; e vergogna trionfa in molti e molti dei fatti del nostro Dante pellegrino nei regni del secolo immortale.

Dalle cose ragionate finora, della cui verità esattissima io mi appello a tutti i lettori del Dante per non annoiare questa gentile udienza con lunghi estratti di ogni canto, già sarebbe fatto certo e manifesto, che il protagonista nelle prime cantiche figura la adolescenza : onde a compimento della emessa proposizione più non mi rimarrebbe che prendere ad esame la cantica del Paradiso, per riconoscere il suo passaggio alle altre parti della vita umana. Ciò nondimeno siccome non tutti vorran così di leggieri convenir meco, nè tornerà vano al mio ragionamento l'addurre alcuni di quei tratti più solenni, ove il poeta squarciato il velo si offre al lettore colla vera denominazione di giovinetto; così è che io mi intrat-

terrò un poco a mostrarvi colle formali parole del testo quanto al pellegrino fosse comune quella passione, che a suo detto non è lodevole in nessuna età, fuor che nella adolescenza. Io mi accingo a parlare della vergogna: dal che spero sia per rifrangersi snl nostro argomento sì nuova luce, che imbiancherà al sommo grado quel vero, cui vado illustrando.

Nel Convito l'autore con magistrale eloquenza ne fa scorti, che certi reggimenti, certe passioni, certi errori, che sono propri e condonabili in una età, devono essere gelosamente riprovati e fuggiti in un' altra. Di questa classe viene espressamente dichiarata quella passione che detta è vergogna o tema di disonoranza; la quale però col quarto libro dell'etica determinasi come riprovevole nella vecchiaia e nella gioventù, perchè a chi è entrato in esse si conviene di guardare da quelle cose che altrui inducono a vergogna: ma a chi è tuttavia nella età novella non è tanto richiesto, dico tale riguardo. E però negli adolescenti è laudabile la paura del disonore ricevere per colpa, il che da nobiltà viene: e nobiltà si può credere il loro timore, e chiamare siccome viltà e innobilità la sfacciatezza. Laonde buono e ottimo segno di nobiltà è nelli pargoli e imperfetti d' etade quando dopo il fallo, nel viso loro vergogna si dipinge, che è allora frutto di verà nobiltà. Così in concetto la pensava Dante sulla natura ed uso della vergogna: ella è riprovevole in tutti, salvo che in quelli che sono ancora nella etade imperfetta. Ora questa passion buona noi la troviamo non solo ripetutamente dipinta sul volto del pellegrino, ma e sì pure a lui ne sentiam fatte lodi solenni dal solerte

pedagogo. Imperciocchè eccone subitamente al cominciar della visione un tratto indubitato. Il traviato Dante è sorpreso da Virgilio mentre già rovinava in basso loco : e da esso interpellato perchè ritorni a tanta noia , egli arrossendo espone la propria scusa e chiede soccorso , come fa chi è sorpreso in una laida azione : « Risposi lui con vergognosa fronte : Vedi la bestia, per la qual mi volsi; Aiutami da lei, famoso saggio, Ch'ella mi fa tremar le vene e i polsi. » Ecco Dante, è vergognoso al primo incontro del famoso saggio : ei cerca scuse al suo fallo, mostrando la gravissima cagione del suo indietreggiare dal colle, che è principio e cagion di tutta gioia. Nè molto andrà che per la troppa voglia d'imparare fattosi quasi importuno al maestro, domandando le condizioni delle anime che correvano all'Acheronte, uditosi in risposta : « Le cose ti fien conte, Quando noi fermerem li nostri passi Sulla trista riviera d' Acheronte. Allor *con gli occhi vergognosi e bassi* (son sue parole), Temendo nò 'l mio dir gli fusse grave, Infino al fiume del parlar mi trassi. » E lasciatine altri luoghi meno solenni , passo a quella forte sgridata che toccò a Dante quando era del tutto fisso ad ascoltare la vilissima e scurrile contesa di mastro Adamo e del falso Sinon greco da Troia, per cui così dipinge il suo conturbamento: « Ad ascoltarli er'io del tutto fisso, Quando'l maestro mi disse : Or pur mira, Che per poco è che teco non mi risso. Quand'io'l sentì a me parlar con ira, *Volsimi verso lui con tal vergogna*, *Che ancor per la memoria mi si gira.* E quale è quei che suo dannaggio sogna, Che sognando desidera sognare , Sì che quel

ch'è, come non fosse agogna: Tal mi fec'io, non potendo parlare, Che disiava scusarmi, e scusava Me tuttavia, e nol mi credea fare. *Maggior difetto, men vergogna lava*, Disse'l maestro, che'l tuo non è stato: Però d'ogni *tristizia* ti disgrava; E fa ragion ch'io ti sia sempre allato, Se più avvien che fortuna t' accoglia Dove sien genti in simigliante piato: *Chè voler ciò udire è bassa voglia.* » (Canto 30 in fine.) Nulla io toccherò della solenne vergogna e paura, cui soggiacque quando il maestro, già seduto sulle spalle forti di Gerione, lo invitò a salire ei pure colà: di che parla così: « Qual è colui, ch'ha sì presso il riprezzo Della quartana, ch'ha già l'unghie smorte, E triema tutto pur guardando il rezzo: Tal divenn'io alle parole porte; *Ma vergogna mi fer le sue minacce*, Ch'innanzi a buon signor fa servo forte. » Ei pur vi montò, spintovi dalla vergogna: ma il suo animo come stava a coraggio? « Io m'assettai (continua Dante) in su quelle spallacce: Sì volli dir, ma la voce non venne Com'io credetti, *fa che tu m'abbracce.* » Ma non voglio passare a piè secco ciò che gli addivenne alle falde del Purgatorio, quando allentava il passo per udir le anime benedette maravigliarsi di lui, che, vivo ancora, andava per quelle marche: poichè quivi, come altrove, si ravvisa manifestamente il pedagogo che sa cogliere quante si presentano occasioni per sovvenire di ottime lezioni civili e morali il proprio alunno. Ecco il passo che dà principio al quinto canto della seconda parte: « Io era già da quell'ombre partito, E seguitava l'orme del mio duca, Quando diretro a me, drizzando il dito, Una gridò: Ve'che non par che luca Lo rag-

gio da sinistra a quel di sotto, E come vivo par che si conduca! Gli occhi rivolsi al suon di questo motto, E vidile guardar per meraviglia Pur me, pur me, e il lume ch'era rotto. Perchè l'animo tuo tanto s'impiglia, Disse'l maestro, che l'andare allenti? Che ti fa ciò che quivi si pispiglia? Vien dietro a me, e lascia dir le genti; Sta come torre ferma, che non crolla Giammai la cima per soffiar de' venti. Chè sempre l'uomo, in cui pensier rampolla Sovra pensier, da sè dilunga il segno, Perchè la foga l'un dell' altro insolla. » Così giusta, ma pur non troppo dolce ammonizione punse ed accelerò il passo del discente, che, non senza sua vergogna, tutta compresane la forza, in queste altre parole esprime il suo stato e la docilità onde s'accinse ad obbedire: « Che potev'io ridir, se non: Io vegno! *Dissilo, alquanto del color cosperso Che fa l'uom di perdon talvolta degno.* »

Ma più decisi e più rilevati noi troviam i tratti della adolescenza in due altri fatti non diversi dagli antecedenti, ove l'accorto poeta volle inserire anche la parità dei fanciulli, perchè tutti sappessimo che l'età raffigurata dal suo primo personaggio non è la forte del giovane, non la prudente del vecchio, non l'eroica del guerriero, ma quella soltanto di un nobile adolescente che s'avvia all'onorevole soglia della gioventù, detta per antonomasìa l'età che giova, l'età perfetta. Ma veniamo al testo. Virgilio ha finalmente condotto il suo alunno salvo e bene educato sino alla settima cornice del Purgatorio, ove la ripa fiamme infuori balestra: lo ha fatto scorto che per non cadere dall'orlo tenga bene stretti gli occhi ai piedi; e perchè qui potrebbesi errare per poco, gli ripeteva

spesso: *GUARDA*: *giovi ch'io ti scaltro.* Ed eccoli da ultimo a quel punto, che per ascendere all'ultima scaletta convien di necessità traversare la fiamma. Qui la paura invade talmente l'anima del pellegrino, che egli prova lo spaventoso tormento di colui che nella fossa è messo. A tale oppressione di cuore soccorre pronto il maestro con opportune parole; e ripetutamente assicuratolo da qualunque pericolo o danno, lo invita ad entrar nelle vive fiamme; ed ei pur fermo: da ultimo gli disse. « Or vedi, figlio, Tra Beatrice e te è questo muro. » Al che potentemente scosso e vinto il viatore, così dipinge il suo stato e la sua obbedienza: « Come al nome di Tisbe aperse il ciglio Piramo in su la morte e riguardolla, Allorchè il gelso diventò vermiglio: Così la mia durezza fatta solla, Mi volsi al savio duca, udendo il nome, Che nella mente sempre mi rampolla. Ond'ei crollò la testa, e disse: Come! Volemci star di qua? indi sorrise, *Come al fanciul si fa ch'è vinto al pome.* » Non so che altri ne veda o creda; ma per me quel farsi denominare *figlio* del maestro con sì ardente amore, quel fargli crollare il capo, e dire affettuoso *Come? volemci star di qua?* e finalmente quel paragonarsi con espresso vocabolo al *fanciul* ch'*è vinto al pome*, richiama veramente al mio pensiere che il pellegrino sia tuttora nella età novella: e non mi so persuadere chè il contegno di Virgilio con Dante sia altro che quello di un maestro, e di un vero pedagogo: chè non sarebbe una gemma opportuna quel supporre che un uomo di 35 anni fosse vinto dalle istanze lusinghiere del pedagogo *così come fanciul ch'è vinto AL POME.* Quindi mostrasi coerente e na-

turale in ogni sua parte l'economia di tutte le azioni di Virgilio e del viatore; poichè se Dante arrossisce ad ogni suo fallo, se mostrasi di molto riverente alla sua guida, se curioso la interpella di mille cose, se verso lui ricorre ad ogni atto di grande o piccolo timore come i fanciulli fanno verso la madre, se finalmente lo appella padre, maestro, pedagogo: se altresì Virgilio lo conforta, lo sgrida, lo abbraccia, lo trasporta, gli lava la faccia, lo cinge, lo ammaestra in civiltà, in etica ed in ogni scienza, e di più lo compone colle proprie mani nei più reverenti atti e gli detta le aggraziate dimande che ad un nobile adolescente son convenienti; se non ristà mai di chiamarselo figliuolo, e dolce figlio: questo non è che una stretta conseguenza della età imperfetta, di che il pellegrino si è fatto figura. Or questo ch'io dico parmi tanto conforme alla vera intenzione del poeta, che, posta questa supposizione, a me tutta la condotta di Virgilio e del viatore si fa lodevole e conseguente: tolta via questa, Virgilio divienmi un austero ed importuno condottiero che tratta cogli uomini saggi, nè più nè meno che come cogli inesperti fanciulli soglia fare il pedagogo: e Dante diviene in ogni atto, in ogni detto, in ogni domanda, un vero fanciullo, un imberbe scolaro: ed il poeta in tutti i suoi canti, in tutti i suoi versi, si mostra in una spiacevole ed aperta contraddizione col nobile carattere dei due protagonisti della prima e della seconda canzone. Tanto è vero questo nostro pensiero, che molti dei più recenti espositori, non fatta avvertenza che le prime cantiche siano l'educazione del nobile adolescente, si scagliarono senza pietà contro l'autore con

varie severissime censure. Chi ha voluto annoverare la Commedia tra gli epici poemi, giudicò men belle certe scene e certe descrizioni e parole, che si mostrano indegne dell'eroica poesia: chi voluto creder il pellegrino per un uomo fatto ed erudito, non sa perdonare certe basse o aride erudizioni, certe lunghe lezioni morali e scientifiche di ogni genere: nè comportare certe riprensioni e certe premure troppo minute, che *il mar di tutto il senno* ha voluto regalare al già barbuto e sapiente suo compagno. In somma chi rinvenne uno, chi altro, e chi altro difetto in questa misteriosa poesia; e chi invece altri ne scopre, ma nega quelli che altri prima ne vide; sino a mettere l'uno alle stelle per naturale bellezza poetica e scientifica quei versi, quei tratti medesimi che un altro condanna quasi turpissime nubi, che annebbiano la serena luce di questo portentoso lavoro. Da che mai tanta divergenza e contrarietà di pareri? eccolo secondo il mio vedere: tutto deriva dal non aver i critici e gli encomiatori di Dante fissato innanzi tratto qual fosse propriamente la meta, a cui la fantasia poetica era diretta. E poichè mal tragge al segno chi quello non vede, o non chiaro e distinto: così tutti partirono bensì col guardo della mente da uno stesso punto, che è la favola del poema; ma fintasi poi ciascuno una propria meta, che non era quella di Dante, tutti da ultimo colpirono collo strale di loro intenzione in punto qual più, qual meno distante dalla meta; ma tutti fuori del vero centro dall'autore fissato. Da questa deviazione procede, e che i pareri sieno diversi, e che quelle che perfefezioni sono veramente nella via stabilita dall'autore,

nella supposizione di tali espositori, divengano anzi deviazioni ed errori. Così è, nè può essere diversamente. Sola una interpretazione ricalca esattamente le orme ingegnose del poeta : chi a questa non s'attiene, come l'uomo che tortisce pei pruni e pei dirupi, è poi stretto da mille difficoltà ed incoerenze, che egli, anzi che a sè, attribuisce all'autore. In tal circostanza è certo più sano consiglio il tenere per bello, retto e buono il magistero del poeta, e chiamar noi interpreti ciechi, fuorviati, e peggio. E per tornarci là onde siamo partiti, ei pare a me, che se tutti i difetti scompaiono da questo poema: e se si fa adorno di un'aggradevole chiarezza riconoscendolo quale istituzione di un nobile adolescente che a gradi a gradi passa dalla prima alla seconda, e alle susseguenti età: parmi, ripeto, certa e manifesta prova che questa senza meno e non altra fosse la intenzione di chi lo immaginò e seppelo con sì utili dottrine intessere e perfezionare. Nè credo sia lecito ad uom di sana critica il farsi a censurarla come difetto, se alcuna parte al veder suo come tale si mostra, ossia perchè egli non ne intende le parole, ossia perchè ei non ne conosce la riposta dottrina, ossia perchè non discopre il fine che ebbe il poeta quando tali cose in esse volle racchiuse. In tali spinose circostanze, ed in sì complicati incontri accusi l' interprete se stesso o di inavvertenza, o di poco sapere, e si ponga á tutto uomo a rendersi idoneo di comprendere il sommo poeta; e certo non molto andrà che or questa, or quest'altra sentenza, prima incomprensibile ed oscura, gli apparirà mano mano meno incomprensibile e meno oscura, sino a che alla perfine, lieto ed am-

mirato farà un'ecatombe alla scoperta di un preziosissimo vero colà stesso ove egli avrebbe giurato che fosse un errore. Così è: Dante ha degli ammiratori, Dante ha dei biasimatori: e questi pur troppo eccedono d'assai il numero di quelli! Ma a proporzione che vien riletto le tre e le quattro volte, diminuiscono i secondi con forte accrescimento dei primi. Anzi dirò cosa che, tutto che dalla esperienza diurna avverata, pur sembrerà a non pochi incredibile. Quelli dei lettori di Dante trovano men difettoso il suo poema, che più son valenti nelle scienze e nella erudizione d'ogni maniera: di forma che, chi volesse la pietra del paragone per decidere secondo vero chi sa e chi no, chi sa più e chi meno, gli basterebbe pure di esaminare come questi la sentono intorno al merito e bellezza di quel portentoso volume, al quale ha posto mano e cielo e terra.

Ma gli anni in questa breve vita, che è un correr alla morte, s'inseguono, s'incalzano: la seconda età scaccia la prima con tal prontezza, che quando men lo ti aspetti già l'adolescente è entrato nella soglia della seconda età; e scosso naturalmente il freno dei tutori, è per legge fatto padrone di se stesso; sì che, già annoverato cittadino, tiene in sua mano lo intraprender checchè gli aggrada senza le pastoie dell'altrui volontà. Così inaspettata ventura soprende l'attento lettore della Commedia: il quale pieno tuttavia l'orecchio del severo e magistrale suono del pedagogo, che dà principio al ventisettesimo del Purgatorio, di già sul fine dello stesso canto, mutata questi voce e contegno, dichiara l'alunno libero ed

assoluto da qualche sia soggezione, così che *fallo fora non fare a suo senno.* Ecco un manifesto passaggio dalla età imperfetta, dalla età della tutela, all'altra della perfezione e dell' arbitrio speciale di chi dall'educazione passa nei debiti modi alla piena e giusta libertà del proprio volere. Ma tal passaggio non dee farsi senza qualche solennità determinante l'epoca ben avventurata. Pertanto ecco in quali atti ed in quali parole il conseguente autore descrive il compimento di sì grave circostanza. I due poeti già stanno ritti su l'ultimo grado della scala in atto di entrare nel Paradiso terrestre: quando Virgilio, rivolti e fissi gli occhi sopra Dante, gli disse: « Il tempo-
» ral fuoco e l'eterno Veduto hai, figlio, e se'venuto
» in parte Ov'io per me più oltre non discerno. Tratto
» t'ho qui con ingegno e con arte. Lo tuo piacere or-
» mai prendi per duce. Fuor se'dell'erte vie, fuor se'
» dell'arte. Vedi là il sol che in fronte ti riluce: Vedi
» l'erbetta, i fiori e gli arboscelli, Che questa terra
» sol da se produce. Mentre che vegnon lieti gli oc-
» chi belli, Che lagrimando a te venir mi fenno,
» Seder ti puoi, e puoi andar tra elli. Non aspettar
» mio dir più, nè mio cenno: Libero, dritto, sano
» è tuo arbitrio, E fallo fora non fare a suo senno:
» Perch'io te sopra te corono e mitrio. » Stupende parole veramente sono queste ! Se altra prova non ci fosse, quest'una basterebbe a metter sul sodo la nostra proposizione. Imperciocchè Virgilio, stato finora padre, pedagogo, duca, signore e maestro del viatore, or si dimette da tutte le sì alte e reverende qualità : anzi confessando di averle esercitate quanto era d'uopo, adesso afferma che questo non è più con-

veniente, e perchè ora l'alunno è fuori dell'erte vie, è fuori delle arte, e perchè il suo arbitrio è fatto libero dritto e sano: per cui sarebbe fallo il non fare a suo senno. Non è egli ciò un dirgli di rimbalzo; Poichè tu eri guasto e torto e schiavo nell'arbitrio; poichè tu non valevi a disbrigarti dalle vie erte ed arte, sarebbe stato gran danno alla tua salute se tu avessi operato a tuo senno : ma uopo ti era che ti concedessi obbediente al padre, al maestro, al duca, al pedagogo, sinchè tu da questi incagli fossi così deliberato, che da ultimo si potesse dire che tu puoi e devi fare a tuo senno? Questo appunto significa la solenne licenza di Virgilio a Dante: e dicendogli: « Non aspettar mio dir più nè mio cenno, Perch'io te sopra te corono e mitrio: » lo costituì maestro, duca e signore di se stesso; vale a dire lo dichiarò così perfetto di mente e di età, che potesse e dovesse a proprio senno operare qual cosa fia per tornargli a grado.

Così la intese Dante: e siccome prima andava riverente dietro al maestro come il discente fa, così ora muove il passo pel primo innanzi: e Virgilio e Stazio gli vengono appresso quasi amorevoli compagni. Qual cosa dunque or più ci rimane se non di conchiudere, che senza fallo il contegno di Virgilio verso al viatore, e l'ossequiosa obbedienza di questo a Virgilio, sono irrefragabil prova che Dante dal primo canto dell' Inferno sino a tutto il ventottesimo del Purgatorio raffigura e pinge in se stesso la prima parte dell'umana vita, che adolescenza e vita nuova si appella? Così parve mai sempre a me: e giova

sperare che dopo le addotte ragioni non sia per sentirla diversamente chi mi fa sì onorata corona.

Se non che potrebbe forse alcuno entrare in pensiere, che questa medesima età Dante continui a figurare anche per tutto il canto 31: perchè alle ammonizioni di Beatrice ei si diporta nè più, nè meno di quella forma che ei facesse a quelle di Virgilio: chè in fatti e si vergogna de' propri falli, e piange, e come un fanciullo pentito confessa i suoi errori. Questo è vero: ma chi ben consideri troverà che ciò non avviene, come sin ora facea, per falli commessi all'istante colà medesimo nella divina foresta; ma sì per quelli, in cui Dante era caduto innanzi alla portentosa visione. In conseguenza siccome Beatrice lo sgrida e rampogna dei tempi anteriori al mistico viaggio, e con espresso sermone gli dice di volerlo eccitare al pentimento degli antecedenti errori : così chiaro è che se ora Dante piange vergognoso e pentito, se confessa le andate mancanze, ivi non significa più l'adolescente, ma sì bene il giovane che detesta i falli dell' anteriore vita, per tosto entrare intemerato e puro nella seconda età dell' uomo. Pertanto ne' due canti anteriori era egli entrato nella gioventù, ma non era ancor totalmente dimentico dei precedenti errori: il che dovealo contristare alquanto: ma qui, purgatosi nelle acque di Lete, che tolgono sin la memoria dei trascorsi difetti, egli mondo e puro da ogni macchia entra a far parte della vera e perfetta società, significata nella santa milizia del Grifone, che a destra del sacro fiume moveva per la fiorita campagna. Laonde, sciolta l'opposizione fatta, resta maggiormente confermato, che l'adolescenza del

viatore ebbe fine allor quando il dolce pedagogo, il maestro, il duca, il signore, gli disse: « Libero, dritto, sano è tuo arbitrio: E fallo fora non fare a tuo senno. Perch'io te sopra te corono e mitrio.»

(*Continua.*)

Discorso detto da Vincenzo Gioberti all'accademia della crusca nell'adunanza ordinaria del 30 giugno 1848.

Non a caso la voce *fante* sinonima con uomo, e *favella* con nazione, nello stile del divino poema; simile essendo per ogni verso il corso naturale e civile dei popoli e quello delle lingue da loro usate. Come il consorzio umano comincia dal municipio e termina nella nazione, che ne è l'ultimo incremento e perfezionamento, così il parlare è da principio un dialetto orale, plebeo e municipale, e in fine una lingua scritta, nobile e nazionale. Dialetto e lingua sono due estremi, che rappresentano due stati disparatissimi della cosa medesima: e differiscono fra loro, come il germe ed il frutto, l'origine e il compimento, la puerizia e la maturezza. Così l' idioma illustre, onde l'Italia si gloria, non fu altro ne'suoi inizi che il dialetto fiorentino; il quale antiposto di mano in mano ai parlari delle altre città e province, e culto dai poeti, dai dotti, dagli scrittori per la sua unica bellezza nelle varie parti della penisola, divenne in fine l'idioma proprio delle nostre lettere, e il vincolo comune dell' italiana famiglia. Per tal

modo si aggiustano e compongono insieme le opposte sentenze rese assai celebri da molti nomi illustri, e in ispecie da quelli di Benedetto Varchi e di Giulio Perticari; il primo dei quali ravvisò nella lingua patria il sermone proprio di Firenze, e l' altro il parto di tutta la nazione. La ripugnanza delle due opinioni svanisce, se si distinguono le età; imperocchè il fiorentino ha ragione, discorrendo delle origini; e il pesarese non ha torto, parlando dei tempi che seguirono. E accoppiando insieme i due pareri, se ne riseca ciò che ciascuno di essi ha di falso e di esagerato; e si riesce ad una conclusione veramente dialettica e conciliatrice, che può vantare in suo favore il più gran nome d'Italia; giacchè, se mal non mi appongo, la soluzione di cui vi parlo fu accennata dall' Alighieri nel suo libro della volgare eloquenza, secondo che m'ingegnerei di mostrare, se le angustie del tempo lo comportassero.

Questo processo del nostro sermone è conforme a quello degli altri idiomi, e di tutte le cose umane e create universalmente; le quali passano dall' individuale e dal particolare al generale, mediante uno svolgimento graduato, che nasce dall'intrinseca natura di ogni forza: ed è una legge suprema della vita cosmica. Esso perciò è comune non solo alle lingue, ma altresì alle consorterie letterate, che le educano, le coltivano, le mantengono o le rimettono in fiore; le quali nate in una città, si allargano a poco a poco, e si stendono in fine per tutto un popolo. Non è perciò maraviglia se altrettanto sia avvenuto a cotesta insigne accademia conservatrice del bel parlare italico; la quale fu ne' suoi primi prin-

cipii un crocchio toscano, anzi fiorentino, ed è al dì d'oggi un'assemblea nazionale. Ecco, che non contenti di dare cittadinanza nel vostro seno agli uomini illustri di tutta la penisola, vi degnaste di fare lo stesso onore a me, sì poco meritevole di tanto consorzio; e io non saprei spiegarmi un tal favore, nè la benigna accoglienza che in questo punto ricevo da voi, se non dicendo che volete così dichiarare la vostra fratellanza, non solo cogl'italiani uniti, ma eziandio cogl' italiani dispersi dalla fortuna e dall'esilio.

Affermando che la nostra bella lingua collo svolgersi e ampliarsi passò dallo stato municipale al nazionale, e che la vostra celebre adunanza ebbe le stesse veci, sono però lontanissimo dal torre alla Toscana in genere, e a Firenze in particolare, il lustro che loro torna dall'essere il risedio dell'una e dell'altra. Durevole e non perituro è il privilegio delle origini; e dove si trova la culla di un'invenzione ingegnosa e di un'instituzione, ivi risiede in perpetuo il centro di esse. Firenze, che diede al mondo la più soave delle lingue moderne, è tuttavia e sarà sempre capo e cuore della medesima; e l'accademia che tanto fece per mantenerla e abbellirla, benchè sia oggi italiana, non lascerà mai di essere in modo speciale toscana e fiorentina. Qui pertanto verranno sempre coloro che vorranno attingere alle pure fonti del nostro eloquio; che vorranno erudirsi alla facondia e all'eloquenza col senno squisito dei savi, e colla vena copiosa e incorrotta del popolo. Benchè pertanto, o signori, il vostro consesso sia nazionale; il magisterio che esercita sarà sempre pro-

prio e nativo di questa città. Permettete adunque che io, nato e nudrito in parte meno privilegiata d' Italia, a voi ricorra come a maestri; e vi preghi a ristorare colla vostra sapienza le cadenti fortune delle lettere italiane. Voi conservaste le buone tradizioni della lingua e poneste un argine insuperabile alle sue corruttele, quando tempi men lieti correvano per la patria nostra; tocca dunque a voi l'impedire che la lingua si perda, mentre risorge la civiltà. Troppo strano sarebbe se nel tempo stesso che scotiamo in politica il giogo forestiero, diventassimo barbari più che in addietro per la favella. Non vedete l'indegno gergo che contamina le nostre scritture? Non udite il frastuono barbarico che assorda le nostre orecchie, non solo nelle adunate geniali e scientifiche, ma persino nei parlamenti? Rimediate, o signori, a tanto disordine, e compirete la vostra gloria; facendo opera non solo letteraria, ma filosofica e civile; perchè non si può pensare o operare italianamente, se si parla e si scrive coi modi stranieri. Perdonate l'ardire della mia preghiera allo zelo che m'infiamma per la comune patria; la quale non sarà degna dell'antico nome, finchè la vostra gentilezza non si diffonda per ogni sua parte, e tutta Italia non paia una Firenze pel culto della favella.

Di una condizione necessaria per ben riuscire negli studi. Discorso di G. F. Rambelli letto in Persiceto per la premiazione scolastica.

Se gli uomini a guisa di fiere errassero ancora per la vasta selva della terra, se contenti ancora al vitto delle ghiande e al vestir delle pelli, de' cavi tronchi e degli antri profondi si facessero schermo all'ingiurie delle stagioni, niun bisogno sentirebbero al certo degli studi e delle arti. Ma posciachè stabilitasi l'umana comunanza, o vogliasi dall'ingenita forza, o dall'eloquenza, o dall'amore, germogliarono nel cuore umano i dolci affetti, levaronsi alla divinità le are, si strinsero le nozze, le città si cinsero di mura, s'armarono di leggi i costumi, nacquero nuovi desiderii, bisogni non pria provati: la perspicacia dell'umano ingegno da tante necessità pressata e sospinta, qual selce che dà le scintille, fu d'ignote arti generatrice feconda; sursero allora e lettere e scienze; e tanti strumenti, ordigni, spedienti maravigliosi si rinvennero a rendere più civile, più gioconda, e quasi ch'io non dica più felice quest'umana generazione. Or col volger de' secoli crescendo viemaggiormente le cupidità e i bisogni; e fattosi più vasto il mar delle scienze, sempre più fu stretto l'uomo a darvi studio a giovamento di sè, delle famiglie, delle patrie, e dell'intera umanità. Ondechè saviamente aprirono i nostri maggiori scuole, ginnasi, licei, accademie, facili e gloriose palestre, ove

faticandosi al continuo i giovani nel sapere e nella virtù, acconci e disposti a diversi stati della vita civile diventassero. Ma affinchè cosiffatti mezzi raggiungano la fine che si propongono, è opportuno che con alacre ed operosa volontà si diano i garzonetti agli studi, acciò la buona semenza dagli istitutori gittata non cada infruttuosa, ma in animi bene apparecchiati allignando cresca e maturi a bene: al che gioverà soprattutto il vincere i gravi opponimenti che offrono le male inchinate volontà: il che io reputo molto agevole, sempre che ne'giovani si avveri una condizione necessaria a ben riuscire negli studi. E questo io confido mostrare, cortesi signori, fra la letizia di sì bel giorno, nel quale questi ottimi e benemeriti magistrati, questo vigilantissimo e amoroso pastore, questi dotti presidi agli studi, guiderdonano di lodi e di premi que'giovani che bene di sè promettendo si fanno avventurosamente altrui specchio e sprone a raggiungere la meta gloriosa. Deh la vostra attenzione mi sostenga nel difficile arringo; e dove mi manchino l'ingegno e la lena, la vostra gentilezza benignamente supplisca!

Bene e saviamente disse già Quintiliano, lo studio dipendere interamente dalla nostra volontà, la quale non può essere tratta da forza alcuna. Or ciò che in essa operar non può la forza, è a procurare il faccia un allettamento, un impulso, un incentivo che valendo ad ispronarla e sospingerla la determini a darsi ardentemente allo studio. Ma qual fia l'allettamento più opportuno ed efficace a muovere la volontà, se non l'amore? Lo zelo infatti, la diligenza, l'ardore, che poniamo per conseguire le cose che in-

tensamente amiamo, non ci fa riescir meglio in esse che nelle indifferenti e forzate, in cui l' animo non ha quella espansione, quell' energia, quel volo che non conosce difficoltà, vince ogni ostacolo, rende dolce ogni disagio, tollerabile ogni fatica. L'amore allora presta le forze, il soccorso, le ali; sorpassa l'uomo questa debole e caduca natura; la face del genio lo anima, lo avviva: opera, suda, travaglia con piacere, e il frutto di sue fatiche è il più bello e caro premio che sperare ne possa.

Dite voi, che ponete il cuore ne'balli, ne'destrieri, nelle cacce, ne'sollazzi, non sono morte per voi tutte le cose in paragone dell' oggetto che amate? Ogni virtù, ogni beltà è in quello: non leggiadrìa, non pregio, non letizia nell'altre cose: appena si degnano d'un languido sguardo, e al disprezzo e all'abbandono si lasciano. Or quest'affetto, che tanto ne aiuta al conseguimento di ciò che abbiamo carissimo, non dovrà valerci negli studi apportatori sicuri di utilità e giocondità grandissima? Ingenito, signori, è nel cuor nostro l'amor del sapere. E infatti che è quel desiderio che fanciulli ci muove a cercar la ragione di tutto? Non nasce dall'immensa curiosità che ciascuno sente in sè per quanto gli può essere di pro e di diletto? E tal curiosità non è il primo movente dell'operazioni de'fanciulli, pe'quali è nuova ogni cosa del mondo? Questo sole che ne illumina e nè scalda, quest'aria che ne circonda e ne alimenta la vita, questa terra, vestita di erbe, colorata di fiori, di biade e di frutta feconda, la vasta estensione degli oceani, l'altezza immensa delle montagne, il guizzar de'baleni, il romoreggiar de'tuoni, il frago-

roso cader delle folgori, quanti pensieri non destano nel vergine animo de' garzonetti, quanti desiderii, quante curiosità! E chi varrà a pascerli, chi ad appagarli, chi potrà rivelare le alte e recondite cagioni di tante maraviglie della creazione, di fenomeni sì grandi, sì terribili, sì maestosi? Lo studio, signori, quella fonte de'più bei lumi dell'animo che dispiega ed accresce la naturale attitudine dell' uomo e alla sapienza lo guida, la quale benigna e amorevole a lui, nato cieco, apre gli occhi della mente, e d'un raggio superno illuminandolo gli chiarisce e dimostra, per quanto vale il suo debole intelletto, tuttochè quaggiuso in terra di bello e di grande si ammira. Ma non s'arresta no la sapienza a dargli questi conoscimenti della morta natura: chè anzi colle accolte tradizioni e colle divine rivelazioni spegnendo abbondevolmente la fervida sete che gli arde il cuore, gl' impara chi plasmò l' ammirevol struttura dell'uomo, chi ebbe creato questo mondo visibile, quali ne furono i primi abitatori, le vicende, le sorti che ebbero: le distanze de'tempi fra essi e noi: che voglion dire tante diversità di popoli, di leggi, di costumi, tanta varietà di climi e di favelle: perchè sì differenti e spesse le successioni de' regni e degli imperi, le guerre, le stragi, le ruine; e i tanti avvenimenti che resero or lieta, or disavventurata questa nostra schiatta mortale. Testimoni di ciò mostra la sapienza archi, medaglie, colonne, statue, iscrizioni, tele, marmi, bronzi, carte, e la faccia stessa del suolo in cui serbò l'impronta de'secoli, e registrò i fortunosi eventi delle generazioni, invitando le avvenire a farsi specchio del passato per ben di-

rigerne i passi fra i triboli e i bronchi, che tanto impediscono il cammin disagiato della vita. La sapienza, come face che più s' avviva quanto più ne cresce l'alimento, dalle notizie delle cose sensibili guidato l'animo di grado in grado alle spirituali, e in quelle pasciuto e addentrato, lo fa salire dalle fatture al Facitore divino, che è

Luce intellettual piena d'amore,
Amor di vero ben pien di letizia,
Letizia che trascende ogni dolzore.
(Par. 30, 38.)

E non fia dunque da pregiare e da amare lo studio, mezzo sì facile e sì grande, per cui si spegne e si soddisfa la curiosità immensa di che arde naturalmente il cuore dell'uomo?

Ma non men grande della giocondezza è la utilità che ne arrecano gli studi con procedimento uguale a quello che la natura tien colle piante, le quali spiegata fiorendo ogni beltà e vaghezza di colori, sparsa ogni soavità di odori, fanno poi gustare le frutta, e quindi la semenza ne cade a perpetuarle a nostro continuato vantaggio. Avviene anzi di più negli studi: chè la dilettazione medesima in vera utilità si trasmuta. Siamo noi oppressi da pene, da angosce, da affanni? ecco le lettere e l' arti dilettandoci recarne il sollievo, il conforto, il balsamo più soave. Siamo vestiti di rozzezza e barbarie nativa? ed ecco la rappresentazione del bello e del grande, che ammiriamo nell'opere de'sapienti, donarci tale abito di gentilezza e di grazia da farci tutt'altr'uo-

mini apparire. Qual luogo, qual tempo, qual' età, qual congiuntura richieggono gli studi, che non sono a clima, non a stagione, non a città, non a campagne ristretti; ma vi può l'animo intendere per tutto e sempre, nutricatori, come sono della giovinezza, sollazzatori della vecchiaia, adornamento della prospera; scampo ed alleggiamento della trasversa fortuna, che non vengono tolti da violenza, non corrotti dall'antichità, nè da nascondimento menomati! Più lungo sembra per essi il correr del tempo, che pur sì fuggevolmente trapassa: tanto mettono a profitto ogni momento! E non è l'amor dello studio la passione più durevole e più rimossa da ogni sazietà? La cagione del venir meno manca alla sollecitudine e alla vaghezza dell'apprendere: e nell'infinità e immensità delle cose ha sempre l'animo di che occuparsi perpetuamente. Fuggano pure e manchino nella vecchiezza i sollazzi della gioventù: l'amor degli studi renderà anche più dolce e più lieta la canuta età, e non ci farà punto accorti del declinar della vita. Riempie oltre a ciò quest'amore sì fattamente il cuore umano, e lo avvezza a gustare i nobili e puri diletti della sapienza, che lo dilunga dalle matte ambizioni, da' regni della maldicenza, dagli sciagurati godimenti della dissolutezza, dalle lusinghe dell'opulenza, dalle consuetudini, dagli spettacoli, e fin ch'io non dica dalle dolcezze del viver socievole e dimestico. E con tutto ciò solo non è mai il sapiente; seco ha tutti i beni presenti e passati, porta l'animo libero per tutto ove vuole: e ciò che non puote col corpo, col pensiero l'abbraccia che fino al cielo ed al nume lo eleva. Trova egli ne'buoni libri leali

e sinceri amici, che la verità gli dicono aperta e smascherata: non hanno passioni che li velino, non timori che li trattengono, non isperanze, non interessi per ingannarlo. E mentre mostrano aperto il vero bene, il male non gli ascondono: consiglieri fedeli la diritta via gli additano, e nelle dubbiezze e nelle tribolazioni di ottimi conforti e di soavi ammonimenti il soccorrono: non simulano di partecipare alle sue sventure, non lo adulano con melate parole, non lo fuggono e l'abbandonano nei bisogni. Ondechè nessuno è più presso alla felicità di chi è dato agli studi: mentre a chi ha l'animo armato di virtù e sapienza (e quando dico sapienza intendo dir religione, principio e fonte d'ogni sapienza) non reca affanno e scontentezza la mala fortuna, trovando opportune consolazioni alla varietà de'casi nelle apprese dottrine: e conoscente, com'è, della vanità delle cose mondane, non è allettato da false speranze, nè assalito da noia ed affanni, ove i suoi desiderii vadan falliti.

Infinita è poi la distanza che mettono gli studi fra uomo e uomo. Non sa l'ignorante considerare la natura, nè i propri doveri; chi è illuminato dallo studio forma lo spirito e il cuore sull'esempio e sugli ammaestramenti de'savi di tutti i tempi e di tutti i luoghi, e così sui volgari si estolle. Avvezzo il savio alla innocenza e alla quiete de'solitari recessi, sa fuggire e farsi schermo contro le turbolenze e gli assalimenti delle ree passioni; nè mai lo disanima e opprime quel miserabile stato di noia e di oziosità, da cui ogni vizio procede; e tutti i tormenti che lacerano l'animo di que'frivoli e stolti, di cui è sì ri-

pieno il mondo. Arroge, che il sapiente, al dir di Tullio, non è più un semplice cittadino, ma sì bene un magistrato, che nel mondo ha un autorità tanto più possente, quanto ella ha sulla verità il suo fondamento.

Laonde se gli studi tornano tanto di diletto e di pro all' umana stirpe, sarà nostro il darvi intensa opera, per adornarsene l'animo: al che ci varrà ottimamente l'amore, o ne piaccia di riguardarlo siccome causa o siccome effetto; dicendo il poeta,

> . . . . . Ogni scienza, a cui s'intende,
> Così accende amore, e tanto maggio
> Quanto più di bontade in se comprende.
> (Par. 26, 29.)

Ma è chi pensa cessar l'amore di essere condizione necessaria a ben riuscire negli studi, ove manchi all'uomo l'attitudine ad essi. Egli è fuor d'ogni dubbio che a divenir eccellente in un'arte o scienza si richiede l'attitudine; ma che per porvi studio, e amarla di grande amore, vi abbia a voler l'attitudine è ciò ch'io nego al tutto. Mercechè ove si consideri che l'amor proprio lusinga spesso e falsamente gli uomini di sapere e potere ciò che non sanno e ponno, e talmente questa persuasione s'immedesima negli animi loro da esserne eglino stessi illusi fino alla follìa, si vedrà tosto quanto insussistente sia la difficoltà che si move. Quanti sanno appena formare un verso, e si danno a credere d'essere eccellentissimi poeti, e amano e pregiano forte la poesia, consumandovi l'ingegno e la vita? Quanti strimpellano

malamente due corde, e si tengono i valentissimi de' sonatori? quanti cantori, quanti dipintori vivono nel medesimo inganno? Chè anzi tutti, quanti siamo, andiamo errati il più delle volte nel conoscimento di noi stessi e dell' opere nostre.

Vide già ancor Tullio nell' oratore poter essere obbiettato quest'argomento dell'attitudine, e vittoriosamente vi rispose colle seguenti notevoli parole: « Sono molti che, disfrancati dalla disperatezza, non » vogliono fare sperimento di ciò che diffidano di » conseguire: ma opportuna cosa è che tutti gli spe- » rimenti si tentino da tutti coloro, che hanno in » pensiero grandi e grandemente desiderabili cose. » Chè se ad alcuno o la propria natura, o quella » potenza di eccellente ingegno, verrà mancando; » o meno instrutto si porgerà nelle discipline delle » grandi arti: tenga costui quel corso che potrà. A » chi brama conseguire i primi onori è laudevol » cosa fermarsi ne'secondi e ne'terzi. Non solo ne' » poeti fu dato luogo ad Omero, ad Archiloco, a » Sofocle, o a Pindaro; nè l'immensa facondia di Pla- » tone distolse dallo scrivere Aristotele, la cui am- » mirevol scienza non ispense punto gli studi altrui. » Nè codesta mancanza rattenne soltanto gli eccellen- » ti uomini dagli ottimi studi, ma nè anche gli arte- » fici dall'arti loro. Conciosiacosachè coloro che non » raggiunsero l'imitazioni del Gialiso, o della Venere » di Coo, nè furono disanimati dal simulacro di Gio- » ve Olimpico o dalla statua del Doriforo, non la- » sciarono meno di tentare qual cosa potessero fare » essi medesimi, e fin dove fosse lor dato di progre- » dire: dei quali fu tanta la moltitudine, e sì grande

» la lode di ciascuno nel suo genere, che mentre
» ammiriamo le somme opere, lodiamo nulladimeno
» le inferiori. E quindi non è ragione per cui ri-
» manga abbattuta la speranza o languisca l'indu-
» stria degli studiosi; non essendo a disperar punto
» in ciò stesso che è ottimo: chè nelle cose eccel-
» lenti grandi sono sempre quelle che alle ottime si
» accostano. »

Ma vengono altri in campo, e sostengono che chi non può conoscere il pregio degli studi e dell' arti non può prendervi amore. E non s'avvede chi questo afferma quanto in ciò la ragion s'arretra

« Movendo l'ali sue credendo oltrarsi?
(Par. 32, 146.)

E per verità non si ama pressochè sempre al mondo un ben che non ci è pienamente noto? Non si apprezza una gemma al solo vederla sfolgorare, senza comprenderne l'intimo valore? Non si loda una statua, un dipinto, al primo sguardo, contuttochè non se ne sappiano rilevar le bellezze? si pregia, si ama un personaggio talvolta al solo vederlo; e, ciò che è più, sulla fama e sulla stima altrui. Plaude il volgo al facondo oratore, all'immaginoso poeta, al valente istrione: e non gl'intende. Qual conoscenza abbiamo dunque di tali cose da tenerle in conto, da sentirne piacere, da accendersi nell'animo subitamente per esse? È insito in noi, signori, un intimo senso del bello e del vero, che ci sforza a que'plausi, a quelle maraviglie, a quegli affetti. Domina questo senso sulla volontà, sulle abitudini, sulle passioni, a modo che

ci stringe a plaudire ed ammirare eziandio l' opere de'nostri emuli e de'nostri nimici, anche allorquando vorremmo pur trovarle deboli, errate, spregevoli.

Nè credasi ch'io intenda che questo amore abbia a condur tutti a diventar sapienti e letterati di vaglia. Folle sogno, vano desiderio, inutile pretesa sarebbe questa. Il raggiungere la cima del tempio della immortalità è dato soltanto a quell'anime privilegiate, cui il nume infuse più di divina scintilla. Pur ciascheduno è in debito di ben usare dell'ingegno, secondo suo potere: ed ove in esso abbialo maltrattato la natura, un cuore formar si debbe pio, buono, amante della virtù e degli uomini, e composto a civile ed onorato costume.

Ancora ignorando l'uomo l'avvenire potrebbe, quando che sia, cessare in lui la tardità dell' intelletto, aprire le ali all'ingegno, e riescire tardo sì nel suo intendimento, ma forse tanto più grande, quanto più tardo. Impiega la natura molto di tempo a formar le querce e gli elefanti, ma durano per lunghi secoli; laddove le farfallette dipinte e le rose odorate non hanno che la vita passeggiera d'un giorno.

Falso poi al tutto è l'argomento di coloro, che dicono non doversi amare nè abbracciare gli studi per l'abuso che di essi fare si può. Anche le armi trovate a difendere si fanno strumento d'offesa e di delitti; anche i farmachi più semplici divengon letali veleni; anche le faci destinate ad illuminare sono semenza d' incendi devastatori. Il mal uso del mezzo non farà mai che esso divenga essenzialmente cattivo. Nudriscono gli studi le buone menti al bene, come i cibi nudriscono i buoni stomachi, che non

ne abusano: e l'averli alcuno volti a male, punto non isminuisce ed oscura la loro bontà e perfezione. Ondechè non posso tenermi dallo sclamare: O sapienza conducitrice della vita, e de'vizi dissipatrice, che dovea poter essere senza te il vivere degli uomini! tu hai rinvenute le leggi: tu maestra de'costumi e della disciplina: per te nacquero la pace e la felicità della vita! Fortunato chi abbracciar ti puote nel suo intelletto! misero chi dal divino tuo lume si fugge ed asconde! Oh quanto innamorarono di te que'divini ingegni che negli studi e nell'arti salirono in ogni età a gloria immortale! Non vi furono stenti, non pericoli, non disagi, non cimenti, che non incontrassero volonterosi, non fatiche cui non si sottomettessero, non difficoltà che ardimentosi non tentassero di vincere. L'amor del sapere, che li guida e sostiene, scende nel fondo della carcere, e gli squallori ne allieta, rende leggiere le catene allo schiavo, gioconda l'amarezza dell' esilio, fa dolci le povertà, le persecuzioni, le ignominie; toglie l'orrore e l'atrocità alla morte istessa. Filosofeggia Cleante povero portator d'acqua, volge le macine Plauto, vivono schiavi Esopo, Terenzio, Fedro. Vedete Democrito trarsi gli occhi per meglio contemplar le cose divine, gittar Crate nell' onde le ricchezze impedimento alla sapienza, dimenticar cibo e sonno Carneade, correre Antistene quaranta stadi ogni dì per udire un Socrate, volare Euclide la notte in veste muliebre da Atene a Megara rischiando la vita. Qua gli Empedocli si gittano tra le vampe dell'Etna, là i Plinii vengono soffocati dalle ceneri del vesuvio, cadono gli Archimedi sotto il ferro romano. Tacerò io

la cicuta data a Socrate, le catene di Anassagora, le sventure di Eraclito, la fuga e l'avvelenamento di Aristotele? Ah non già, che tutto e con forte animo patirono coloro che amando la sapienza vennero per essa in voce d'uomini! Ma qual ricompensa, qual premio, qual guiderdone ebbero mai questi valenti da tanti sudori, da tante veglie, da tanti travagli? Il più piccol frutto di lor menti, la più lieve riuscita, il più piccol trovato, la menoma verità discoperta, fu balsamo alle ferite, rifugio alle sventure, consolazione alle perdite e agli affanni. Rinviene Archimede la frode celata nell'aurea corona di Terone, e nudo scorre per le vie di Siracusa gridando: *L'ho trovata, l'ho trovata.* Scopre Pittagora la relazione fra il quadrato dell'ippotenusa, e quello dei cateti; e tosto ne ringrazia i nume con ecatombe festiva. Premio è a se stessa pur in questa vita la virtù

Che vista sola sempre amore accende;
E s'altra cosa nostro amor seduce,
Non è se non di quella alcun vestigio
Mal conosciuto che quivi traluce.
(Par. 5, 8.)

E perciò contro coloro che non la seguitarono ebbe gridato il poeta della rettitudine:

Ahi anime ingannate, e fatue ed empie,
Che da siffatto ben torcete i cuori
Drizzando in vanità le vostre tempie!
(Par. 9, 10.)

Ma voi, giovani valorosi, ponete vivo l'amore agli studi, che gioconda e vantaggiosa vi renderanno la vita: e se ne provaste amare le radici, dolci e saporose ne gusterete le frutta, quand'anche al par de'Demosteni e de'Tulli superar doveste gli opponimenti della natura. Un campo è il vostro ingegno, ma inculto ed infecondo: ponete ogni studio in ben sarchiarlo, e non lasciare che le male erbe vi allignino e mettan le barbe. Adoperate anzi che il campo divenga giardino; ma non sì però che la pompa occupi la utilità, talchè fra i belli e cari fiori anche i frutti abbiano luogo. Non vi spaventi, che la sapienza sia un pelago, di cui a solcar breve tratto tutta non basta l'umana vita. Pigliate amor per nocchiero: e volgendo ad esso tutto il vostro cuore, giungerete a nobilitarvene gl'ingegni. Deh datevi ad amarla: chè fia questo

Amor sementa in voi d'ogni virtute!
(Purg. 17, v. 104.)

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

IL DIRETTORE
PRINCIPE D. PIETRO ODESCALCHI.

INDICE DEL VOL. 344.

SCIENZE

PAG.

Roselli, Sulla dipendenza delle due variabili x, y. 129
Brighenti, Elogio di Giuseppe Venturoli 170
Valorani, Della difficoltà degli studi medici. 199

LETTERATURA

Ponta, Della età che in sua persona Dante raffigura nella divina commedia. Parte prima. 217
Gioberti, Discorso all' accademia della Crusca 239
Rambelli, Di una condizione necessaria per ben riuscire negli studi. 243

GIORNALE
ARCADICO
DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. 345.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
1848

SCIENZE

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

Di alcuni teoremi del sig. F. Gauss relativi alle superficie curve. Memoria di D. Chelini d. S. P.

La bella teoria del sig. Gauss intorno alla curvatura delle superficie (1), stampata sino dall' anno 1827 nel volume VI delle memorie della società reale delle scienze di Gottinga, ha fatto nascere, per la sua importanza, il desiderio in più geometri di farne discendere i teoremi principali nell' insegnamento. I calcoli, onde il sig. Gauss dimostra la proposizione che è il fondamento delle altre, sebbene condotti con molta simmetria ed eleganza, nondimeno riescono alquanto lunghi e penosi. Quindi si sono tentate altre vie più facili e brevi per arrivare ai risultamenti finali. Il teorema risguardante la curvatura di una porzione di superficie compresa fra tre linee geodesiche fu dimostrato geometricamente dal sig. Iacobi. Recentemente il sig. Liouville (2)

(1) *Disquisitiones generales circa superficies curvas F. Gauss.* Commentationes societatis gottingensis, vol. VI.

(2) *Liouville, Iournal des mathematiques* tom. XII, pag. 291, an. 1847.

ha dimostrato per mezzo dell'analisi algebrica quest'altro teorema, che il prodotto $\rho\rho'$ de'raggi di curvatura principali in un punto qualunque M di una superficie si mantiene invariabile, allorquando la superficie, supposta flessibile a guisa di un velo ma inestendibile, prende successivamente diverse forme. Ma i calcoli di questo chiarissimo geometra francese se sono preferibili a quelli del sig. Gauss dal lato della brevità, nol sono, secondochè a me sembra, dal lato della chiarezza: e ciò per difetto di quell'idea direttrice che, nel metodo del sig. Gauss, rischiara tutta la via che dal punto di partenza conduce direttamente alla meta. E parmi che si possa affermare la medesima cosa delle tre altre dimostrazioni analitiche (quantunque un pò più semplici e brevi) che dello stesso teorema sono state date in appresso dai sigg. I. BERTRAND, DIGUET, PUISEUX (1).

Considerando il teorema di cui si tratta, io ho trovato che si può dimostrare facilissimamente colla pura geometria, e che inoltre si possono render brevissimi i calcoli che producono la formula generale, onde il sig. Gauss ha espresso la curvatura di un elemento superficiale in funzione delle sole quantità che entrano nell'espressione di un elemento lineare

$$ds = (Pdp^2 + Qdq^2 + 2Rdpdq)^{\frac{1}{2}}$$

preso sulla stessa superficie. L'oggetto però, cui miro principalmente in questa memoria, è di far discendere nell' insegnamento tutta la sostanza della

(1) Liouville, iournal tom. XIII, an. 1848.

importante dissertazione del sig. Gauss sulla curvatura delle superficie. A tal fine, dopo di aver tentato di recar qualche nuovo grado di luce nel concetto degl'infinitesimi, e nella definizione di ciò che fa la curvatura delle linee e delle superficie, io profitto del bel lavoro geometrico del sig. Iacobi intorno al triangolo formato da tre linee geodesiche; e della dissertazione del sig. Gauss, la quale non è certamente nelle mani di molti (1), io riporto tutto quello che è affatto semplice ed elementare.

Che cosa è l'infinitesimo? Forse una quantità minore di ogni assegnabile? Ma è troppo evidente che una quantità, per esser minore di ogni assegnabile, è mestieri che non possa più diminuire, e che però si confonda col puro zero.

L'infinitesimo è forse una quantità variabile, i cui valori numerici successivi decrescono indefinitamente in modo da scendere al di sotto di ogni assegnato valore? O, in altri termini, è una quantità variabile che ha lo zero per limite? Ma non tutte le quantità variabili, che hanno lo zero per limite, son dette infinitesime. Se, per esempio, un angolo cresce da zero sino a 90°, il coseno di quest'angolo, che certamente ha per limite lo zero, si chiama forse infinitesimo?

È dunque da desiderarsi che una nuova defi-

(1) A me è stata favorita dalla cortesia del chiarissimo signor principe D. BALDASSARE BONCOMPAGNI.

nizione faccia quello che le precedenti definizioni non fanno; e ciò è di mettere in chiaro lume il vero carattere, onde le quantità chiamate infinitesime si distinguono da tutte le altre.

A questo fine cominciamo dall' osservare, per mezzo di un esempio semplicissimo, ciò che nel fatto sono gl'infinitesimi. Sia

$$y = x^2;$$

quando la variabile x riceve un incremento dx, la variabile y riceverà in corrispondenza un incremento dy, e si avrà $dy = (x + dx)^2 - x^2$, ossia

$$dy = 2xdx + dx^2,$$

e quindi

$$\frac{dy}{dx} = 2x + dx,$$

$$lim. \frac{dy}{dx} = 2x.$$

In questo risultato si vede che $2x$ è il limite cui tende il rapporto $\frac{dy}{dx}$, quando dx, ed in conseguenza dy, convergono verso lo zero, e si può anche dire che la quantità $2x$ è ciò in che si riduce il rapporto delle due quantità dy, dx nell'atto della loro evanescenza.

Ora, quando nell'ultimo risultato de'nostri calcoli noi ci proponiamo, sin da principio, di ritenere solamente ciò in che si riduce il rapporto di due quantità nell'atto della loro evanescenza, queste

due quantità variabili si chiamano, avuto riguardo alla loro destinazione futura, *quantità infinitesime*; ed allora nell'equazioni fondamentali, cioè nell'equazioni che ci servono come di punto di partenza, si sopprimono subito da bel principio tutti i termini che prevediamo con certezza dovere svanire negli ultimi risultati. Così, nell'esempio precedente, invece dell'equazione fondamentale

$$dy = 2xdx + dx^2 ,$$

si scrive subito l'equazione

$$dy = 2xdx,$$

la quale si dice *equazione infinitesimale*.

Segue da questa convenzione:

1.° Che negli ultimi risultati, *il rapporto di due quantità infinitesime* rappresenta il LIMITE *cui tende il rapporto delle stesse quantità nell' atto che convergono verso l'evanescenza*;

2.° Che quando il rapporto di due quantità infinitesime è uguale all'unità, potremo ne'nostri ragionamenti sostituire l'una all'altra. Così, poichè si dimostra che il rapporto di un arco infinitesimo alla sua corda è uguale all'unità, noi potremo, nello stabilire l'equazioni infinitesimali, considerare un arco infinitesimo come una retta. A questo fine gl'infinitesimi si debbono riguardar sempre in uno stato prossimo all'evanescenza.

Posti questi preliminari, parmi che il concetto complesso degl'infinitesimi possa esplicarsi e definirsi così:

GL'INFINITESIMI (1) sono *quantità variabili che si considerano in uno stato prossimo all'evanescenza, e come destinate a svanire negli ultimi risultati.* Per ultimi risultati si debbono intender quelli, ne'quali si ritengono solo i valori che prendono i rapporti delle quantità infinitesime nell'atto del loro svanire.

Pertanto gl'infinitesimi si distinguono dalle altre quantità variabili per due caratteri essenziali. Il primo carattere riguarda *il presente*, ed è di esser considerati in uno stato prossimo all'evanescenza; il secondo carattere riguarda *il futuro*, ed è di esser destinati a svanire negli ultimi risultati: questo carattere ci richiama i limiti de' rapporti di quantità convergenti verso lo zero, limiti che soli debbono rimanere nell'equazioni finali.

L'INFINITO, negli usi matematici, si può riguardare come una quantità variabile, di cui il *valore reciproco* o *inverso* (cioè il quoto che si ottiene dividendo l'unità per siffatta quantità) è un infinitesimo.

I corollari immediati di queste definizioni rischiarano e spiegano certe forme ellittiche di dire e certe regole, le quali, stando al senso letterale, mal si posson comprendere, e di cui l'origine risale a Leibnizio, cioè alla sorgente medesima del calcolo infinitesimale. Ecco le prime conseguenze evidenti delle poste definizioni.

1.° Un infinitesimo, siccome quantità variabile destinata in ultimo a svanire, si può suppor minore di ogni assegnata comunque piccolissima quantità.

2.° Una quantità infinita, avendo per valore

(1) *Questa definizione racchiude in fondo tutta la metafisica di* CARNOT *sul calcolo infinitesimale.*

inverso l'infinitesimo, è una quantità che si può supporre maggiore di ogni assegnata comunque grandissima.

Gl'infinitesimi *si distinguono in diversi ordini*. Sia θ un infinitesimo del prim' ordine, ed $\omega = f(\theta)$ un altro infinitesimo evanescente con θ. Se il rapporto

$$\frac{\omega}{\theta^m},$$

quando i due infinitesimi θ, ω svaniscono, riesce finito, o infinito, o zero; l'infinitesimo ω si dice dell' ordine m, o di un ordine minore o maggiore di m. In generale, due infinitesimi si dicono *omogenei* o dello stess'ordine, se il loro rapporto, allorchè svaniscono, si riduce ad una quantità finita.

Equazioni infinitesimali sono quelle che vincolano gl'infinitesimi tra loro.

TEOREMA. *Un'equazione infinitesimale si può sin da principio rendere omogenea rispetto agl'infinitesimi, ritenendo solo i termini infinitesimi dell' ordine più piccolo, e sopprimendo tutti gli altri.*

Dimostrazione. Infatti allorchè negli ultimi risultati si passa ai rapporti degl'infinitesimi omogenei dell' ordine minimo, svaniranno tutti quei termini che, dopo simile passaggio, continuassero a mostrarsi infinitesimi. Così l'equazione

$$du = dx + adx^2 + bdx^3,$$

si può ridurre alla seguente

$$du = dx;$$

poichè, dovendosi passare ai limiti nell'ultimo risultato, si ha

$$\frac{du}{dx} = 1.$$

Dunque nell'equazioni infinitesimali

a) Due infinitesimi si potranno sostituire l'uno all'altro, se il loro rapporto sia eguale all'unità;

b) In faccia al finito sparisce l'infinitesimo, e in faccia all'infinitesimo di un ordine sparisce l'infinitesimo di un ordine superiore;

c) In faccia all' infinito sparisce il finito, e in faccia all'infinito di un ordine sparisce l' infinito di un ordine inferiore.

Non è bisogno di avvertire che queste regole, senza le spiegazioni che abbiamo dato, riuscirebbero oltremodo vaghe ed oscure.

DEGL'INFINITESIMI IN GEOMETRIA.

Simboli per indicare le Direzioni e gli Angoli; Definizioni delle linee e delle superficie curve.

La DIREZIONE fissata da due punti A, B nello spazio, è la retta indefinita che passa dall' uno A all'altro B. Questa retta si suppone generata da un punto, il cui moto si faccia sempre nel verso che ha luogo quando da A si va in B. Quindi le direzioni indicate da AB, BA sono diametralmente opposte: e se la retta AB si riguarda come *positiva*, la retta BA si ritiene come naturalmente *negativa*, talchè

$$AB + BA = 0, \quad AB = -BA.$$

In generale, se A, B, C, D, sono più punti di una retta, si avrà

$$AB + BC + CD + DA = 0,$$

essendo evidente che, *quando si cammina sopra una linea aperta passando con moto continuo da un punto ad un altro, se infine ci ritroviamo al punto di partenza; il cammino totale si comporrà necessariamente di due parti eguali, l'una positiva e l'altra negativa.*

In tutte l'equazioni analoghe alla precedente, quando si vuole trasportare un termine da un membro ad un altro, invece di mutargli il segno (± 1) basta invertere l'ordine delle lettere. Così da

$$AB + BC + CD + DA = 0,$$

si deduce

$$AB + BC = AD + DC = AC.$$

Per conoscere qual partito si possa trarre in geometria da quest'equazioni si può consultare una mia memoria stampata nel tom. II della Raccolta scientifica di Roma, an. 1846, pag. 57 e 73.

Date due rette a, b di nota direzione, quando il loro angolo sarà indicato da uno de'simboli

$$\cdot ab,\ (ab),\ (a,\ b),$$

per un tal simbolo si deve intender l'angolo che si forma conducendo per un punto arbitrario due linee parallele ad a, b, e dirette nel medesimo senso. Inoltre converremo che i due simboli

$$\cdot ab,\ \cdot ba,$$

indichino due angoli eguali, ma di segno contrario, talchè se si concepisce l'angolo $\cdot ab$ come descritto da un raggio che dalla posizione a passa alla posizione b girando in un senso convenuto, l'angolo $\cdot ba$ si dovrà concepire come descritto dallo stesso raggio che, girando in senso contrario, torna dalla posizione b alla posizione a. Si avrà dunque

$$\cdot ab + \cdot ba = 0.$$

Si avverta però che, nello stabilire l'equazioni simboliche della forma

$$ab + bc + cd + da = 0,$$

sia che si tratti di angoli, sia che si tratti di linee chiuse, su cui camminando con moto continuo si passa periodicamente per le medesime posizioni, non si dee procedere meccanicamente ed alla cieca, ma sibbene tener sempre l'occhio alla cosa, onde l'equazione simbolica sia come lo specchio di ciò che collo spirito vediamo realmente avvenire nell'estensione.

Definita la *direzione*, si possono dare le definizioni seguenti della linea poligona e della linea curva.

LINEA POLIGONA è la linea generata dal moto di un punto che ad intervalli cangia direzione, o più semplicemente : è *la linea che ad intervalli cangia direzione.*

CURVA *è la linea che cangia continuamente direzione.* Immaginiamo una linea poligona *inscritta* alla curva : la curva sarà divisa in archi che avranno per corde i lati della linea poligona. Se ciascuno di questi archi si divide in due parti , e si tirano le

corde ai nuovi archi, ne nascerà una seconda linea poligona inscritta, il cui numero de'lati sarà due volte più grande che nella prima. Nel modo stesso, alla seconda si faccia succedere una terza poligona inscritta, e poi una quarta, una quinta, e così via via; talchè si abbia una serie di poligone inscritte ove il numero de'lati si raddoppia nel passare dall'una all' altra. Tutte queste poligone inscritte si concepiscano come *diversi stati di una medesima linea variabile inscritta*, *la quale*, nel passare da uno *stato all'altro*, *cangia ognor più spesso direzione.* Ma la FREQUENZA nel cambiar direzione ha evidentemente per limite la CONTINUITA' nel cambiar direzione. L'evidenza di questa verità è uguale a quella di tutti i principii di ragione che si dicono assoluti : come, per esempio, ogni corpo è nello spazio; ogni avvenimento si fa nel tempo.

Concludiamo adunque, che la frequenza della linea poligona inscritta nel cambiar direzione ha per limite la continuità della curva nel cambiar direzione: ossia che la linea poligona inscritta, variabile nel modo sopra esposto, ha per limite la coincidenza con la curva. Dunque, a misura che ogni lato di questa linea poligona e l' arco corrispondente della curva tendono all'evanescenza, il loro rapporto tende ad esser uguale all'unità. Dunque

Il rapporto di un arco infinitesimo alla sua corda è uguale all'unità.

Segue di qui che noi possiamo riguardare *ogni curva* come UNA LINEA POLIGONA INFINITESIMALE, cioè come *una linea poligona composta di un numero in-*

finito di lati infinitesimi; ed OGNI TANGENTE, come *il prolungamento di uno di questi lati.*

Se si stabilisce come definizione che: LA DIREZIONE *fissata da tre punti non posti in linea retta, è il piano che passa per questi tre punti*; si dimostrerà, in modo analogo al precedente, che: OGNI SUPERFICIE CURVA si può riguardare *come una superficie poliedrica infinitesimale*, cioè come una superficie poliedrica composta di un numero infinito di facce infinitesime; ed OGNI PIANO TANGENTE, *come il prolungamento di una di queste facce.*

Curvatura delle linee e delle superficie sviluppabili.

Chiamo CORSO *di una linea il moto del punto che la genera.* Giova immaginare che il punto generator di una linea abbia, a guisa di una persona che cammina, la sua parte destra e sinistra, la sua parte anteriore e posteriore.

Il corso di una linea, quando si fa secondo ciascuno de'suoi lati, è *moto di traslazione*; e nel passaggio da un lato all'altro, è *moto di rotazione.* La rotazione, che ha luogo nel passare da un lato all' altro in un dato vertice della linea, è rappresentata dall'angolo, onde la direzione del lato che segue il dato vertice, declina dalla direzione del lato che precede. Quest'angolo si dirà *declinazione* della linea nel dato vertice.

CURVATURA totale di una linea è *la somma di tutte le declinazioni successive della medesima.*

Teorema. Sia data una curva AB in un piano,

ed un circolo del raggio $= 1$, situato nello stesso piano. Pel centro O di questo circolo si conducano due raggi Oa, Ob paralleli rispettivamente alle tangenti che toccano la curva AB ne' punti *iniziale* A e *finale* B: l'angolo a O b, misurato dall'arco ab, sarà la curvatura totale dell'arco AB.

Dimostrazione. Immaginiamo un raggio Om che si muova parallelamente alle direzioni consecutive che prende il corso M della curva AB considerata come una linea poligona infinitesimale: tale raggio partirà dalla posizione *iniziale* Oa e si fermerà nella posizione *finale* Ob, e però l'angolo aOb rappresenterà la somma di tutte le declinazioni consecutive della curva AB.

Così, *la curvatura totale di una curva* AB *è uguale all'angolo, onde la tangente nel punto finale della curva, declina dalla tangente nel punto iniziale.*

Per O conduciamo un nuovo raggio Om' perpendicolare al raggio mobile Om: il raggio Om' sarà parallelo alla normale in M della curva AB. Quando il raggio Om prende le posizioni Oa, Ob, il raggio Om' prenda le posizioni Oa', Ob': è facile a vedere che l'angolo a' O b' è uguale all'angolo a O b. Da ciò si ricava che *la curvatura totale della curva* AB *è* pure *uguale all'angolo, onde la normale della curva nel punto finale, declina dalla normale nel punto iniziale.*

Sia s un arco circolare del raggio r a cui risponda l'angolo centrale θ; θ sarà la curvatura dell' arco s, e si ha dalla geometria $s = r\theta$, ed in conseguenza

$$\frac{\theta}{s} = \frac{1}{r}.$$

Questo rapporto $\left(=\frac{1}{r}\right)$ della curvatnra θ di un arco circolare alla sua lunghezza s esprime, nello stesso circolo, la curvatura di un arco la cui lunghezza sia $= 1$.

Circolo osculatore di una curva qualunque, relativamente ad un punto M, è il circolo che in questo punto ha due lati infinitesimi consecutivi in comune colla curva. Sia ds l'arco infinitesimo che la curva ha in comune nel punto M col circolo osculatore; il raggio r di questo circolo, supposto applicato in M, si chiama *raggio oculatore* o *di curvatura*. Sia $d\theta$ la curvatura di ds. Avremo, per ciò che procede,

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{r}.$$

In un dato punto M di una linea, il rapporto tra la curvatura di un ELEMENTO ds della linea, preso in tal punto, e la lunghezza di quest'elemento si dice *curvatura della linea in tale punto*, ed è come *l'unità di curvatura* in tale punto, rappresentando ivi la curvatura di un arco $= 1$ del circolo osculatore. Questo rapporto corrisponde a ciò che, trattandosi di superficie, Gauss ha chiamato *misura di curvatura* relativa ad un punto.

CURVATURA *totale della superficie di un angolo solido* è la somma degli angoli diedri, onde la direzione di ciascuna delle sue facce declina dalla direzione della faccia che precede: avvertendo però che, se si riguardano come positivi i diedri che si aprono in un certo senso quando si passa da una

faccia all'altra girando sempre in un medesimo verso intorno all'angolo solido, si devono riguardare come negativi i diedri che si aprono in senso contrario.

Teorema. Il valore C della curvatura della superficie di un angolo solido è uguale al valore (2π) di quattro angoli retti, meno il valore Ω dell' ampiezza dell'angolo solido: cioè $C = 2\pi - \Omega$.

Dimostrazione. Per dimostrare questo teorema cognito, si supponga che l' angolo solido tenga il vertice nel centro di una sfera del raggio $= 1$: esso abbraccerà sulla sfera un poligono sferico. Questo poligono sferico rappresenta compiutamente l'angolo solido: colla superficie ne rappresenta l' ampiezza, coi lati le facce, e con la declinazione de'lati la declinazione delle facce: vale a dire, i numeri che esprimono le misure di tutti gli elementi del poligono sferico esprimono anche le misure di tutti gli elementi corrispondenti dell'angolo solido, purchè si prenda per unità degli angoli rettilinei l'angolo centrale che, nel circolo del raggio $= 1$, corrisponde all'arco $= 1$, e per unità degli angoli solidi l'angolo solido centrale che, nella sfera del raggio $= 1$, corrisponde ad una superficie sferica equivalente al quadrato che ha per lato l'unità lineare $= 1$.

Ciò posto, sia Ω la superficie del poligono sferico che suppongo di n lati e convesso; sia A la somma de'suoi angoli interni, e C la somma de'suoi angoli esterni, ossia la somma delle declinazioni de' suoi lati (somma che non bisogna confondere con la curvatura del perimetro, perchè i lati essendo archi hanno anch'essi la loro curvatura). Si ha dalla geometria

$$\Omega = A - (n-2)\pi, \quad A + C = n\pi,$$

e però

$$C + \Omega = 2\pi,$$

dunque

$$C = 2\pi - \Omega.$$

Ed è facile a rilevare che questa formula, ove si abbia il debito riguardo ai segni (± 1), sussiste anche nel caso del poligono non convesso.

Teorema di Iacobi. Data nello spazio una curva $\alpha\alpha'$ a doppia curvatura, ed una sfera del raggio $= 1$, dal centro O di questa sfera si tirino de'raggi paralleli ai raggi osculatori consecutivi di $\alpha\alpha'$, ed in quel senso che diremo nella dimostrazione: tali raggi formeranno dentro la sfera una superficie conica. Al principio e al termine di questa superficie conica si conducano due piani paralleli ai piani osculatori della curva $\alpha\alpha'$ relativi l'uno al suo principio α e l'altro al suo termine α'. La curvatura C della superficie conica sarà eguale alla differenza degli angoli diedri A′, A che la stessa superficie conica fa nel suo termine e nel suo principio coi detti piani osculatori: cioè $C = A' - A$.

Dimostrazione. Dal centro O si tirino i raggi Oa, Oa_1, Oa_2, Oa_3, . . . Oa', rispettivamente paralleli alle tangenti consecutive della curva $\alpha\alpha'$: le loro estremità formeranno sulla sfera una curva $aa_1a_2a_3$ . . . . a', ed i piani aOa_1, a_1Oa_2, ... saranno paralleli ai piani osculatori consecutivi di $\alpha\alpha'$. Prolunghiamo gli archi aa_1, a_1a_2, a_2a_3, . . . in A, A_1, A_2, . . . A′, così che ciascuno diventi uguale ad un quadrante ($\frac{1}{2}\pi$), cioè sia

$\frac{1}{2}\pi = aA = a_1A_1 = a_2A_2 = \ldots = a'A'$. (Fig. I) (*)

L'estremità di questi quadranti formeranno una nuova curva sferica $AA_1A_2 \ldots A'$, e i raggi OA, OA_1, OA_2, . . . OA' saranno paralleli ai raggi osculatori consecutivi della curva $\alpha\alpha'$, e costituiscono la superficie conica, di cui la curvatura totale si è chiamata C.

Inoltre ciascun *angolo di contingenza* Aa_1A_1, $A_1a_2A_2$, . . . formato da due quadranti consecutivi qualunque aA, a_1A_1, . . . e corrispondente ad un angolo di contingenza de' piani osculatori della curva $\alpha\alpha'$, è rappresentato (trascurando gl'infinitesimi di second'ordine) dalla superficie compresa fra i detti due quadranti. Dunque la somma c di tutti cotesti angoli di contingenza, che hanno luogo da a in a', è uguale alla superficie sferica S compresa nel quadrilatero (aA, AA', $A'a'$, $a'a$), talchè si ha $S = c$. Ma S, pel teor. prec., è pure $= 2\pi$ meno la curvatura della superficie dell'angolo solido che corrisponde a siffatto quadrilatero. Orà, se giriamo il quadrilatero nel senso $aAA'a'a$, costruita od immaginata la figura, si vedrà che la declinazione della superficie dell'angolo solido in OA è $= A$, da OA andando in OA' la curvatura è C, in OA' la declinazione è $\pi - A'$, da OA' in Oa' la declinazione è zero, in Oa' è $= \pi$, da Oa' in Oa le declinazioni diventano negative, e la loro somma è $= -c$. Così la curvatura totale della superficie dell'angolo solido $OaAA'a'a$ è $= 2\pi + A - A' + C - c$. Dunque la

(*) *Convien supplire coll'immaginazione alle linee che mancano nella figura.*

superficie S del quadrilatero $aAA'a'a$, già espressa per c, è pure espressa per $2\pi-(2\pi+A-A'+C-c)$ $=c+A'-A-C$. Dunque $c=c-C+A'-A$, e però

$$C = A' - A.$$

Curvatura delle superficie
secondo la definizione del signor Gauss.

Premetto alcune considerazioni, che mi sembrano assai proprie a rischiarare e a far comprendere la definizione del sig. Gauss, o a mostrare l'intima corrispondenza della curvatura delle superficie con quella delle linee.

Ogni superficie presenta *due lati* o bande rispetto allo spazio che divide. Ne'nostri ragionamenti è d'uopo di fissare il pensiero piuttosto sopra l'uno di questi lati che sull'altro, o almeno di non scambiare l'uno con l'altro. Converremo di chiamar l'uno *lato esterno* della superficie, e l'altro *lato interno*, e di considerare le normali alla superficie situate tutte e dirette dal lato esterno.

Data una superficie curva (che riguarderemo sempre come una superficie poliedrica infinitesimale), ed una sfera del raggio $=1$, dal centro di questa sfera conduciamo de'raggi paralleli alle normali esterne della superficie, e diretti nel medesimo senso; e supponiamo, per maggior chiarezza, che ciascuno di questi raggi corrisponda ad una faccetta unica della superficie curva. È palese che *l'angolo compreso tra due raggi consecutivi* sarà *eguale alla declinazione delle faccette corrispondenti* nella superficie curva, e che, per conseguente, *l'angolo solido* ω *formato da un fascio conico qualunque di cotesti rag-*

gi rappresenterà la CURVATURA *totale della porzione* σ *di superficie, cui detti raggi corrispondono.* All' angolo solido ω si può sostituire la superficie da esso abbracciata sulla sfera: essendochè il numero ω, che esprime la misura dell'uno, esprime pure la misura dell'altra.

Queste cose stabilite, la curvatura di una data porzione di superficie si può, col sig. Gauss, definir brevemente così:

Data una superficie curva, s'immagini una superficie sferica del raggio $= 1$, così connessa con la prima, che la normale all'una, in un punto qualsivoglia, sia parallela alla normale dell'altra *nel punto corrispondente.* Delineata nella data superficie una figura qualunque σ, ad essa *corrisponderà* sulla sfera un'altra figura ω: la superficie ω di questa rappresenta la CURVATURA totale della superficie σ della prima figura.

Si avverta però che, nel determinare la curvatura totale di una data porzione di superficie curva, conviene di por sempre attenzione all'andamento di questa, e di ben distinguere i luoghi (quando esistono) dove ad una medesima porzione della superficie sferica *corrispondono* più porzioni distinte della superficie curva. Intorno a ciò le regole da seguirsi sono suggerite dalla natura de' casi particolari, e variano con essi. Si comprende per altro potersi dividere la superficie curva in più porzioni σ tali, che la curvatura di ciascuna di queste porzioni abbia, in ogni elemento, una rappresentazione diversa sulla superficie *corrispondente* ω della sfera.

Se la superficie non è curva in tutti i sensi, ma

sviluppabile, come le superficie cilindriche e coniche, è palese che i raggi condotti dal centro O della sfera parallelamente alle normali esterne di una porzione σ della superficie sviluppabile, non riempiono più un angolo solido, ma costituiscono una superficie conica, che sulla sfera è misurata da una linea λ. Così questa linea λ rappresenta, in questo caso, la curvatura totale, ossia la somma delle declinazioni, onde si succedono le facce nella superficie sviluppabile σ.

Teoremi del signor Gauss
intorno alla curvatura delle superficie.

I. Teorema. *Se un triangolo $\alpha\beta\gamma$, porzione di una data superficie* S, *ha per lati tre linee geodesiche della superficie, la sua curvatura totale* T *è uguale all'eccesso della somma de'suoi angoli interni α, β, γ, su quella di due retti (π)*: cioè

$$T = \alpha + \beta + \gamma - \pi.$$

Dimostrazione (*da presso il sig. Iacobi* (1))

Sia ABC (Fig. 2) il triangolo T che sulla sfera (O) del raggio $= 1$ *corrisponde* al triangolo $\alpha\beta\gamma$ e ne rappresenta la curvatura. Chiamata K la curvatura della superficie dell'angolo solido OABC, si avrà

$$T = 2\pi - K.$$

(1) Iournal astronomique du Schumacher, an. 1842.

Rimane dunque a determinare K. Si osservi dapprima che le linee geodesiche $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, essendo le linee più brevi che sulla data superficie S uniscono i punti α, β, γ, hanno i loro piani osculatori normali alla superficie S, e che però le normali alla superficie S lungo le linee $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, hanno le stesse direzioni che i corrispondenti raggi osculatori di siffatte linee.

Ciò posto, i tre lati BC, CA, AB si designino per a, b, c, e per $\cdot ab$, $\cdot bc$, $\cdot ca$ gli angoli onde le direzioni de'tre lati a, b, c ne'punti C, A, B declinano l'una dall'altra.

Gli angoli che la superficie conica OBC forma in OB ed in OC coi piani condotti da O parallelamente ai piani osculatori della curva $\beta\gamma$ ne' punti β, γ, si designino per

$$\cdot pa\,,\quad \cdot p'a.$$

Gli angoli analoghi, relativi ai lati CA $= b$, AB $= c$, siano designati da

$$\cdot qb\,,\quad \cdot q'b\,;\quad \cdot rc\,,\quad \cdot r'c.$$

Le lettere p, p', q, q', r, r' si dovranno riguardare come esprimenti le direzioni che hanno ne'punti B, C, A, gli archi incisi sulla sfera (O) da' sei piani condotti dal centro O parallelamente ai piani osculatori relativi all'estremità delle curve $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$, $\alpha\beta$. In questa ipotesi è facile a vedere che i simboli $\cdot r'p$, $\cdot p'q$, $\cdot q'r$ rappresentano i supplementi degli angoli interni β, γ, α del triangolo $\alpha\beta\gamma$, e che però

si ha

$$\cdot r'p = \pi - \beta\,,\ \cdot p'q = \pi - \gamma\,,\ \cdot q'r = \pi - \alpha.$$

Le curvature delle superficie OBC, OCA, OAB, saranno espresse, in virtù del teorema prec. del sig. Iacobi, da

$$\begin{aligned} \cdot p'a - \cdot pa &= \cdot p'a + \cdot ap\,, \\ \cdot q'b - \cdot qb &= \cdot q'b + \cdot bq\,, \\ \cdot r'c - \cdot rc &= \cdot r'c + \cdot cr\,. \end{aligned}$$

Quindi per la curvatura totale K della superficie dell'angolo solido OBCA avremo

$$\begin{aligned} K = {} & \cdot p'a + \cdot ap + \cdot ab \\ & + \cdot q'b + \cdot bq + \cdot bc \\ & + \cdot r'c + \cdot cr + \cdot ca\,. \end{aligned}$$

Ora è palese che, nell' addizione di questi angoli, abbiamo intorno all'angolo B($= \pi - \cdot ca$) del triangolo (a, b, c) la somma

$$\cdot r'c + \cdot ca + ap = \cdot r'p = \pi - \beta\,.$$

E similmente intorno agli angoli C($= \pi - \cdot ab$), A($= \pi - \cdot bc$) abbiamo le somme

$$\begin{aligned} \cdot p'a + \cdot ab + \cdot bq &= \cdot p'q = \pi - \gamma\,, \\ \cdot q'b + \cdot bc + \cdot cr &= \cdot q'r = \pi - \alpha\,. \end{aligned}$$

Dunque

$$K = 3\pi - \alpha - \beta - \gamma\,,$$

e per conseguenza $2\pi - K$, ossia

$$T = \alpha + \beta + \gamma - \pi\,.$$

II. TEOREMA. Se una superficie S, supposta flessibile ma inestendibile, cangia di forma, in questo cangiamento una figura qualunque σ delineata sulla superficie serberà costante, insieme con la grandezza, la sua curvatura totale ω.

Dimostrazione. Poichè la superficie flessibile S, che cambia di forma, si suppone inestendibile, ogni linea segnata sulla medesima serba costante la propria lunghezza, e però resterà geodesica se dapprima era geodesica. Divisa quindi la superficie S in triangoli infinitesimi, si vede chiaramente che essa nel cambiare di forma non varia di grandezza, e che ogni angolo segnato sulla medesima si mantiene costante. Ma la curvatura di un triangolo $\alpha\beta\gamma$, formato sulla superficie S da tre linee geodesiche, non varia che colla somma de'suoi angoli: dunque siffatta curvatura si mantiene anch'essa invariabile. Ciò posto, se la superficie si suppone divisa in triangoli infinitesimi, formati da linee geodesiche, si conchiuderà che la curvatura di una porzione qualunque della superficie S non varia in mezzo ai suoi cangiamenti di forma.

III. TEOREMA. Se intorno ad un punto dato M di una superficie S si prende un elemento qualunque superficiale $d\sigma$, il rapporto di esso alla sua curvatura totale $d\omega$ è uguale al prodotto de'raggi di curvatura principali ρ, ρ_1, relativi al punto M: cioè

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \rho\rho_1 .$$

Dimostrazione. Cominciamo dal ricordare che

nella superficie sferica la curvatura è uniforme, e proporzionale a ciò che si prenda di essa superficie. Immaginiamo una sfera che tocchi in M la superficie data S: il luogo del contatto si potrà riguardare (secondo lo spirito del calcolo infinitesimale) come una faccetta infinitesima comune alla superficie ed alla sfera, e però come una porzione infinitesima di superficie sferica di un certo raggio. Da questa considerazione s' inferisce che la curvatura $d\omega$ di un elemento superficiale $d\sigma$ infinitesimo di second'ordine, si può trattare come se fosse uniforme in tutta l'estensione dell'elemento, e però come proporzionale a ciò che si prenda dell'elemento medesimo. Quindi il rapporto $\frac{d\sigma}{d\omega}$ non varierà se l'elemento $d\sigma$, infinitesimo di second'ordine, si prende ad arbitrio intorno ad M, e gli si dà quella figura che più aggrada.

Supponiamo che $d\sigma$ sia un triangolo rettangolo che abbia per lati due archetti ds, ds_1, presi sulle sezioni normali fatte in M nella superficie S secondo le direzioni delle due linee di curvatura. I raggi osculatori ρ, ρ_1 di questi due archi saranno i raggi di curvatura principali della superficie, relativi al punto M. Siano $d\theta$, $d\theta_1$ le curvature di questi due archi ds, ds_1: sarà

$$ds = \rho d\theta\,,\quad ds_1 = \rho_1 d\theta_1\,.$$

Inoltre, essendo gli archi ds, ds_1 perpendicolari tra loro, il triangolo $d\sigma$ sarà rettangolo, e però avremo

$$2d\sigma = \rho\rho_1 d\theta d\theta_1\,.$$

Portiamo adesso la nostra attenzione alla superficie sferica (O) del raggio $= 1$, su cui si misurano le curvature ω della superficie S, e che è connessa con questa per la legge che le normali alle due superficie ne'*punti corrispondenti* siano parallele. È palese che ai due archi ds, ds_1 della superficie S, normali l'uno all'altro, *corrisponderanno* sulla nostra sfera (O) i due archi $d\theta$, $d\theta_1$, pure normali l'uno all' altro, e rappresentanti le curvature de' primi. Da ciò si conchiude che il triangolo $d\omega$ che sulla sfera (O) corrisponde al triangolo $d\sigma$ della superficie, ha per lati gli archi $d\theta$, $d\theta_1$, e che per conseguenza si ha

$$2d\omega = d\theta\, d\theta_1 .$$

Dunque

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \rho\rho_1 .$$

Corollario. Abbiamo veduto che $d\sigma$ e $d\omega$ non variano di grandezza, quando la superficie S cangia di forma. Dunque, *data una superficie, se si suppone flessibile ma inestendibile, qualunque sia il modo onde si fa cangiare di forma, il prodotto de' raggi di curvatura principali resterà invariabile in ciascun punto.*

Il sig. GAUSS chiama MISURA DI CURVATURA in un punto dato M della superficie il rapporto

$$K = \frac{d\omega}{d\sigma} = \frac{1}{\rho\rho_1} ,$$

il quale esprime la curvatura di una porzione $= 1$ della superficie sferica, di cui il raggio di curvatura

sia medio proporzionale tra i raggi di curvatura principali ρ, ρ_1.

Applicata questa sfera nel punto M in contatto con la superficie S, l'elemento $d\sigma$ della superficie si potrà riguardare come appartenente a tale sfera, la quale perciò si potrebbe chiamare SFERA DI CURVATURA (1), siccome quella che ha, rispetto alle superficie, l'istesso ufficio che il circolo di curvatura ha rispetto alle linee. Nondimeno giova notare una differenza essenziale tra il circolo di curvatura e la sfera di curvatura: ed è, che il primo è sempre *osculatore*, ossia ha sempre due elementi in comune colla linea curva nel punto di contatto; mentre la seconda non è *osculatrice* nel punto di contatto (eccetto in quei punti che si dicono ombelicali), vale a dire, non ha due elementi in comune con tutte le curvê della superficie che passano per il punto di contatto.

Teoremi del sig. Gauss intorno alle linee geodesiche.

1. *Teorema.* Se in una data superficie curva partano da un medesimo punto un'infinità di linee geodesiche tutte di egual lunghezza, la linea che unisce i loro estremi le segherà ciascuna ad angolo retto.

(1) Il chiarissimo professore sig. CARLO SERENI aveva trattato di questa sfera e della sua proprietà di dar la misura della curvatura delle superficie sin dall' anno 1826 nella sua GEOMETRIA DESCRITTIVA, stampata in Roma in tal anno, e però un anno prima che fosse pubblicata la dissertazione del sig. GAUSS intorno alle superficie. (Si veda la RACCOLTA SCIENTIFICA di Roma, tom. 1, pag. 353, an. 1845.)

Dimostrazione del sig. Gauss. Siano AB, AB′ due linee geodesiche di egual lunghezza, includenti in A un angolo infinitesimo, e supponiamo che l'uno degli angoli ABB′, AB′B che l'elemento BB′ forma con le linee BA, B′A, differisca di una quantità finita dall'angolo retto, onde, per la legge di continuità, l'uno sarà minore e l'altro maggiore dell'angolo retto. Supponiamo l'angolo in B esser $= 90° - \theta$, e prendiamo sulla linea BA il punto C in modo che sia $CB = \frac{BB'}{\text{sen}\theta}$. Essendo lecito di trattare il triangolo infinitesimo BB′C come se fosse piano, si avrà

$$CB' = \sqrt{(CB^2 + BB'^2 - 2CB.BB'.\text{sen}\theta)}.$$

Donde, sostituendo $BB' = CB\ \text{sen}\theta$, si ricava

$$CB' = CB\cos\theta.$$

Dunque

$$CB' < CB,$$

e per conseguenza

$$AC + CB' < AC + CB = AB = AB':$$

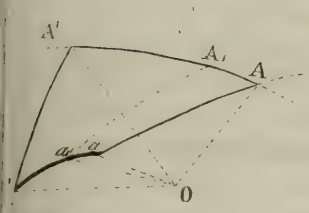
cioè il passaggio da A in B′ pel punto C è più corto della linea più corta possibile AB′.

II. *Teorema.* Data in una superficie curva una linea qualsivoglia, se da'singoli punti di questa partano sotto angoli retti e dal medesimo lato un'infinità di linee geodesiche tutte di egual lunghezza, la linea che unisce i loro estremi le segherà ciascuna ad angolo retto.

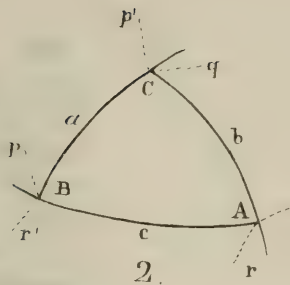
Dimostrazione. Siano AB, A′B′ due linee geodesiche di egual lunghezza, infinitamente vicine, ed uscenti da A, A′ sotto angoli retti rispetto alla linea AA′, e dirette dal medesimo lato. Supponiamo (che ciò è lecito) l'arco infinitesimo AA′ composto di due elementi rettilinei ed eguali AM, MA′, determinanti in M il piano osculatore della linea AA′, e conduciamo in questo piano per A e per A′ due normali agli elementi AM, MA′ le quali s'incontrino in O. La linea (OA + AB) si potrà considerare come una sola linea geodesica rispetto alla superficie composta del piano osculatore OAMA′ e della superficie data: giacchè essendo in A le direzioni delle linee OA, e AB entrambe perpendicolari ad AM, si deve conchiudere che in A il piano osculatore della linea OAB è normale alla superficie data: così la linea OAB soddisfa in tutta la sua lunghezza alla condizione della linea geodesica. Lo stesso dicasi dell'altra linea OA′B′. Siamo dunque ricondotti al caso precedente di due linee geodesiche di egual lunghezza, uscenti da un medesimo punto sotto un angolo infinitesimo.

Il sig. Gauss avverte che, se consideriamo un punto come un circoletto infinitesimo, questo teorema include il precedente.

(*Sarà continuato.*)



I.



2.

Il giusto valore dell'arte medica.

La medicina ha sofferto tante vicende sì nella parta teoretica e sì nella pratica, che i filosofi di questo secolo piuttosto intesi allo scetticismo non solo hanno dubitato della sua certezza, ma anche della sua esistenza. La opposizione guadagna ogni giorno per il contegno de' medici non curanti il disprezzo di una scienza, il cui valore riposa nel numero delle richieste. Ma se la mancanza di fede non diminuisce l' esercizio, è certo che l'argomento delle necessità non persuade, e che non torna ad onore dell'arte di convincere per il solo bisogno. Quindi il silenzio è indecente; si vuol rispondere agli oppositori, ripetere anche e diffondere le ragioni già da altri prodotte.

Si oppone, che le risorse della vita fuggono ai nostri sguardi, e che noi non abbiamo idea precisa nè del principio che ci anima, nè dei mezzi per i quali esercita la sua azione; che la natura e le cause prime di malattia ci sono sconosciute.

Questa opposizione, diretta al dommatismo, non può confondere i seguaci della esperienza. L'uomo non è segreto a se stesso, non è segreto agli altri: ha molti mezzi per conoscersi e per manifestarsi. La ragione, la coscienza non lo possono ingannare; quindi egli può sapere ed indicare i bisogni della sua conservazione. Non occorre che sappia come viva:

gli basta di saper vivere e conservarsi. La medicina è certa, perchè è nata con l'uomo stesso. L'istinto gli ha insegnato la prima scelta degli alimenti, e l'accorgimento dei vari effetti lo ha indotto a servirsene in caso di malattia, e a ricercare fra le altre sostanze proprietà consimili e di maggior virtù. L'uomo dapprima ha dovuto così ragionare. Mi accorgo che le sostanze, che adopero, mi producono vari effetti; le une mi rilassano il ventre, le altre lo costringono: altre apportano alla mia esistenza un sentimento di calma e di freschezza, alcune aumentano il calore naturale. Mi paragono agli altri uomini, e trovo che fra gli effetti sentiti da me stesso, alcuni sono propri a tutta la specie; altri ad alcuni individui. Vedo quello che mi giova, quello che mi nuoce, e dall'insieme di queste osservazioni scelgo i mezzi più acconci alla propria conservazione. Ora si domanda agli oppositori, se queste regole sieno fondate sopra una sana logica. Ammettendo che l'istinto ha indovinato l'arte medica, e che la asperienza l'ha confermata, potrò allora comprendere come i malati guariscano senza medico, ma non senza medicina. I barbari seguono alcune regole che l'abitudine loro ha mostrato utili: e queste regole sono appunto quelle, che spogliate da volgari pregiudizi, osservate e distinte con accorta filosofia, costituiscono tutta la medicina. Nè questo sembri poco a stabilire una scienza: poichè essendo immensa la serie dei fatti, non è facile il saperli distinguere, e conserva tutto il decoro di una scienza quell'arte, che insegni a riconoscerli.

Dunque non importa alla medicina conoscere

la essenza della vita, e sapere la causa delle sue funzioni? Forse che è necessario al chimico di conoscere la causa dell'affinità, per eseguire i suoi esperimenti, o all'agricoltore la vita delle piante per migliorare l'agricoltura delle sue terre? Io ignoro le cause, ma conosco i fenomeni; questi mi bastano a chiamarmi medico. Non devo e non posso rubare il segreto alla natura. Chi può insuperbirsi di sapere le cause, chi perdersi scioccamente a ricercarle? Io non so come si operi la digestione, non so per quale virtù e con quale meccanismo una sostanza così diversa venga mutata in chilo, e questo chilo in sangue. Conosco soltanto, che qualche lambicco non mi darebbe una dramma di chilo, nè una goccia di sangue. Quando per ispiegare il fenomeno nominassi la vita, ho pronunziato una parola, di cui non so rendere ragione; ho pronunziato la mia ignoranza. Ad onta di questa mia ignoranza la esperienza mi si offre per guida. Scelgo fra gli alimenti quelli che più mi hanno riescito, e per tal modo sono certo di non isbagliare a procacciarmi il miglior chilo ed il miglior sangue. Così la storia insegna, che i popoli pastori abbiano vissuto lunga e vigorosa vita, senza sapere di quali elementi risultassero le sostanze di cui si nutrivano.

Ma gli oppositori cedendo alla forza della esperienza, o convinti che la cognizione delle cause essenziali non sia assolutamente necessaria alla pratica, attaccano anche più vivamente la certezza della medicina. Essi colpiscono direttamente la esperienza, quando asseriscono, che le malattie sono così varie, così suscettibili di complicazione, guaribili con me-

todi tanto diversi, che niuna legge si può trarre dalla osservazione anche la più scrupolosa.

A rispondervi bisogna avvertire ad una distinzione applicabile a tutte quelle scienze, che comprendono i fenomeni degl' individui. Questa distinzione significa gli elementi primari e gli elementi secondari, gli uni certi, gli altri incalcolabili. Le leggi degli elementi primari sono dettati dalla stessa natura, la cui scuola non è la scuola dell' errore. Essa ha insegnato l'uso degli emetici a liberarsi dalle materie indigeste, con i conati spontanei al vomito: essa ha indicato il salasso con l'emorragie salutari, ed il bisogno delle bevande fredde nelle malattie flogistiche con la sete ed il bruciore: esso ha dato ai dommatici le prime nozioni del troppo e del meno per invigorire o abbattere le forze vitali. Le crisi quante volte non hanno suggerito la convenienza del metodo? Adunque se l' istinto ha dato le leggi negli elementi primari di cura, queste non possono mancare, perchè provenienti dalla stessa natura.

Ma questo istinto si perde e si confonde quanto più s'innalza la ragione dell'uomo dallo stato selvaggio alla vita sociale. Allora si perde il sentimento di ciò che conviene, e negli spasimi del dolore, nel delirio della febbre si manifestano falsi bisogni motivati da false abitudini. Qui supplisce la esperienza, le cui principali indicazioni curative sono tanto certe, quanto lungo è il tempo che le ha confermate. Nella intermittenza, nel gastricismo e nella flogosi vi sono leggi positive seguite da tutti i pratici. E se volgendo le pagine della storia medica s' in-

contra una differenza nel modo di trattare queste malattie, la differenza colpisce più la forma che il metodo. Il salasso, il purgante, la china han voluto le stesse leggi di applicazione; onde a ben giudicarne si vedrà che lo scopo della pratica è stato sempre unico, sicuro lo effetto. Una falsa esperienza non è mai giunta alla seconda generazione; e una esperienza vera, se ha incontrato degli ostacoli nella sua età, non è rimasta impedita nel suo cammino, perchè la novella epoca ha riconosciuto ciò che la passata aveva condannato. Inoltre la storia, narrando le grandi rivoluzioni della pratica, non dice le vittime sacrificate ai falsi sistemi. Noi soltanto le possiamo dedurre dal decadimento delle diffuse dottrine, dalle opposizioni che incontrarono esse ancora viventi. Gli errori della pratica hanno avuto breve esistenza; quindi la filosofia della esperienza domanda una storia per giudicare la verità delle nuove osservazioni. E questa storia non vuol essere fresca, ma confermata almeno dalla terza generazione. Poichè verità mediche si tolgono dai fenomeni negativi di una specie pensante, variabile nella espressione delle diverse sensazioni in rapporto alla educazione; variabile in sè stessa, ossia nel suo organismo; si traggono dall' azione de'rimedi, difficili a separarsi dall'azione della natura. Il pubblico adunque non pone mente alle leggi di una esatta esperienza quando per natural pigrizia di poco esaminare si persuade alla vista di poche osservazioni, che l'azzardo gli mette sott'occhio. Una prova, che gli errori medici si conservano nel popolo per negligenza di esame, si ha dal considerare che la impostura tanto più attacca, quan-

to la città è più grande e numerosa di cittadini: perchè la menzogna è più facile ivi nascondere che nei piccoli luoghi, dove la esperienza del maggior numero non abbisogna di ricerche per rendersi palese. Se la filosofia s'innestasse nella storia della medicina, si vedrebbe che la scienza ha conservato sempre una unità di principii negli elementi primari dell'arte.

Per altro è pur troppo vero che vi sieno molte eccezioni, dove non valga l' istinto, non valga la esperienza. L'arte allora supera la natura, e perciò fu detta divina. Il medico allora ha bisogno di penetrare nell'altro individuo, di mettersi nelle sue circostanze, onde giudicare la convenienza del metodo. Questa intuizione è l'opera del genio, e costituisce il valore pratico. Ma esiste realmente questo genio? Non è desso il figlio della fortuna? Noi, prima di rispondervi, osserveremo che se anche non esistesse, non per questo non esisterebbe la medicina: perchè le novità cominciano a mancare dopo due mila anni di osservazione, e l'analogia le può tenere luogo.

Quando al letto dell'infermo l'anatomia, la fisiologia e la chimica non mi scoprono l'alterazione morbosa; quando non m'indicano la causa essenziale del male, se riposi nel sangue o nelle fibbre; quando ignori pur anco la sede della infezione, mi rivolgo alla esperienza. Paragono i sintomi della malattia, che tengo sott'occhio, con l'altrui o con la propria osservazione, e mi accorgo che alcuni corrispondono, o almeno si avvicinano, a quei fenomeni principali, che mi hanno altre volta dichiarato una data

specie; ovvero osservo una forma confusa, una serie di strane successioni sintomatiche, una ineguaglianza di apparenze, che oscurano i miei giudizi, confondono l'altrui e la mia esperienza. Nel primo caso, quando credo la via sicura, urto negli scogli dell' esercizio. Vedo che le periodiche guariscono co' preparati di china, ma vedo che alcune sono ribelli nelle stesse circostanze. Vedo che i reumi di petto la più parte risanano dal metodo antiflogistico, alcuni però trattati nello stesso modo finiscono in una suppurazione o in una tisi tubercolare. Nell'altro caso mi trovo a peggior condizione, perchè non so a qual partito appigliarmi. Non so se debba usare la china o il salasso, il metodo aspettante o l'attivo. Eccoci al problema dell' occhio pratico, del genio. Esiste esso realmente? Viene dalla natura, ovvero si acquista e si sviluppa dalla pratica? Se esiste, quali sono le sue proprietà, i suoi caratteri?

Tutto il mondo ha riconosciuto la esistenza di questo talento medico, e tutto il mondo non si può ingannare. La credulità universale costituisce la prova più certa della verità di qualunque principio. È inutile che lo scetticismo distrugga gli elementi della fede. Questa è una proprietà dell'uomo, e senza essa la umanità sarebbe privata dei privilegi che la innalzano al di sopra degli altri esseri animati. Cominciamo dai selvaggi, e vedremo ch'essi credono ed apprezzano l'uomo della esperienza, quando sono afflitti da malattia. E la società, ancora fanciulla nelle scienze e nelle arti, riguardava come sacerdoti ed inspirati dalla divinità quegli esseri privilegiati forniti di tanta virtù. Gli israeliti avevano a

loro medici i profeti, e Mosè porge saggi luminosi del suo sapere in fatto di medicina: gli indiani avevano i bragmini: i celti i druidi: e gli egiziani i loro preti, che resero famoso in Memfi il tempio di Serapide. Nè in questi primi tempi, dove mancava la scienza, si può credere tutto effetto della impostura. Gli storici non hanno interpretato con molta verità i fatti di queste prime epoche; e la loro critica ha giudicato quelle età primitive partendo dai nostri giorni. Allora tutta la società si trovava ad uno stesso livello d'intelligenza: alcuni uomini privilegiati non potevano avere imparato ciò che non si era mai saputo, e la scienza non poteva nascondersi e confidarsi a pochi, perchè non aveva mai esistito. Quindi gli oracoli, i vaticini debbono considerarsi come l'espressione di quel talento che differiva dal comune alcuni ingegni. E questo talento non solo è stato riconosciuto dagli antichi, ma viene celebrato da ogni moderna civiltà. Onde Rasori non s'avvide, che togliendo ad Ippocrate il merito, toglieva a sè stesso la sua fama.

Ma non basta aver provato che tutti gli uomini riconoscono questo talento: bisogna provare che non abbiano potuto ingannarsi Se vi ha mezzo a difendersi dall'errore, è certamente l' esperienza. Or quando la società giudica del valore pratico, non è mossa che dall'argomento dei successi. Quanto più i fatti saranno durevoli e costanti, tanto più innalzerà il talento pratico poco interessato alle doti letterarie o scientifiche del curante. È vero che si vedono alcune volte sorgere riputazioni immeritate: ma è vero ancora, che si vedono perire appena nate.

Il fanatismo di pochi anni e il giudizio di alcuna classe di genti non formano autorità veruna. A giudicare il talento medico si domanda una costante ed universale riputazione: perchè non potendosi decidere che dei successi, bisogna osservare le regole che si osservano in tutti gli esperimenti. Egli avviene del valore pratico, come delle esperienze nelle scienze naturali, che non acquistano certezza, se non quando ripetute da molti, si mostrano sempre eguali. Il valore pratico non è un giuoco dell'azzardo, non è un'aura spinta, come si dice, da venti propizi. Pietro Frank, Borsieri, Torti, Lancisi non possono ritenersi come medici soltanto fortunati; essi han dovuto possedere un talento, per meritarsi la stima e la fortuna. Nè ai loro scritti si può attribuire la gloria, a cui salirono: perchè vediamo più leggiadri scrittori, e ancora più filosofi, non avere in pratica alcun nome. Gli stessi medici consentono di vedere meno di alcuni altri: e qualora onesti, sacrificano l'amor proprio alla verità. Quegli, che s'innalza alla pubblica ammirazione, ha dovuto riescire fra una infinità di esperimenti, che il pubblico ha richiesto prima di sollevarlo: ha dovuto dallo sguardo dell' artigianello e del contadino passare al giudizio del ricco, del dotto e del monarca. Egli ha improvvisato i suoi giudizi continuamente fra le oscurità della diagnosi, le incertezze della prognosi, le difficoltà dei metodi curativi e delle virtù de' rimedi; e per ogni classe ha trovato freddi e inesperti censori, che lo han giudicato dopo avere bilanciato il valore di ogni sua parola. Ora dovrà credersi opera dell'azzardo lo aver superato tante difficoltà? Adunque

esiste il talento pratico in medicina, come esiste nella politica, nella milizia e nelle altre arti o scienze.

Se il talento pratico esiste, eccoci alla questione se dipenda dalla educazione e dalle varie circostanze, ovvero sia un dono particolare della natura. In qualunque modo è a sapersi cosa esso sia.

L'uomo apprende con maggiore facilità, osserva con maggiore interesse, immagina con più di prontezza e più saggiamente giudica di un altro posto anche nella stessa situazione. Questo è quello che si osserva nella pratica degli uomini, e specialmente nell'esercizio della medicina: una varietà d'intelligenza nel comprendere i veri bisogni dell'infermo. Essa non può dipendere dalla maggiore o minore squisitezza dei sensi: perchè ad eguali condizioni di vista, di odorato, di tatto si hanno medici di un merito superiore. Essa non può dipendere da un ingegno straordinario: perchè quelli che nascono geni possedendo il raro talento dei grandi rapporti, difficilmente vedono le differenze dell' individuo: e la loro mente abituata alle analogie, ed intesa sempre alla sintesi, non comprende le eccezioni di un' arte minuta. E di fatti i geni della medicina non sono mai stati valenti pratici: e immaginando Bacone a lato di Sydhenam, si vedrebbe che il talento del primo non potrebbe riescire ad acquistare quella stima ed universale riputazione, che l'altro si meritò. Gli scritti di Bichat e Cabanis portano l' impronta del genio: pure essi non furono stimati valenti medici, e l'alta situazione, a cui furono innalzati dal merito accademico, non gli bastò a procacciarsi un valore pratico. Adunque se non si domanda un ingegno

straordinario, nè una maggiore squisitezza di sensi per divenire un eccellente pratico, che mai si richiede? Si vuole il talento della società, della conoscenza del cuore umano; talento che impresso dalla nascita, viene sviluppato dalla esperienza. Il medico deve possedere le stesse qualità dell'uomo morale, dell'uomo politico. Ambedue devono conoscere i bisogni umani, piacere al pubblico, improvvisare i loro giudizi, uniformarsi alle circostanze, e talvolta da lievi e oscuri indizi trarre un partito sicuro stabile e momentaneo. Quindi Ippocrate sentenziava, che tutta la medicina sta nella prudenza. Questo talento corrisponde al genio dei profeti, degli antichi filosofi, dei grandi capitani, degli uomini di stato. Differisce dal talento delle piccole furberie, che incarnandosi con la maggioranza delle volgari debolezze, salisce per la scala degli intrighi all'arte di piacere. Il talento medico è nobile in se stesso, quanto nobile e divina è la prudenza. Il carattere di gravità, con cui si esprime, conviene con la importanza del suo fine e della missione cui è destinata. Ma la impostura si è spesso mascherata sotto le sue forme: e togliendone gli abiti, si è creduta possederne anche i talenti.

Questo talento venne riconosciuto da' teosafi sino a' tempi di Socrate. La teosofia greca riguardava con pietà la ragione umana, come quella che spesso inganna: e non riponeva fiducia, che in un principio interno, soprannaturale, divino, che ad intervalli brillava negli ispirati. Queste idee esagerate sono state ripetute da Mesmer e da' suoi seguaci, rivestendo con nuovi colori un' antica dottrina, la

quale basata su i cardini della credulità e della maraviglia, sarebbe più diffusa qualora l'accademia reale delle scienze di Parigi non l'avesse per due volte smentita col giusto criterio dell' esperimento. Noi non cerchiamo miracolose induzioni a spiegare il fenomeno della prudenza o dell' estro medico. È la memoria di alcune circostanze passate, o la impressione di alcune presenti, benchè non avvertite, che ci porta ad una supposizione degli avvenimenti futuri. Questa supposizione alcune volte è fondata sopra un esatto raziocinio, ed allora la chiameremo un calcolo delle probabilità: altre volte è stabilita sopra una moltitudine di leggiere sensazioni che noi abbiamo ricevuto dalla esperienza degli infermi, le quali hanno un rapporto più o men forte, più o men necessario con il soggetto de' nostri timori, o delle nostre speranze. La esattezza dei calcoli costituisce la vera prudenza, e può entrare in tutte tre le difficoltà della pratica; ossia nella diagnosi, nella prognosi e nella cura; ma le minute sensazioni, questi atomi impercettibili, che senza poterne rendere ragione hanno pure la virtù di far pendere la bilancia de'nostri giudizi ad una qualche momentanea operazione, marcano un passo al di là della prudenza, e stabiliscono ciò che si chiama estro, ovvero occhio pratico. L'uomo prudente acquista dalle circostanze esteriori queste oscure sensazioni che gli danno il dono della previdenza. Esse entrano sempre per i sensi, toccano la sensibilità, colpiscono la immaginazione, riguardano la reminiscenza. Questa facoltà di divinizzare, o meglio di prevedere, si scorge tanto più sviluppata in quelle persone che esercitano

sopra una infinità di oggetti i loro sensi. I viaggiatori, la gente di piacere e del gran mondo prevedono maggiormente; e i medici di molte faccende predicono più vero, come i negozianti di grandi affari. Si vede ancora, che quanto maggiore è la sensibilità, altrettanto la previdenza è più grande. Le donne sensibili prevedono le disgrazie, i piaceri, e la storia diletta nel leggere le avventure di tali presentimenti. Un medico sensibile, premuroso prevede i pericoli del suo infermo, come una madre affettuosa sente le disgrazie del proprio figlio. Ma se la esperienza e la sensibilità muovono la previdenza; nullameno noi loro non concederemo tutto il merito delle avverate profezie. La fortuna ne vuole anche essa la sua parte, e le grandi riputazioni pratiche, i medici semi-dei tanto cominciano a diminuire, quanto il progresso cancella la credulità e la ignoranza.

Se il medico non potrà sempre ispirarsi alla verità degli avvenimenti futuri, potrà però possedere il valore pratico, quello che abbiamo detto dipendere da un calcolo delle maggiori probabilità. La educazione è una delle circostanze più favorevole a svilupparlo. I pregiudizi della prima età difficilmente si cancellano, e il medico spesso porta nel suo esercizio gli errori della famigiia. Quindi anticamente le celebrità mediche venìvano per generazioni. Ippocrate non avrebbe posseduto tanto merito, nè Giuseppe Frank sarebbe salito a tanta riputazione senza l'esempio e la scuola degli avi. La pratica è un esperimento difficile che non si crede senza invecchiare nell' esercizio; perciò quelli che sono dispensati di apprendere le misure di questa fede dalla espe-

rienza, perchè ne sono istruiti sin da' primi anni, tengono sugli altri un considerevole vantaggio. E la istruzione della famiglia è ben diversa dalla istruzione delle scuole. Queste insegnano a credere, l'amicizia a diffidare; ma per diffidare bisogna sapere, la persuasione non essendo la virtù della ignoranza. La clinica insegna a trattare le malattie negli spedali, e non apprende a conoscere i bisogni sanitari delle famiglie. L'infermo vuol essere curato in ragione delle proprie abitudini; e le situazioni degli uomini sono tanto diverse, che le stesse leggi non possono convenire a tutti. Quindi il miglior medico sarà l'uomo il più sociale, quegli che più conosce i bisogni del suo secolo; e in ciò la istruzione antica superava la presente; poichè avanti l' apertura delle cliniche, il medico imparava l' arte in dettaglio nella società e non nelle sale; conosceva allora, ciò che si vuole, gli uomini e gli infermi.

Alla educazione si deve aggiugnere la esperienza. Alcune circostanze della vita, alcune osservazioni fatte rendono un medico capace più che un altro di apprezzare il giusto valore di alcune forme oscure, e di ordinare il metodo più conveniente di cura. E il solo azzardo quello che fornisce questa esperienza. Si crede che questo merito sia proprio della età matura; ma falsamente, mentre si può dare d'avere invecchiato senza essersi incontrato in simili circostanze, può darsi d'averle vedute e non rammentarle; può essere ancora di averle trovate senza mai comprenderle. Baglivi fu grande osservatore e gran medico nel fiore degli anni. Per altro le circostanze che più sviluppano il genio, ossia che più lo ma-

nifestano, sono gli errori del secolo e la novità di alcuni bisogni sociali. Un medico che s'incontra in un'epoca, ove un qualche errore sia molto diffuso, sarà un genio se lo affronta e lo abbatte. Il falso non dura quando è molto sparso, e lo stesso fanatismo è quello che distrugge l'errore. Senza la diffusione del sistema browniano Rasori non sarebbe salito all' alta riputazione ; egli nella nuova teorica espresse il voto della pubblica opinione già riformata. Se per altro il sistema browniano fosse stato circoscritto e non avesse avuto quell'incontro ch'ebbe, sarebbe ancora in vita, e il nome di debolezza verrebbe da molti vagheggiato; perchè la esperienza, quando sia circoscritta, non è mai norma del vero, e il giudizio del pubblico rimane indeciso. Così è caduto da se stesso il sistema di Tommassini per essere troppo sperimentato ; e l' errore di Hanemann non finisce, per essere favorito da una limitata esperienza. Se questo errore fosse accaduto in un tempo più credulo e men positivo del nostro , se si fosse propagato con le doti della credulità e della dolcezza di cura, che realmente possiede, non esisterebbe più che nella storia delle imposture. Hanemann sarebbe ridotto alla stessa condizione di Brown, se le sue pillole atomistiche avessero incontrato la esperienza dei mescugli alcolici: e la pratica, caduta nel più stravagante delirio di una bizzarra invenzione, avrebbe già procurato una nuova riputazione ed innalzato un altro genio sulle rovine del novello errore.

La novità di alcuni bisogni sociali contribuisce allo sviluppo del genio. Che sarebbe stato Sydhenam

senza le epidemie che patì a'suoi tempi l'Inghilterra? Chi avrebbe conosciuto lo Strambio senza la pellagra ch' egli fu destinato a curare? Senza la china il nome di Torti sarebbe oscuro. Adunque abbiamo provato che il talento medico esiste diverso da quello che i filosofi chiamano genio: che questo talento è innato e si sviluppa dalle circostanze.

Tutto questo ingegno si riduce alla prudenza: e questa prudenza esige nell'esercizio una continua modificazione delle leggi salutari.

Questa modificazione è difficile, ma la difficoltà non toglie la esistenza della medicina. Quali sono le arti che non richiedano dei talenti e delle fatiche? Quali quelle di un esito sempre certo? L' agricoltura ha certamente le sue leggi: e pure tutte le precauzioni, tutti i mezzi riconosciuti utili in circostanze analoghe non bastano ad assicurarne il ricolto. La fortuna entra in tutte le cose umane: ed una serie di vicende spesso abortisce il disegno meglio concepito e le speranze più fondate. Quanti progetti di politica han fallito, quanti calcoli di economia han mancato: or dunque si dovrà conchiudere che queste scienze sono senza leggi e che non esistono? Lo stesso dicasi della pratica medica. Alcune promesse fallite, alcune disgrazie non prevedute, dovranno muovere alla incredulità, dovranno distruggere la scienza? L'uomo è ingiusto in tale giudizio. Esso è troppo interessato per giudicare freddamente. Quando condanna l'arte, non sente la voce della ragione, bensì della natura che a garanzia della propria conservazione non perdona neppur l' ombra di errore. Se vi hanno alcuni punti tuttora dubbi, alcune ma-

lattie incurabili che sfidano ogni mezzo conosciuto, non perciò diffonderanno il dubbio alla serie delle certezze. I litigi, le questioni, le varie opinioni de' medici nulla provano. Quale è la scienza dove non si abbia mai quistionato? Per assicurare la nullità di una scienza non basta addurre che si è mal ragionato, bisogna provare che non si possa ragionare.

Luigi Giovannini.

Della antecedenza degl' italiani nella istituzione degli asili dell' infanzia. Discorso di Gian-Francesco Rambelli letto in Persiceto per la solenne premiazione del 3 di ottobre 1847.

Antico e comune è il malvezzo degli stranieri di appropriare a se stessi ogni bello ed utile trovato, come antico è in Italia il lamento de' furti e soprusi fattici sfacciatamente: per cui alcun benemerito, tenero delle patrie glorie, è insorto talora ad assicurare alla nostra nazione quegli allori che erano direttamente suoi. Ed oggi che la sapienza del sovrano pontefice, tutta volta al progredimento della cultura degl' intelletti, vuole che la scientifica istruzione si diffonda largamente per tutto e a tutti, a guisa del sole che spande i benefici suoi raggi sul creato universo; e a guisa della terra, madre comune, che dal menomo musco della parete alimenta infino il più sublime cedro del Libano; e perciò vuole, che

anche fra noi sorgano, si stendano e si accomunino quanti utili e begl'instituti riguardano la educazione, la morale, le lettere e le scienze; si rimettono in campo intorno ad essi le straniere pretensioni, risuscitano le false asseveranze, si rinnovellano le antiche menzogne; e all' Italia, eterna maestra del bello e del vero, si nega ogni vanto in codesti; e pressochè tutti dall'invidia o dall'ignoranza alle genti alienigene si vogliono indebitamente attribuiti. Ma noi nol dobbiamo tollerare di queto, anzi è a levarsi alla rivendicazione delle gloriose italiane antecedenze; chè nostri sono i metodi di mutuo insegnamento; nostre le scuole del povero; nostre quelle della domenica; nostre l'altre a foggia di *giurì*; nostro il concetto d' insegnare a' sordo-muti; nostro quello di addottrinare i ciechi; come ebbi già a chiarire a lungo laddove svolsi in gran parte l'ampia tela degl'italiani trovati (1). Ciò stante; e perchè nella odierna celebrità, in cui la munificenza de'magistrati cinge questi eletti giovani delle meritate corone; parendomi, che anzichè parlare a pompa e a sfoggio di eloquenza torni meglio ragionare di cosa veramente utile all'umana famiglia, verrò mostrando che italiane sono pure le *scuole dell'infanzia*, che anche *asili* si chiamano; dalla quale assicurazione vedremo scendere quasi come un obbligo in noi di dar loro vita, incremento e propagazione a migliorare l' educamento del popolo, parte della nazione ingiustamente e stoltamente reputata fin qui da molti la meno rilevante e degna di essere lasciata nell' abbandono e nell'abbrutimento. Pari all'importanza del soggetto, tutto glorioso all'Italia, tutto utile al-

l' umanità, spero che sarà la cortese vostra attenzione.

Se io spingo lo sguardo fino nel medio evo, trovo fra noi saggi d' infantile tirocinio indiritto a religione ed a cultura; se lo rivolgo a'tempi meno antichi, veggo Innocenzo III aprire in Roma nel 1198 una casa, tuttora fiorente, pe'fanciulli abbandonati; Girolamo Miani nel 1500 prendere a raccogliere, istruire, ed alimentare orfani bambinelli; Angiola Merici fondando nel 1537 le orsoline obbligarle a gratuito insegnamento di figliuole necessitose; Eleonora d'Austria, duchessa di Mantova, erigere nel 1564 pubblica e numerosa scuola di povere verginelle anch'esse gratuitamente insegnate, nudrite e ne' femminili lavori addestrate. Al che si aggiunga, che primo padre di sì pietosa opera nella moderna età è a tenere il Calasanzio, comechè aragonese, perchè in questa Italia facevasi fondatore delle scuole pie nel 1617.

Ondechè nostro, e non istraniero, sarebbe non solo l'aver trovato il concetto di tali scuole, ma l'averlo da gran tempo effettuato. Chè se movesse difficoltà l'essersi allevati in esse fanciulli e fanciulle di età maggiori a quelli che or si adunano negli asili, parmi che non si possano dire totalmente inventate le nuove scuole per essersi disceso a ricoverarvi ed educarvi bambolini di età minore, adattando loro le regole confacenti; mercechè troppo è facile aggiugnere al già trovato. E se riguardando a sola l' età infantile si volesse darne merito alla marchesa di Pastoret, che in Francia ebbe adunati, non sono molti anni, e fatti allevare 12 fantolini; abbiamo il

Datèo, che fra noi nel 1787 tentò introdurre le scuole infantili. Ma se non riescì nell' intrapresa, se le forze gli fallirono, se gli vennero meno gli aiuti de' ricchi e potenti, se fu contrariato dall' invidia, dall'ignoranza, o da coloro che per disordinato appetito dell'ottimo guastano il bene ed il meglio; è perciò che non avesse anteceduto altrui nel santo e nobile pensiero e nell'operarsi a praticarlo?

Non dunque all' Owen o al Bucanan, e non anco alla Pastoret, vorrà darsi il pregio del concepimento e della esecuzione di simili scuole, le quali in brevissimo spazio dalla Senna passate al Tamigi, di là si stesero per l' Alemagna e per la Svizzera, d'onde, varcate le alpi, si tornarono a noi in vesta tutta estranea, trombate e credute pianta e frutto oltramontano; e con quanto diritto, Iddio cel dica! Se il Lana non ebbe danaro a costruire ed innalzare il globo areostatico, che primo immaginò, non ne sarà stato per questo l' inventore? se nè esso, nè il Cardano istrussero sordo-muti o ciechi, è perciò che non ne concessero la possibilità, e non lasciassero le idee, le tracce e gli abbozzi delle odierne teoriche e delle pratiche altresì? Malamente adunque si gridano inglesi, francesi o svizzeri que'puerili instituti; essi sono veramente italiani: e avviene di loro, come delle nostre sete, che mandiamo grezze in Francia, in Olanda, in Inghilterra; e tornate a noi in rasi a onde, lustrini, stoffe, blonde, dommaschi, velluti, le compriamo a gran prezzo, come cose oltramarine le pregiamo, e ne adorniamo pomposamente le case e le persone. Non sono meno di Golconda i diamanti che Parigi e Londra foggiarono

in gioielli smaniglie, anella e sfolgoranti collane: quegli splendidi cangiamenti, quelle finezze e beltà di lavori non fanno perder loro l' origine, la derivazione, la nascita.

Che se dunque nostri sono gli asili, perchè non solo ce ne siamo lasciati usurpare la priorità, ma non li abbiamo messi in opera fra noi e sparsi per tutto a grandissimo beneficio della nazione e della civile comunanza? Mi duole a dirlo; ma pregiudizì di cieche ed ostinate menti, mentre non li vollero piantati in questo ferace terreno, li hanno lasciati attecchire, prosperare e propagarsi in altri lidi, ove le nazioni, cui non se ne dovea il santo pensiero, ne cavarono e cavano universalmente i frutti e vantaggi che nostri esser doveano da gran tempo. E quando i due sacerdoti cremonesi Alessandro Gallina e Ferrante Aporti primi in Italia rinnovarono e rinfrescarono il concetto delle scuole infantili, colla sola opera il primo, co'fatti e co' pregiati scritti il secondo, quante persecuzioni non sostennero, quante calunnie, quante tacce non si diedero loro, quanti scogli non ebbero a superare? Ma l' Aporti, fattosi schermo della pura coscienza, pugnò saldamente contro l'orgoglio, l'ignoranza e l'invidia; e non con altr'armi trionfava, che colla sapienza, colla longanimità, colla carità, colla pazienza; laonde oggi, sua mercè, nella Lombardia, nella Toscana, nel Piemonte e altrove fioriscono proficuamente gli asili e si diramano tuttodì, con isperanza che anche qui negli stati della chiesa, ove PIO IX fa loro belle e generose accoglienze, siano per toccare felicissima meta a bene della presente e della ventura età. Ma mentre

io vo siffattamente discorrendo parmi sorger possa desiderio di conoscere quali difficoltà ed opponimenti tardarono fra noi ed impedirono opera sì bella e profittevole? Dirolle in breve, e in breve verrò pure ad esse rispondendo.

Trovato di protestanti, e che covava mal seme furono giudicate le scuole infantili; e quindi ai cattolici perniciose. Lasciando stare, che esse hanno culla nostrale e cattolica, come testè diceva, e i protestanti o le crebbero e perfezionarono soltanto, o non diedero a quelle che il nome che hanno al presente, accordiamo anche loro l'origine eterodossa: questo, come scrive l'eloquentissimo de'moderni filosofi Vincenzo Gioberti (1) « non pregiudica alla bontà loro, « perchè le instituzioni si debbono considerare in « se stesse, non misurare dal merito degli autori. « Tanto più, che sebbene i protestanti siano divisi « dalla chiesa ed errino nella fede, non lasciano « però di consentire coi cattolici in una parte delle « loro credenze, specialmente intorno a quelle ma- « terie che alla morale appartengono; e si trovano « fra loro uomini eccellenti, che onorerebbero il « cattolicismo, se fossero arrolati sotto le sue inse- « gne . . . Ora bisognerebbe vedere, se le opere fi- « lantropiche siano nate da quelle opinioni, intorno « a cui i protestanti sono eretici, e per industria di « coloro che disonorano la loro setta, ovvero se « hanno avuto principio dai residui della dottrina « cattolica e da quegli uomini onorati, il cui erro- « re è piuttosto una sventura fatale di nascita, di « allevamento o di fortuna, che un effetto di libera « elezione o di malizia. L'ultimo caso sembra più

« probabile del primo: perchè i maliziosi non so-
« gliono occuparsi di filantropia, e le imprese di
« questa son un'applicazione della morale, che tutti
« i cristiani professano in comune, non degli articoli
« dommatici di Ginevra e di Augusta. Lo stesso no-
« me di opere benefiche ha un suono più cattolico
« che protestante, e non ricorda il domma di co-
« loro, che giustificano l'uomo colla fede spogliata
« dal corredo di quelle. Quanto a dire che i trova-
« ti filantropici siano cattivi solo perchè fioriti pres-
« so popoli partiti dalla chiesa, la conclusione è
« più presto temeraria, che altro. » Ma voglio con-
cedere che il mal seme ci covi; nol dovrà levare
e spegnere al tutto la vigilanza de' cattolici che pre-
siedono agli asili, non potrà e dovrà convertirne in
buon frumento il loglio e la zizzania, e mutare in
puro e retto l'insegnamento, ove per verità fosse vi-
zioso o tralignato? Dicasi lo stesso, quando mostras-
se false radici a' governanti contrarie.

Ma le scuole infantili, proseguono ad opporre
gli avversi, spengono ne' figli l'affetto verso le loro
madri. Eppure tutt'altro debb' essere: chè la buona
educazione accrescerà sempre quest'affetto instillato
da natura, e la disciplina morale degli asili, anzichè
diminuire la pietà filiale dovrà viemaggiormente
avvalorarla. « Forsechè un fanciullo male allevato
« farà miglior prova d'uno che sia bene instituito?
« Si vantaggia forse l'amor filiale dallo starsi tutto
« giorno un ragazzo appeso al collo o appiccato
« alla gonna materna? Anzi un putto, che venga su
« in tal modo, riesce per ordinario un malvizio. E
« quando ciò non fosse, come volete che nelle clas-

« si povere le madri, obbligate a faticare e rusti-
« carsi da mattina a sera, possano aver cura de'fi-
« gli? » Come custodirli, come istruirli, come crescerli nel bene? E se a ciò sopperisce la beneficenza degli asili, ne dovrà poi conseguitare l' affievolimento della filiale affezione? Ma non vedete, che se lo starsi lungi dalle madri e dalle famiglie rompesse veramente od allentasse i vincoli del sangue, nessun affetto a'genitori serberebbero i garzoncelli che vissero nei collegi, ne'seminari, nelle università, o le donzellette allevate ne' monisteri; mercechè in tale affezione di natura non ha che fare la poca o molta età: essa è ingenita in noi, e lo star lungi dai parenti più o meno ore del dì, l' averne più o meno le cure, non vale a spegnerla o a raffreddarla mai.

Ma ciò è nulla; chè trovansi nocenti gli asili, perchè destano nuovi bisogni nelle classi popolane e le distolgono dallo stato loro. Risponde qui (3) il sommo filosofo che citai: « Ma di quali bisogni parlan
« costoro? Se intellettuali e morali, essi fanno l'elo-
« gio di ciò che voglion criticare: poichè il desta-
« re tali bisogni nella plebe è un nobilitarne l'in-
« dole, migliorarne i costumi, perfezionarne l'animo,
« ingentilirne la vita. Se materiali, vi nego che la
« filantropia susciti bisogni nuovi e fattizi; essa ser-
« ve bensì ad appagare i bisogni naturali ed anti-
« chi. Fra questi bisogni sacrosanti vi ha quello di
« condurre senza dolori e stenti la vita; e a ciò
« mira la filantropia operosa, procacciando di ren-
« dere più agiate e tollerabili le condizioni della
« misera plebe. Falso è poi che la plebe miglioran-

« dosi si distolga dal proprio stato: chè l'esperienza
« universale prova il contrario. Vero è bensì che la
« crescente cultura agevola a molti plebei il modo
« di salir bel bello pei vari gradi della scala socia-
« le: e questo, nonchè essere un inconveniente, è un
« pregio del nostro vivere moderno, e fino ad un
« certo segno è condizione perpetua d'ogni vivere
« comune: perchè la plebe in tutti i tempi è il se-
« menzaio del popolo, ed assurda, per non dir altro,
« è la dottrina della immutabilità degli stati, la qua-
« le se Iddio avesse voluta plasmando l'umana na-
« tura non avrebbe variate le vocazioni, ponendole
« spesso in disaccordo col fato della nascita e della
« fortuna. Questo disaccordo è divino, perchè na-
» turale e salutare, perchè è il principio di quel
« moto incessante e perenne che agita la nostra spe-
« cie, ne volge le attitudini e le potenze recondite,
« la guida verso il termine che la provvidenza le ha
« prescritto, e fa parte integrale della vita del mon-
« do. Non perciò si ha da temere che venga meno
« la condizione plebeia, in quanto è necessaria al
« vivere civile: giacchè in virtù di quello stesso moto
« ella acquista da un lato ciò che perde dall' altro,
« e mediante il libro conflitto de' contrari la vita
« comune si preserva. Succede bensì che tal con-
« dizione si migliora; e ciò, non che essere un male,
« si dee recare a vantaggio. Imperocchè gli stati
« degli uomini non sono in se medesimi nè grandi,
« nè piccoli, nè nobili, nè vili: ma tale è ciascuno
« di essi quale l'individuo che l'occupa e lo espri-
« me. Quindi è che l' uomo grande, come diceva
« un grandissimo antico, ha virtù di nobilitare an-

« che i piccoli carichi: perchè se il grado prova l'
« uomo, non è men vero che l'uomo prova e qua-
« lifica il grado: e questo antico è Epaminonda,
« che dopo aver vinto a Leuttra e liberata la pa-
« tria, accettò in essa e rese illustre l'ufficio umi-
« lissimo di telearca. Chè se oggi le arti e i mestieri
« dei meccanici son tenuti bassi e vili, ciò nasce
« dalla rozzezza e abbiezione di coloro che li eser-
« citano: onde quando la plebe sarà meglio institu-
« ita e raffazzonata, le occupazioni, in cui ella si
« travaglia, piglieranno un altro aspetto e verran-
« no in istima. Dicasi dunque che la filantropia non
« mira già a distogliere le classi popolane dal loro
« stato, ma sì a sollevarlo e nobilitarlo; e si dirà il
« vero a grande onore di quelli che apparecchiano
« la mutazione; e a grande infamia di *coloro* che le
« si attraversano? »

Sia pure tuttociò, insorgono a dire i combattitori di tanto beneficio; codesta vantata utilità degli asili è più immaginaria che vera; mentre i tapinelli che si allevano tuttodì in essi ne'più sani precetti di sobrietà, temperanza e costumatezza, giunti la sera alle lor case hanno innanzi gli occhi il mal esempio di padri rotti ne'vizi, dati all'ebbrezza, alla bestemmia e ad ogni nefandità; di madri scioperate, rissose, e Dio non voglia mal oneste! Dunque le brevi ore che rimangono presso ai parenti, per la forza efficacissima dell'esempio e della imitazione, abbattono ed estinguono l'edificio del bene con tante laboriose cure dalle savie istitutrici in tutto il giorno innalzato.— Forte sembra di vero questa obbiezione, che pur troverassi moltamente illusoria, se dirittamente

ragionare si voglia. Poichè, ammessa anche generalmente la trista qualità de'padri, non sarà sempre meglio che i bambini convivano il minor tempo possibile con uomini viziati e dissoluti; di quello che abbiano continua scuola di empietà e malizia? non sarà meglio che sia un luogo, ove se ne appartino il più del tempo, e ove vengano avviati al bene e alla virtù, farmachi potentissimi al veleno degli occhi e degli orrecchi? non sarà meglio che da menti savie ed instrutte imparino le santissime verità della religione, ignorate o mal apprese da'parenti poco o nulla curanti istruirne le proli? E non potrebbe darsi talora che le semenze del bene, radicate ne'figliuoletti degli asili, fruttificassero eziandio ne'cuori de'genitori, che a poco e poco apparassero da quelle tenere labbra verità rilevantissime civili e religiose, da loro disconosciute o trascurate al tutto? Gli asili ancora, togliendo a'padri in gran parte il peso del mantenimento de' lor piccolini, rimovono una delle potissime cagioni del pessimo allevamento delle figliolanze. Chè se già uomini di rea e perduta vita, tornandosi a casa dalle crapule e dai bagordi delle osterie, e non avendo di che sfamare le digiune e lagrimose famigliuole, rompevano con esse in isdegni ed eccessi enormissimi; il trovarle ora quiete, pasciute, e già in dolce sonno immerse, non dovrà valere, se non a mansuefarne in tutto i cuori ferini, ad intrattenerli almeno dalle consuete detestevoli escandescenze; e quindi il pravo esempio non rarà più nè tanto assiduo, nè tanto gagliardo. Ma insisto di più, ed affermo che siffatta obbiezione non tanto ferisce gli asili, quanto gli altri luoghi tutti

di educazione, in cui sia vicenda di casa e scuola: chè in tutte le classi ponno essere i cattivi genitori, in tutte le case vedersi scandali e funesti esempi; colla differenza, che più prossimi alla imitazione sono i garzonetti adulti, che non i piccoli bambini. Conchiudiamo adunque, che non è a ristarsi dallo instituire gli asili per tema d' un ombra che rapidamente si dilegua.

E neanche avrà a cessarsene per ciò che affermano altri: perdersi cioè ogni vantaggio degli asili, se al compiersi dell'ottavo anno i fanciulletti si licenziano da essi e si abbandonano, quando appunto sorge in loro maggiore il bisogno d'istruzione e di custodia. Ma se nati di poveri sono i bimbi raccolti negli asili, non sarà dato ai parenti lasciarveli oltre il settimo o l' ottavo anno: chè potendo allora sostenere la disciplina d' alcun' arte vorranno avviarli ad essa per impazienza di guadagno; e quindi non solo sarebbe nocevole, ma neppur possibile tenerveli ulteriormente; chè sano consiglio è lo avvezzare per tempo i figliolini a quelle fatiche, di cui dovranno campare la vita. E nè anche è vero, che disperdansi le semenze della buona morale: chè entrate ed abbarbicate tenacemente in que'vergini cuori, non fallirà che vi prendan piede, vigore ed aumento; e quando si avesse cosiffatta temenza, hanno a tenersi d'occhio da'presidi degli asili, a raccomandarsi a' capi d'arte che li accettino in tutela speciale e ne veglino i portamenti; si possono instituire scuole festive o notturne (4), a cui usino, per continuare, raffermare ed ampliare le cure educative degli asili. E quelli che sono men poveri, che mostrano

belli e acuti gl' intelletti, perchè non si avranno ad inviare a scuole maggiori per darvisi a quegli esercizi di lettere o scienze, cui li chiamasse la provvidenza?

Ma perchè tante opposizioni, tante parole, tanto spavento in proposito degli asili dell' infanzia? che cosa sono essi mai? Gli asili sono stanze salubri di aria lieta, ove schierati in bell' ordine seggono in banchi i putti che dal terzo non passano l'ottavo anno; ed ivi anzichè essere intrattenuti oziando, o in vani cicalamenti, vengono iniziati alla pulitezza, e giusta l' età ammaestrati in quanto riguarda il vivere cattolico e civile; apprendendo pure a leggere, scrivere e un po' d' aritmetica: attalchè da rozzi, indomiti, ignudi d'ogni senso urbano, rifacendosi totalmente negli asili, diventino pii, buoni, temperanti e mutuamente benevoli. E acciò non li gravi la noia, savie regole compartono l'ore fra il canto della preghiera, la scuola, il refettorio e l'orticello, o prato vicino, ove si conducono a moderati trastulli. La istitutrice non è donna venale, che vegga ne'suoi bamboletti soli strumenti di guadagno; non è inumana da percuoterli o maltrattarli al continuo; ma savia, intelligente, amorevole, tenendo loro ufficio di madre, li ammonisce, corregge e ravvia sul buon sentiero con pazienza e dilezione infinita. Sovra di essa vegliano pii sacerdoti, nobili e culti signori, pietose dame visitatrici, accesi tutti dell'operosa e magnanima carità del vangelo, e non di quella falsa che

Empie a mille la bocca, a dieci il petto.

Gratuita è poi questa scuola · perchè la pietà fraterna dà l'obolo onde si mantenga, e affinchè que' tapinelli abbiano nell'asilo una minestra e un pane quotidiano, al doppio intendimento di togliere il disagio a' parenti di ripigliarli sul mezzodì, massime nel verno; di alleviare i bisogni delle famiglie, e di preservare i pargoletti dal divagamento e dalle inquietudini che congiungonsi a quell'alternare di casa e scuola. Dunque non sarà egli meglio tenere in siffatta cristiana e civile tutela i bambinelli miserabili, che lasciarli gire accattando; darli in mano a spensierate vicine, e laidi, laceri, immalsaniti abbandonarli per le vie e pe' trivi, spettatori di scandali e di rìsse in seno alla corruttela e alla malizia; o chiusi in case o camere corrervi pericoli terribilissimi? Laonde, signori, dacchè nostra, cattolica, utilissima vediamo la istituzione degli asili, anche noi procacciar dobbiamo di concorrere unanimi a quest'opera salutare e promuoverla e avviarla a beneficio di tanti miserelli. E lo abbiamo a fare ad ogni modo, ancorchè non sia dato condurla subito a quella perfezione che taluno intravedesse in idea. Tutti i principii delle cose sono piccoli al nascer loro; ma crescendo, nella loro progressione grandi e vigorosi si fanno. E a sì bella istituzione, che quant'altra mai

. . . . . *più ferve e più s'avviva*
Nell'alito di Dio e nei costumi (5)

ne sia sprone efficacissimo il sapere che è amata, protetta, voluta da questo miracolo di pontefice, che tante e tante sublimi cose ha già operate, e molto

maggiori nel benefico suo pensiero ne matura, di cui sono alta e fresca prova queste elette milizie cittadine, che sì bel grido hanno in ogni parte levato. Deh! coll' aprire generosi un asilo, secondiamo anche noi gl'inviti dell'immortal PIO,

Dietro a' cui passi estatica ed amante
Affrettarsi vediam l'Europa intera,
L'orme baciando dell'auguste piante (6)!

NOTE

(1) *Intorno invenzioni e scoperte italiane, lettere* di Gian-Francesco Rambelli ec.—Modena tipogr. Vincenzi e Rossi 1844. V. principalmente le let. IV pag. 25, XXXIX, pag. 189 e seguenti, LXIX pag. 344 e XCIII pag. 476.

(2) Il *G. M.* per Vincenzo Gioberti vol. II pag. 323 e 324. — Losanna per Bonamici e C. 1847.

(3) Gioberti, op. c. p. 323.

(4) Utilissima instituzione è quella delle scuole notturne o festive tuttavolta a rendere al popolo facile, vantaggioso, e caro l'adempimento de' propri doveri. Gli artisti, anche inoltrati nell' età, che non usarono mai alle scuole, o non ne compirono il corso, nelle ore serali in cui cessano dai lavori, o nelle domeniche, ricevono in esse istruzione religiosa e morale; e vi apprendono leggere, scrivere, principii di lingua italiana, di fisica popolare, di storia naturale, l'epistolografia e le cognizioni pratiche dello scrivere opportune specialmente alle arti; dandovisi anche i più semplici documenti di questa o quella scienza, che può essere più direttamente applicata alla manuale professione, cui si sono dedicati.

(5) Dante, *Parad.* c. 23 v. 113, 114.

(6) Monti, *Pellegrino Apostolico* c. II.

LETTERATURA

Delle età che in sua persona Dante raffigura nella divina Commedia.
Ragionamento di Marco Giovanni Ponta.

PARTE SECONDA.

« Disse Salomone nell'Ecclesiaste: « Beata la terra, lo cui re è nobile : » che non è altro a dire se non: lo cui re è perfetto, secondo la perfezione dell' anima e del corpo: e così manifesta per quello che dice dinanzi quando dice : « Guai a te, terra, lo cui re è pargolo : » cioè non perfetto uomo: e non è pargolo uomo pur per etade, ma per costumi disordinati, e per difetto di vita; siccome ne ammaestra il filosofo nel primo dell'etica (Conv. Tratt. 4, cap. 16). » Queste parole, che Dante produce nel quarto del Convito, là ove ei cerca della natura di nobiltà, fanno mirabilmente al caso nostro discorrendo delle età, di cui egli è figura nel suo poema: come quelle che ci forniscono bella e vittoriosa risposta a chi ne opponesse, che mal può il simbolico pellegrino della Commedia significare l' adolescenza; dacchè sino dal primo verso del suo trattato dice di

essere nel mezzo del cammin di nostra vita, il quale risponde al diritto colmo della gioventù, secondo la sentenza del medesimo Dante. Imperciocchè abbia pure il pellegrino per sua vera etade raggiunto il colmo dell'umana vita, che questo non vieta punto alla favola di descriverlo colle tendenze ed i costumi che dell' adolescenza son propri in un poema che alla completa informazione morale intende di qualunque parte della vita umana: in un poema, io dico, dove non della vegetale del corpo, ma fassi ragione suprema della morale età dello spirito. In questo riguardo , quell'anima è nel colmo della età morale che è giunta al sommo grado della virtù : e solo chi nel colmo della gioventù di questa è in pieno possesso dicesi ed è senza meno veramente nobile : ciò è a dire, è uomo secondo il corpo e secondo lo spirito in ogni cosa perfetto. Ma chi per contrario giunto al sommo dell'arco della vita animale ha costumi disordinati, animo servo e schiavo del vizio, questi può ben dirsi, ed è tuttora pargolo, secondo la gravissima sentenza di Salomone, di Aristotele e di Dante, che d'entrambi si volle fare seguace. Ora il protagonista della Commedia, che all'incontro delle tre fiere attraversantigli il buon cammin testè rinvenuto spaventasi tanto e sì vilmente che preferisce rimaner fuorviato, anzi che durar lunga e grave ma nobil battaglia ; questi sebbene già toccasse il suo XXXV anno, quando nell'uomo è nella sua maggior forza quella civile virtù, che fortezza dai morali si chiama, non fa egli prova certa e manifesta ai suoi lettori che i di lui costumi, le sue qualità, lo stato morale del suo animo non aveva proseguito a

crescere colla carne per giugnere a quella perfezione civile, che all'altra del corpo doveva essere ornamento e compagna? Laonde egli era certo nella perfezione corporale: ma quanto allo spirito, quanto alla mente soggiaceva ancora a tutte le imperfezioni che dell'età novella il più soglion esser compagne. Ondechè gli tornava buono ancora, gli tornava utile e necessario, e il pedagogo e il maestro ed il duca, che, come all'adolescente si fa, lo scorgesse tuttavia per tanto tempo, e lo addottrinasse fin che finalmente rinsavito, cresciuto e rinforzato così nell'animo, come già lo era nella persona, fosse e si potesse chiamare veramente nobile; vale a dire finchè avesse raggiunto la compiuta perfezione dell'anima e del corpo: siccome leggiamo essere avvenuto sul chiudere della seconda canzone. Ma oltre a ciò un altro argomento si raccoglie da questa gravissima sentenza: essa, chi bene addentro la guardi, rompe d'un irreparabile colpo tutte le immaginarie supposizioni, di che tanto si credono forti coloro che nel protagonista della Commedia voglion vedere l'uomo così perfetto, così brillante d'ogni pregio e baldo di ogni virtù, che nulla manchi per doverlo riconoscere savio, incolpabile e vergine da qualunque difetto. Conciossiacosachè come dir senza difetti morali (almeno nella poetica finzione) un uomo che nella pienezza dell'età si confessa così smarrito della diritta via, che per tornare a casa dee scorrer l'inferno ed il purgatorio? un uomo che nel suo XXXV anno per tornare in patria dee quasi smemorato fanciullo darsi al pedagogo ed al maestro che gli additi la strada, lo tenga per mano, lo incoraggi, lo sostenga,

lo prenda in braccio, lo cinga, lo lavi, lo riprenda, lo ammaestri, lo ammonisca e per fino tanto duramente lo sgridi da porlo in sì gran confusione e vergogna; che non più sappia trovar via nè verso nè parola che diminuisca il suo fallo? E questi si dirà uomo perfetto? E questi si dirà essere uomo immune da vizi, ricco ed adorno di tutte le più vigorose virtù, che dan pruova d'uom grande? Senonchè non essendo questo il luogo da discutere questione sì grande, io ben contento d' averla solo accennata, passo a riconoscere nei nuovi costumi, e nelle parole del mistico viatore le perfezioni e le qualità stesse che egli prescrive a chi entrò sulla soglia della seconda età, che per età di perfezione fu da Dante e da Aristotele commendata. La quale età colla senettù ed il senio fa speciale argomento della terza cantica; al cui esame, per cessar noia a chi sì gentilmente mi fa corona, senza più preamboli m'accingo.

Ma Dante non è più imperfetto di età. Il suo maestro dichiaratolo libero, dritto e sano di arbitrio, inviatolo a seguir sicuro il suo piacere, siccome ottimo regolatore delle proprie azioni, per entro alla divina foresta, lui stesso coronò e mitriò sopra se stesso. La sua dolce amica, incomparabile Beatrice, dopo quelle salutari ammonizioni, che doveano spremere dal suo ciglio le lagrime della penitenza accompagnate dalla ingenua, piena e libera confessione del giovanile suo traviamento, lo accolse affabile e ridente sulla destra riva di Lete, tutto molle e grondante ancora dell'onda della purgazione, ma circondato dalla festosa danza delle sette ninfe, tipo di quelle stesse morali e teologiche virtù, che innanzi

che ella discendesse al mondo furono ordinate a lei per sue ancelle. In corte parole, egli è quivi fatto, è dichiarato, è costituito uomo perfetto, e sì secondo la perfezione dell'anima e sì secondo la perfezione del corpo. Egli entrato nella seconda parte della vita, nella età della gioventù, fa or bella e felice mostra di sua persona movendo in angelica nota i suoi passi per la fiorita landa colla gente verace del Grifone (mito della società perfettissima innanzi e dopo la venuta del Redentore) avente a destro lato la ben amata sua donna, corteggiato e cinto da tutte le virtù, non senza la preziosa comitiva di Matelda figurante la vita attiva, e di Stazio che l'immagine rappresenta della classica poesia. Ben è vero che egli, uso sin qui a muover i suoi dietro i passi del maestro come discepolo docile, riverente ed ingenuo, non osa mettersi a paro di Beatrice: ben è vero che tuttavia, come i nobili fanciulli costumano, spinge timida la voce, la parola, il gesto ed il piede; ma quella Beatrice beata, la cui divina bellezza era qui in terra il paradiso della sua mente, gli torrà poco stante codeste ed altre adolescenti costumanze, e liberalmente maestosa e con tranquillo aspetto chiamerallo a se vicino: « Vien più tosto (diralli) tanto che s' io parlo teco Ad ascoltarmi tu sie ben disposto. » Nè tarderà gran fatto: chè egli accostumato a sentirsi chiamare figlio e figliuolo, maraviglierà per consolazione udendo finalmente la sua donna tutto amore che dolcemente lo rimprovera in quest'altre parole: « Frate, perchè non t'attenti A dimandarmi omai venendo meco ? » E poichè egli ciò nondimeno ancor troppo rispettoso risponderà parole senza intero suo-

no, ella così lieta come bella riprenderà con dire: « Da tema e da vergogna Voglio che tu omai ti disviluppe, Sì che non parli più com'uom ehe sogna. » Io dico che da indi in là questi due cuori amanti di Dante e Beatrice sono posti in perfetta e confidente relazione. Dante, abbandonatosi tutto al dominio del più ardente e del più santo amore, pende dagli occhi belli di Beatrice, così come fa l'amante dall'amata. Interroga esso? ella dolce risponde: domanda ella? ei libero seconda colla parola: e tenendosele ognora al fianco con vicendevole e celestiale fiamma di affetto sorvola di stella in stella per tutti i mobili celesti, sinchè scortato dalla sua donna penetra nel ciel che è pura luce intellettual piena d'amore e di letizia che trascende ogni dolsore: io dico nell'empireo, dove in forma di candida rosa lieto e maravigliato contempla quanto sia il convento delle bianche stole.

Così è, miei valorosi signori: il protagonista spogliato nel ventottesimo del Purgatario qualunque atto e parola e passione alla adolescenza dicievole, è fatto simbolo della gioventù: quando il nobile uomo già perfetto di anima e di corpo è costituito per diritto libero di se stesso, ed in piena osservanza della legge. Ei pertanto si mostra in ogni atto, in ogni detto, in ogni cosa fornito de'più pregiati costumi, senza che persona a lui ne faccia comando: egli franco e nobile in tutte le occorrenti quistioni: egli adorno di tutte le virtù: egli forte, egli giusto, temperato e prudente: dà prova agli apostolici esaminatori a quale eroico grado ei possegga le tre sante virtù, che teologali venner chiamate: man-

tiensi fido compagno della sospirata sua donna, cui obbedisce non come alunno al pedagogo, non come discepolo al maestro, ma come amico all'amica, ai cui cenni più indovinati che uditi, si presta con quell'ardente gara di rispetto e di amore che sola fa certa prova di un cuore veramente nobile ed amante. E tanto diletto ei prende dai santi occhi e dall'ondeggiare del santo riso di Beatrice, che sebben fosse in cielo, pure ei trovava il paradiso soltanto nel suo volto divino. In somma egli è unito in spirituale coniugio colla mirabile sua donna. Che più bramate, o che altro vi debbo aggiungere, venerati signori, ad accertarvi che in questa ultima cantica le azioni del viatore sono quelle, onde si adorna la seconda e la terza età? età nata fatta per la società perfettissima, di cui il matrimonio è il tipo più conveniente? Certo quì Dante fingesi quel nobile amante fortunato che, seguiti i casti influssi della Venere celeste, ben conosce di essere giunto al cielo della umana beatitudine: ma non sapendo se ciò gli avvenisse col corpo o senza, esclama tutto inebbriato di dolcezza: « S'io era sol di me quel che creasti Novellamente, Amor che 'l ciel governi, Tu il sai che col tuo lume mi levasti. »

La conclusione da noi sostenuta è, sia per le ragioni dette, sia per quello che sul contegno del viatore si legge qui qua e colà nel paradiso, così certa che per tutti coloro che conoscono a fondo questa cantica crederemmo vano il rinforzarlo di nuovi argomenti. Nondimeno siccome non v'ha verità chiara e certa tanto che da alcuno o per difetto di vista, o per uso di contraddire, non sia ri-

vocata in dubbio: così non avrem la taccia di importuni adducendo quì un solennissimo luogo della Commedia, ove direttamente è toccato delle spirituali nozze di Dante con Beatrice. Imperciocchè si ha dal 30 del Purgatorio che la gente verace del Grifone, venuta ad incontrare il pellegrino, quando questi stava di contro al misterioso carro, figura della chiesa militante, udito uno dei suoi che cantando gridò tre volte *veni sponsa de Libano*; essa tutta ha ripetuto il *veni sponsa de Libano.* Al quale mistico invito, levatisi cento degli angelici spiriti, fecero seguire l'acclamazione non men lieta e solenne dicendo: *Benedictus qui venis.* In questa gara di inviti e felicitazioni, eccoti tra una nuvola di fiori « Sovra candido vel cinta d'oliva Donna apparire sul carro sotto verde ammanto Vestita del color di fiamma viva. » Ella è riconosciuta per Beatrice, che invitata scende quasi sposa novella ad incontrare il fedele amante; a cui tra breve si unirà compagna per introdurlo ben tosto in quella città eterna, di cui ella è già beata cittadina. Premesse queste parole noi la ragioniamo così. Codesto invito alla sposa, *Veni sponsa*: codesta benedizione a colui che viene, *Benedictus qui venis*: a chi crediam noi che fossero diretti? Quanto a me non esito a riconoscer queste indirizzate al testè sopraggiunto pellegrino, e l'altro a quella donna che poco stante sotto una nuvola di fiori scese nell' arca del carro solenne, quasi chè trionfalmente venga a presentarsi allo sposo. Veramente io mel so che molti, e forse tutti gli antichi interpreti, riferirono il *Veni sponsa* alla chiesa, ed il *Benedictus qui venis* al Grifone: ma ciò a che mon-

ta? essi hanno il testo contrario. Il carro immagine della chiesa, ed il Grifone simbolo del Redentore, erano ambidue colà giunti colla gente verace, però non par conveniente invitare alla venuta chi già trovasi in nostra compagnia di viaggio. Arroge che ad un'arca, in quanto arca si mostra, non mai competerà nè misticamente, nè letteralmente il festevole nome di sposa. E poichè chi invita la sposa dee già aver veduto giugner lo sposo, chi dirà che nel Grifone, in quanto sotto tal figura si presenta, possa denominarsi lo sposo; e quel che è più, sposo dell'arca da esso tirata? Ma vuoi tu dileguare d'un soffio così strane conseguenze? rifiuta questa interpretazione, e dì col Poggiali, col Cesari, col Biagioli e con altri chiosatori dei nostri tempi, dì col Tommaseo (nota alla terzina 29 del c. 29) che la sposa invitata a venire dal Libano è quella stessa donna che in virtù dell'invito scese all'istante dal cielo con tanta angelica festa nell'arca della divina Basterna: e dì che il *benedetto* a venire è quel Dante che per veder Beatrice ha mossi passi tanti: e siccome tu vedrai di corto ambedue queste anime innamorate farsi compagne nella santissima via che all'empireo conduce, così non penerai gran fatto a riconoscerle e benedirle inebbriate della santa gioia delle nozze celesti. Nozze veramente beate, perchè celebrate (come si ha dal canto 31) tra le sante carole delle sette ninfe: le quali, condotto il purificato amante innanzi agli occhi dell'amata donna, gli dissero: Fa che le viste non risparmi. Invidiabile istante! Qual altro più fortunato mortale può le proprie paragonare alle delizie del nostro sposo, allorchè mille desiri

più che fiamma caldi gli strinsero gli occhi agli occhi rilucenti, onde amor già gli trasse mille dardi? Provi altri se sa, provi di conciliare, senza contorcere il testo, queste parole e questi fatti colla antecedente spiegazinne; che io per quanto sappia solo così vedo naturale, nobile e pieno il compimento del fine di un viaggio cotanto meraviglioso. E parmi in vero fuor d'ogni dubbio che a questo modo, intanto che legasi l'antecedente ed il conseguente del sacro poema, si abbia l'altro bene grandissimo, che cioè ad ogni atto, ad ogni parola dei due amanti si appresti quella santa onestà che ne giustifica spiritualmente la susseguita e costante compagnia e dimestichezza.

Nè men certo parmi che in questa nostra interpretazione si rifaccia bello di santa onestà, sia l' invito delle quattro ninfe con cui dissero a Dante, già da loro condotto alla presenza di Beatrice: « Fa » che le viste non risparmi : Posto t' avem dinanzi » agli smeraldi (gli occhi dell'amica) Onde amor già » ti trasse mille dardi : » sia la tenera preghiera delle tre altre ninfe a Beatrice scongiurandola a disvelarsi innanzi al diletto amico : « Volgi, Beatrice, » volgi gli occhi santi, Era la lor canzone, al tuo » fedele, Che per vederti ha mossi passi tanti: Per » grazia, fa noi grazia, che disvele A lui la bocca » tua, sì che discerna La seconda bellezza che tu» cele. » Nè in ciò questa mirabile donna si tenne dura o perplessa alla pietosa canzone; poichè il poeta a mostrare che di presente diede compimento al lor desiderio; così esclama: « O isplendor di viva luce » eterna ! Chi pallido si fece sotto l' ombra Sì di

» Parnaso, o bevve in sua cisterna, Che non pa-
» resse aver la mente ingombra Tentando render te
» qual tu paresti, Là dove armonizzando il ciel t'
» adombra, Quando nell'aere aperto ti solvesti? »
Poste e ben ponderate queste cose, ammetti lo sposalizio, è onesto è spiegato è ragionevole tutto: togli questo, tutto è fuor dell' onesto, è irragionevole è strano è sconvolto.

Non tanta franchezza e rapidità a conchiudere, dirà qui forse taluno, che per avventura ben sa che nelle allegate parole nascondesi un prezioso concetto allegorico, da cui (chi ben conosce addentro le scritture polisense del nostro poeta) quell' invito al viatore di guardare gli occhi della mistica donna, e la preghiera a questa, che a lui disveli la sua seconda bellezza, hanno tutt'altro che il significato preteso di occhi e di bellezza corporale. Laonde siccome in tai luoghi l'autor volle parlare di ben diverso oggetto da quello che la lettera ai lettori presenta; così questi medesimi poco, anzi nulla possono giovare alla sostenuta interpretazione dello sposalizio di Dante e Beatrice. A così pronta ed aperta instanza io certo nulla dirò, salvo che qualunque esser possa il concetto che altri supponga racchiuso nella lettera, e qualunque sia per dover essere quello che il poeta v'abbia veramente occultato, per nulla si oppone o nuoce alla nostra sentenza. Imperocchè la nascosa verità, quale che ella sia per essere, non mai offende o distrugge la letterale sentenza che nella favola del testo è narrata. Ma qui nel caso nostro la lettera parla di amanti antichi, che dopo lungo vicendevol desio s' incontrano, si riconoscono, si ri-

mettono in amorosa e confidente relazione, intraprendendo l'uno di costa all' altro un lungo e geniale cammino: dunque chi mai vieterà di affermare che secondo la testuale sentenza codesti due cuori amanti ebbero pur una volta la da lungo sospirata fortuna di farsi comuni e indivise le sorti e le delizie di una santa amicizia? Così avvenne senza fallo, secondo la favola, a questi invidiati fiorentini: e tanto a noi basta per mostrar vana la proposta obiezione, e dichiarar vera e non immaginaria la nostra opinione; come quella che alla semplice lettera quasi a principale anzi unico argomento intende. Ritorniamo sulla proposta materia.

Ma intanto siccome all' adolescenza succedette la gioventù, la quale senza posa incalzata è dalla senetta; così a questa vien dietro il senio, che è l'ultima parte di nostra vita. In questa età non è più tempo d'operare: abbandonato il corpo dal vigore naturale, spossata la mente del nobile cittadino dalle intellettuali fatiche per le utilissime opere ed azioni col senno e colla spada fatte a pro della società e ad aumento delle scienze e delle arti; ricca la navicella dell'umana vita del prezioso procaccio delle esercitate civili ed intellettuali virtù, l'uomo in questo resto di sua mortale carriera dee calare le vele delle mondane operazioni, per entrare dolcemente in quel porto, ond'è partito: vale a dire, ei dee cessare dalle cure civili, e contento della pura contemplazione, tornare a Dio con tutto suo intendimento; sicchè per opera delle assidue speculazioni sulla natura divina e suoi effetti, a quel porto ei venga con tutta soavità e con tutta pace (Conv. tr. 4, c. 28).

Questa nè più nè meno è la sorte che attende il misterioso pellegrino sul cominciare del terz'ultimo canto. La sua mente si è deliziata abbastanza alla disamina di tutte le virtù sia politiche, sia dimestiche, sia intellettuali, il che in due parole ei disse: *in seguir virtute* e *conoscenza* (Inf. c. 26, v. 120): i suoi occhi, i suoi orecchi ebbero a godere per lunga via tutta l'ineffabile dolcezza che bramar potesse dal viso e dalla voce della sua mirabilissima donna ed unanime compagna: il suo corso materiale volgendo col cielo è già pervenuto all'occaso (Parad. c. 27, v, 77-81) simbolo della fine dell'umana vita (Conv. tr. 4, c, 23 e 24): che più? egli già in mezzo alla città santa ha percepito quanta e qual sia la forma della beata città che canta encomiando a quell'imperator che lassù regna: figura parlante che, già tutti percorsi i diversi stadi della vita operosa, è compiuto il suo lungo viaggio, e che per conseguenza tutto cospira ad ammonirci che la giovinezza e la senetta già partite, Dante ha fatto ingresso sulla soglia di quell'ultima età in cui (per giovarmi di una sua frase): « L'anima a Dio si rimarita Contemplando la fine che l'aspetta (Conv., Tr. 4, c. 28). »

In corte parole, Dante non sì tosto condotto è dall'adorata sua compagna nel dritto mezzo del giallo della candida rosa, che dalla stessa, come se da morte rapita gli fosse, è già abbandonato: ed in sua vece già mise al fianco dell' amico quel beatissimo Bernardo, che contemplando gustò quaggiù di quella pace. Nè questo abbandono di Beatrice, nè questo sopravvenire di Bernardo, fu voluto eseguirsi dal poeta senza qualche solennità di atti e di parole: onde,

cred'io, farne ben attenti i lettori, che alla partenza della senetta, figurata col partir di Beatrice, sopravvenne il senio che da Bernardo è ragionevolmente figurato. Così è, miei riverenti signori: il pellegrino ha compiuto i tre primi stadi del cammin di nostra vita, narrato nel viaggio per l'inferno, pel purgatorio, e per tutti i mobili celesti: entrato nell'empireo, è sulla soglia di quella età quando l'uomo abbandonate le cure e gli affetti terreni tornasi tutto col cuore e colla mente a Dio contemplando la fine che lo attende. Dunque è ben giusta non solo la separazione dei due amanti, ma è pur giusto che il pellegrino ammiri il trono che i suoi meriti sortirono all'amica nella corte celeste. Dante è fatto vedovo: unico suo conforto è la contemplazione dei santi, e di quel ben ch'ad ogni cosa è tanto. Laonde egli privilegiato viatore a secolo immortale non seguirà più le fide piante del dolce pedagogo: non avrà più di costa il conforto di Beatrice; non più rivolgerà la mente alle cose terrene: ma ritto nel mezzo della città santa, siccome chi attende a profonda speculazione, si troverà allato s. Bernardo, Bernardo il fedele di Maria, Bernardo il contemplante, che vivendo colle sue speculazioni gustò quaggiù della celeste pace. Così è veramente: s. Bernardo, mito della contemplazione, è l'ultimo assistente al pellegrino, che entrato nel tempio de'suoi lunghi voti abbandonasi ora tutto colla mente e coll'affetto alla più grata speculazione di quella Essenza una e trina, in cui s'acquieta ogni intelletto ed ogni volere. Ed ecco nel più conveniente significato la propria ragione delle tre guide che assistettero Dante nel prodigioso cammino. Virgilio pe-

dagogo e maestro nell'adolescenza: Beatrice, che fu donna prediletta della sua mente, lo conforta ed allieta nella seconda e terza parte della vita; e finalmente Bernardo che per alta speculazione eleva e rimarita a Dio l'anima del viatore entrato nel senio, apprendendole a contemplare il fine che a se l'aspetta.

Se il detto sin ora, come a me, paresse giusto a questa nobile udienza, potremmo dar fine al processo di questa prosa conchiudendo, che dal sin qui ragionato sta fermo e dimostrato, che Dante pellegrino pei regni spirituali in se stesso raffigura tutte e quattro le parti della vita umana. Ma da così buon proposito ci distrae il pensiero, che altri non convinto ancora ne voglia opporre alcuni dubbi ch'ei crede di qualche forza, e che a noi innanzi di chiudere fia bello esaminare. Imperocchè concederà forse alcuno dei più discreti de'miei uditori, che dalla Commedia si paia distintamente nel viatore significata la adolescenza e la gioventù: ammetterà pure che vi si traveda anche lievemente la significazione del senio: ma dirà ciò non ostante, che perchè egli fiso ne agguardasse la condotta e ne ponderasse le parole, non mai seppe avvedersi che questi dia sentore di quella parte che per senettù si conosce. Altri poi sarà per avventura che terrà per men certe le nostre argomentazioni tutte, perchè la Commedia da noi fu sempre intesa ed interpretata nell'unico senso letterale; mentre tutti sanno che questa, come scrittura polisensa, altro intelletto ha nella letterale corteccia, ed altro nel midollo della stessa. Onde sembrerebbe che gli allegati luoghi del testo, se si prendessero in considerazione allegorica, condurrebbero a conclusioni

diverse dalle da noi raccolte. Laonde quando pure si concedesse che Dante nella letterale sentenza sembri raffigurare l'uomo nelle diverse età : nondimeno ciò sarebbe sempre molto dubbio, anzi insussistente nella significazione allegorica e vera di tutto il poema.

Ragionevole la prima, indubitabile mi sembra la prima parte della seconda istanza; ma pure niuna distrugge, nè indebolisce la difesa proposizione: anzi ambedue mirabilmente concorrono a darle conferma più solenne. Imperciocchè venendo alla prima, è buono per noi che nella persona del protagonista appaia manifestamente il mito della prima, e della seconda età : nè meno ci serve il travedervisi anche quel della quarta. Quindi infatti conseguita che non debba mancare la terza età, là ove già si conosce la antecedente e la susseguente: e con molta buona ragione si arguisce l'esistenza della senetta sebbene lievemente rilevata; perchè somigliando assai questa parte dell'umana vita all'anteriore, che è la giovinezza, quanto all'esercizio delle morali virtù, hanno tra loro comune e l'occuparsi ambedue delle intellettuali e civili virtù, ed il durare ambedue nella società coniugale; il che dal quarto del Convito viene espressamente affermato di Marzia moglie di Catone. Laonde non è strana cosa ammettere che Dante per tutto quel tempo che ebbe la dolce compagnia di Beatrice, sposata spiritualmente sulla vetta del Purgatorio, sia fatto figura della seconda e della terza età di nostra vita. A ciò poi concorre benissimo, per mia sentenza, e la gravità delle risposte di Dante alle alte domande che sulle virtù teologali gli fecero i tre apostoli Pietro, Giacomo e Giovanni, e la speciale devozione

mostrata ai due archimandriti dei religiosi s. Francesco e s. Domenico, e finalmente il trasporto di grande affetto manifestato alla vista dei santi monaci Pier Damiano e Benedetto. Imperciocchè queste perfezioni religiose, che poco sogliono attendersi nella adolescenza per leggerezza di mente, e lievemente nella giovinezza per ardore di spirito, che a grandi cognizioni e gloriosi fatti aspira, divengono poi ammirande e grate nei maturi anni della vecchiaia. Che se ciò non ostante maravigliasse alcuno che cotal parte della vita, che è età di somma venerazione, sia stata così lievemente adombrata, che debbasi munire di microscopio, per così dire, l'occhio della mente per riconoscerne le debili tracce: io non esiterei affermare che questa non mancanza, ma fu arte finissima del poeta. Fu arte molto assennata, per mia fe, questo tocco leggiero per non ripetere una seconda fiata nella terza ciò stesso che nelle prime due cantiche erasi a lungo e magistralmente in ogni guisa compiuto. In vero per Dante sono pregi singolari ed essenziali alla terza età prudenza, giustizia, larghezza, affabilità (Conv., Tr. 4, c. 26). Conviensi a questa età essere prudente, cioè savio; poichè, se ben si mira, dalla prudenza vengono i buoni consigli, i quali conducono se ed altrui a buon fine nelle umane operazioni: e chi non ammirò questo pregio in Virgilio maestro e duca di Dante? Conviensi a questa etade essere giusto, acciocchè i suoi giudizi e la sua autoritade sia un lume e una legge agli altri: e chi non s'avvide essere questa giustizia in grado sommo in Virgilio? Conviensi a questa etade essere affabile, ragionare lo bene e quello udire volentieri;

imperciocchè allora è buono ragionare lo bene quando ello è ascoltato: e qual altro maggior conforto rendevasi a Dante dal maestro gentile, se questo non era il bene dei venerati suoi ragionamenti? E siccome questa etade ha seco un'ombra di autorità: chi ne dirà quale altro personaggio abbia avuto più autorità sul cuore del giovane di quella di Virgilio su Dante? Or dopo tante, certe e sfavillanti prove che mostrano essere stata figurata la senettù nel maestro, duca e signore, dovrò io dire che non conveniva ripeterle tutte, nè con forti tratti e vive tinte presentarle da capo nel discepolo giunto a figurare questa etade medesima? Niente adunque la prima istanza incaglia, od offende la da noi difesa proposizione.

Molto meno poi la incaglia od offende la seconda, la quale piuttosto le è in sì piena conformità che giova non poco ad irradiarla di nuova e vivacissima luce. Imperciocchè vero è che noi abbiamo sempre esaminata la Commedia ed allegatine i testimoni pur nel piano significato della lettera: ma ben lungi dal temere che il loro intelletto mistico ci possa far contro, vogliamo da tutti saputo che la significazione delle quattro età nella persona di Dante è così unicamente riposta nella favola poetica dalla lettera ritratta, che questa dal mistico intelletto è rigorosamente esclusa. Del che valga a testimonio la natura stessa dell'allegoria. La quale escludendo la favola della superficie, e constando puramente della nuda e schietta verità, manda a monte tutto ciò che nella Commedia la critica più severa come non vero esclude e condanna. Ma chi di noi crede che Dante abbia sensibilmente, cioè in corpo ed anima, percorso

i tre regni della morta gente? Niuno. Chi crede che quella cara anima di Beatrice sia discesa dal ciel al limbo a trarne l'anima del mantovano poeta, e farnelo maestro, signore e duca di Dante? Niuno. Che se Dante con quella fascia che la morte discioglie non andò a secolo immortale; se in conseguenza neppur ebbe per guida l'ombra vera di Virgilio: a che mai si riduce in faccia alla critica la favola dei vicendevoli riguardi e premure state tra il discepolo e'l maestro? A nulla: come a nulla si riducono tutte le materiali difficoltà rinvenute nel materiale cammino, alto e silvestro dell'inferno e del purgatorio. L'allegoria, vale a dire il senso vero, la verità nascosa nella Commedia, rigorosamente si ristringe ad un viaggio mentale di Dante giovato dalla filosofia, cioè da tutte le scienze, vo' dire, onde questa si compone. Questo viaggio dell'intelletto, per me, quanto alla sostanza, è simile, anzi uno con quello che Severino Boezio nel suo libro della Consolazione descrive fatto dalla sua mente. E siccome questo filosofo col puro aiuto della filosofia levasi mentalmente contemplando le miserie morali e fisiche di questo mondo terreno sino alla somma beatitudine del cielo, sino alla immediata intuizione dell'essenza divina, senza che abbia dato pure un sol passo fuori della sua prigione, senza che nemmeno abbandonasse un istante pure il suo letto di dolore: così per istretta e magistrale imitazione fece Dante col solo ed unico sussidio della poesia virgiliana e della filosofia. Ma e che altro avea fatto Boezio scegliendosi per maestra, guida e conforto quella insigne matrona di ambigua dimensione, la quale ora

agguagliava la comune statura dell'uomo, ora toccava col capo il cielo, ed ora cotanto s'ingrandiva che spinta la testa al di sopra dei cieli s' involava all'umana veduta (*) ? La portentosa donna è la filosofia (così egli ne avverte il lettore) che nelle varie dimensioni della sua parvenza significa le sue tre parti principali, ciò sono scienza delle cose corruttibili o sublunari, scienza dalle incorruttibili o spirituali e celesti, e scienza della divinità. La prima fu assegnata per Dante a Virgilio, la seconda a Beatrice, ed a Bernardo la terza ed ultima. In tal guisa intesa la finzione poetica, Dante (come Boezio) ha potuto senza miracoli, senza pure una mossa di piede, discorrere ed ammirare quanto per occhio o per mente si gira. Dunque come è indubitato che l'allegoria esclude da questo viaggio la materialità degli strepitosi miracoli, ed i veri e materiali movimenti del corpo: così fermo è altresì che il mito delle quattro età da noi disaminate non puote essere, non può trovarsi che nella superficie della letterale sentenza, e così fermo è del pari che il testo in questo argo-

(*) Ecco le parole di Boezio: « Haec dum mecum tacitus reputarem . . . . astitisse mihi supra verticem visa est mulier reverendi admodum vultus, oculis ardentibus, et ultra communem valentiam perspicacibus, colore vivido, atque inexhausti vigoris, quamvis ita aevi plena foret, ut nullo modo nostrae crederetur aetatis, « statu» ra discretionis ambiguae. Nam nunc quidem ad communem se se » hominum mensuram cohibebat : nunc vero pulsare coelum summi » verticis cacumine videbatur ; quae cum caput altius extulisset, » ipsum etiam coelum penetrabat, respicientiumque sese hominum » frustrabatur intuitus. » Lib. I, par. I.

mento non deesi allegare in altro significato, salvo quello della lettera, come noi abbiam fatto.

Il perchè oh come ora trionfa ed esulta l'orazion mia di poter una volta affermare con vostra persuasione, o valorosi tiberini, o gentili signori, che veramente nelle diverse maniere tenute dal simbolico pellegrino sono ad una ad una figurate le quattro parti della vita umana! Imperciocchè quindi la divina commedia, come se investita fosse dai raggi di splendentissimo sole, dispiega alla mente dei lettori le divine bellezze e gli immensi tesori, onde a pro d'ogni età fu dal discreto poeta anche nella lettera arricchita. Per questa ogni età può ammaestrarsi di quei reggimenti belli, che all'umano consorzio più sono in pregio. Per questa ogni individuo dell'umana società apprende a qual vero e santo fine devono tendere le azioni della nobile persona. Chi in fatti non commenderà, non ammirerà, non amerà, non imiterà a suo potere la gioviale gravità, onde quel savio gentil che tutto seppe ammaestrò, incoraggiò, difese ed aiutò il discente nella spinosa carriera della nobile educazione? Chi non ammirerà, chi non farà plauso, chi non porterà affetto alla gentile docilità, alla delicatezza, avidità d'imparare, gratitudine esemplare, soavità di modi, acutezza di mente dell'ingenuo viatore? Chi non vorrà farsi imitatore di Dante, se mai fortuna lo accolga nelle uguali circostanze ove egli si rinvenne? Quale tra le femmine di cuor gentile non si augurerà le geniali, le compagnevoli, le gravi, le rette maniere di Beatrice Portinari: di cui se non sai determinare quale tra la bellezza del corpo, e la nobiltà dello spirito sia maggiore, sei

però stretto a dire che l' una e l'altra sfavillano in sommo grado da quella angelicata persona. Quale tra gli uomini di sana mente non invidierà al viator fiorentino la ventura di tanta amicizia, onde ad un'ora gli proveniva un paradiso all'occhio ed all' orecchio, ed una dolce potentissima spinta che quasi per una scala di rose lo elevava alla somma felicità dei beati e degli angeli ? Deh così ogni vecchio fosse un altro Virgilio! deh così ogni adolescente ed ogni giovane, ogni uomo fosse un'altro Dante ! così ogni femmina un'altra Beatrice! e noi vedremmo ad uno ad uno gl'individui dell'umana famiglia correre dritti e lieti alla città del ben vivere, e con buona pace farsi imitatori di quella vera ed eterna Roma, ove i santi sono i patrici, onde Cristo è romano, ove ogni volontà è liberamente felice di prestare ossequio ed obbedienza piena e pronta all'Amore che muove il sole e le altre stelle.

Il primo libro delle quistioni accademiche
di M. Tullio Cicerone
fatto volgare da Gianfrancesco Rambelli.

AL CHIARISSIMO

CAV. SALVATORE BETTI

accademico della crusca
professore e segretario perpetuo
dell'insigne e pontificia accademia di s. Luca.

È grandissimo tempo che ho in animo di mostrarvi con pubblico segno l'altissima stima in che sempre vi ebbi; il che la mala fortuna, la quale da lunghi anni mi persegue tenendomi avvolto in tante e sì moleste cure, ha fatto che io non abbia potuto giammai. Ora però che alquanto me ne veggo strigato, venutomi alle mani un volgarizzamento del primo libro delle quistioni accademiche di M. Tullio da me fatto, or sono più anni, ho dato mano a riforbirlo; e quindi oso intitolarlo a voi, chiarissimo sig. cavaliere, non già perchè io tenga che la parola volgare, che vi ho posta di mio, valga punto: ma perchè è versione d'uno scritto del sommo arpinate, lume principalissimo di questa Italia, alla quale voi pure avete accresciuto tanto di gloria, non solo colle dotte ed elegantissime scritture d'ogni maniera, in cui colla purezza delle dottrine e colla potenza dell'esempio avete mantenuto casto ed illeso il santo patrimonio della lingua nazionale, ma specialmente colla insigne vostra opera dell'ITALIA IL-

LUSTRE, la quale in brevi pagine ponendoci innanzi quanti dell'antica e moderna Italia fiorirono massimamente per fama di scienze e di arti, è poi per altezza di pensieri, nobiltà di sentenze, squisita bontà di favella, per l'argomento e la trattazione, tutte italianissime, tanto classica ed altamente civile che nulla più.

Ben lo han mostro le bellissime accoglienze che si ebbe per tutto, e le tante lodi e ristampe che le si diedero; e che vieppiù cresceranno presso le generazioni future; tanta è la sapienza, la dottrina, l'acuta critica e il compiuto magistero dell'arte che usaste in quel nazionale lavoro, veramente degno della condizione de'tempi presenti.

Il che se tutti possono e debbono ammirare ed apprezzare, niuno lo può conoscere e sentire al pari di me, che acceso il petto della gloria e civiltà d'Italia discesi già da più anni a trattare l'argomento medesimo in quella sola parte che riguarda l'*italiche invenzioni* (1) e i furti fattici dagli stranieri, che *ci ruberebbero lo alito*, giusta l'energica frase del segretario fiorentino.

E parmi ancora che l'altrui benignità dovesse mostrarsi vieppiù inchinata alle nostre fatiche: chè tante sentenze, ch'or si gridano novelle, tante dottrine che voglionsi nate l'altro dì, tanti fatti che si dicono testè diseppelliti, noi li trombavamo alla sorda Italia già da più lustri, e ne bandivamo a tutta voce la gloria e la potenza; e ciò spontaneamente, senza

(1) V. Lettere intorno invenzioni e scoperte italiane di G. F. Rambelli, ediz. sesta. Modena, per Vincenzio Rossi 1844 in 8. gr.

nissuna speranza, senza nissun premio, e senza quegli aiuti ed incoraggiamenti che sovente valgono a fare le opere grandi e degne.

Perdonate, chiarissimo cavaliere, se il pensiero della grandezza d'Italia m'ha tratto fuor di via, e a dire anco di me. Conservatevi all'onore della patria comune, che avete sì altamente illustrata; ed accogliete con benigno animo l'offerta della traduzione d'un libro che fu trascurato in addietro, non avendolo neanche italianato la contessa Malvezzi, che pur fe'tutte volgari le opere filosofiche di M. Tullio. Ed alla vostra grazia vivamente mi raccomando siccome

Tutto vostro
Gianfrancesco Rambelli.

Cicerone saluta Varrone

Comechè l'esigere un dono, ancorchè alcuno ce l'abbia promesso, non soglia farsi neppure dal popolo, se non concitato, pure io dall' aspettazione della tua promessa sono spinto a ricordartelo, non a pretenderlo. Mandoti perciò quattro rammentatori, non troppo modesti: ma tu ben conosci di che faccia sia quella giovinetta accademia; e te li mando tratti dal bel mezzo di essa; ma non vorrei che per avventura t'importunassero, quand'io commisi loro di pregare soltanto. Io stava aspettando già da gran pezza, e mi riteneva dallo scriverti innanzi d' aver ricevuta da te alcuna cosa, a intendimento di rimunerarti con dono assai somigliante. Ma facendo tu ciò più tardi, o com'io l'interpreto, con più diligenza,

non mi son potuto tenere di non mostrare la congiunzione dello studio ed affetto nostro con quel genere di scrittura che potei. Scrissi adunque il dialogo da noi tenuto in Cumano, quand' era nosco Pomponio. Diedi a te le parti di Antioco, le quali mi pareva aver compreso che ti piacessero, e presi per me quelle di Filone. Penso che allorquando leggerai, ti maraviglierai che fra noì siasi ragionato di ciò che non mai fu: ma tu conosci il costume de' dialoghi. Quind'innanzi, o mio Varrone, se ti piacerà parleremo fra noi di moltissime cose, e de'casi nostri, tardi forse; ma ce ne scusi la passata fortuna della repubblica. Ora a noi è richiesto il dar conto del presente. Ed oh, ridotte a pace le cose, e a qualche stato se non buono, almen fermo la città, potessimo fra noi coltivare questi studi? Sebbene allora cert'altre occorrenze ci darebbono forse oneste cure e faccende; laddove ora qual ragione abbiamo di voler vivere senza codesti studi? Quanto a me certo, appena c'è con essi, tolti i quali neppur ci sarebbe. Ma di ciò parleremo a bocca e più di sovente. Piaccia a Dio che il trasportamento e la compera bene e felicemente ti riescano! e in ciò molto mi piace la tua deliberazione. Attendi a star sano.

Il primo libro
delle quistioni accademiche
di M. Tullio Cicerone
a M. Terenzio Varrone.

1. Non ha molto, che essendo meco il nostro Attico in Cumano, ci fu annunciato per parte di

M. Varrone, ch' egli era venuto da Roma la sera innanzi, e che, se non fosse stato stanco dal viaggio, sarebbesi direttamente recato da noi. Il che avendo udito, reputammo non doversi frapporre alcun indugio per vedere un uomo a noi congiunto e per somiglianza di studi e per antica amicizia. Subito per tanto imprendemmo ad andare a lui: ed essendo poco lontani alla sua villa, lo vedemmo che veniva alla nostra volta: ed avendolo abbracciato, com'è costume degli amici, lo riconducemmo alla sua villa per assai lungo spazio. Qui avendo egli primo dette poche parole, e domandando io qual cosa per avventura fosse di nuovo in Roma; Attico allora: Tralascia codesto, disse, che non possiamo nè domandare nè udire senza molestia: chiedi e ricerca piuttosto che mai egli componga di nuovo, giacchè tacciono le muse di Varrone da più lungo tempo che non solevano: nè stimo ch' egli si rimanga dallo scrivere, ma che tenga celato ciò che scrive. Non già, rispos'egli, pensando io essere da intemperante lo scrivere ciò che l'uomo voglia occultare; ma ho per le mani una grand'opera, di cui già da buon pezzo dedicai alcune parti a costui (e diceva a me), le quali e sono grandi per verità, e si limano da me più politamente. Ed io: Queste appunto, o Varrone, aspetto già da gran tempo: pur non ardisco chiederle: avendo avuto dal nostro Libone, di cui conosci l'affetto (e non possiamo nascondere alcuna di siffatte cose), che tu non le lasci a parte, ma più accuratamente le tratti, nè mai le deponi dalle mani. Innanzi a questo tempo poi non mi cadde giammai in pensiero di ricercar que-

sto da te; ma poichè ora mi son posto a tramandare a'posteri quelle dottrine che imparai insieme con te, ed illustrare con latine lettere quell'antica filosofia che da Socrate ebbe il nascimento, domando perchè accada, che tu scrivendo molte cose, tralasci questo genere: massime che tu sei in esso eccellente, sorpassando inoltre quello studio e tutta quella scienza di gran lunga le altre arti e discipline tutte.

2. Allora Varrone: Mi ricerchi di cosa da me sovente deliberata, e molto considerata. Pertanto risponderò francamente: ma dirò solo quanto ho in pronto, avendo io, come ho detto, su questa istessa materia meditato molto e lungamente. Vedendo io la filosofia venire spiegata molto accuratamente per via delle lettere greche, avvisai che se alcuno dei nostri fossero presi dall' amore di lei, se fossero dotti nelle greche discipline, avrebbero letti più presto gli scritti greci che i nostri. Se poi fossero stati alieni dalle arti e discipline greche, non avrebbero curato neppur queste, le quali non si possono intendere senza greca erudizione. Ondechè io non volli scrivere quello, che nè gl'indotti potessero intendere, nè i dotti si curassero di leggere. E ben tu stesso vedi queste medesime cose; poichè apprendesti non poter noi esser simili ad Amafanio od a Rabirio, i quali senza uso di arte alcuna disputano in volgar sermone intorno alle cose che hanno dinanzi agli occhi, nulla definiscono, nulla dividono, nulla concludono da una adattata interrogazione; e pensano infine che non ci sia arte alcuna di favellare e di disputare. Ma obbedendo noi, siccome a

leggi, a'precetti de'dialettici e degli oratori (poichè pensano essere in noi l'una e l'altra facoltà e virtù) in guisa che siamo costretti a servirci di parole talvolta nuove, le quali i dotti, come dissi, amano di togliere più presto da'greci; gl'indotti non riceverebbero neanche da noi: quindi s'intraprenderebbe indarno ogni fatica. Or poi s'io approvassi Epicuro, cioè Democrito, potrei scrivere delle cose fisiche così pianamente, come Amafanio. E qual cosa di grande, tolte le cause efficienti delle cose, è nel parlare del fortuito combinarsi de'corpuscoli, chè così chiama gli *atomi*? Tu conosci la nostra fisica, che dell'*effettuazione* si forma, e di quella materia la quale dalla effettuazione viene finta e formata. Usar si deve ancora la materia (1): mentre con quali parole potrà l' uomo o far intendere ad altri quelle stesse dottrine della vita e de'costumi, dell'appetire e fuggire le cose? Nel che queglino pensano semplicemente, lo stesso bene essere proprio dell'uomo e della bestia: presso i nostri poi non ignori quale e quanta sia la sottigliezza. O sia che tu seguiti Zenone, sarà un portento il fare in modo che alcuno intenda qual cosa sia quel bene puro e semplice, che non può separarsi dalla onestà : il qual bene nega al tutto Epicuro potersi neanche sospettare qual sia, senza i piaceri che muovono il senso. Se poi ci terremo all' antica accademia, la quale approviamo, come sai, quanto quelle materie avranno a spiegarsi acutamente da noi! con quanta arguzia, e con quanto di oscurità ancora si dovrà disputare contro gli stoici!

(1) Altri qui legge la *geometria*.

Tutto adunque quello studio della filosofia io stesso adopero per me; e a costanza di vita, per quanto posso, e a dilettazione dell' animo: e penso, come scrive Platone, che gli dei non abbiano fatto agli uomini maggiore o miglior dono di essa: ma i miei amici, che ne han desiderio, li mando in Grecia: voglio cioè che abbiano ricorso a'greci, acciò attingano più presto quelle materie alle fonti, di quello che tengano dietro a rivoletti. Quelle dottrine poi che niuno avea per anche insegnate, nè era libro onde gli studiosi potessero apprenderlo, quelle per quanto potei (chè non mi do vanto de' miei scritti) procacciai che da'nostri fossero conosciute, non potendosi ricavare da'greci; e, dopo la morte del nostro L. Elio, nè anche da' latini. E nondimeno io que'miei antichi scritti sparsi d'una certa ilarità, in cui ebbi imitato e non tradotto Menippo, molte cose sono frammischiate tratte dall'intima filosofia, molte dette dialetticamente; le quali acciò i men dotti più agevolmente intendessero, invitati a leggere da una certa giocondezza, volli scrivere ancora filosoficamente nelle lodi e negli stessi proemi delle antichità, se però tanto giunsi a conseguire.

3. Allora dico io: Queste sono veramente le cose che bramo, o Varrone: mercechè i tuoi libri condussero quasi a casa noi peregrinanti ed erranti, come stranieri, affinchè pur una volta ne fosse dato conoscere quali fossimo e dove.

Tu disvelasti l' età della patria, tu gli ordini de'tempi, tu le leggi de'sagrifici e de'sacerdoti, tu la domestica e militare disciplina, tu la sede delle regioni e de'luoghi, tu i nomi, i generi, gli uffici,

e le cagioni di tutte le divine ed umane cose; e moltissimo lume recasti a' nostri poeti, totalmente poi alle lettere e parole latine: e tu stesso componesti un poema vario e splendente d'ogni eleganza; e in molti luoghi imprendesti a scrivere di filosofia: il che se era bastevole a sospingere ad abbracciarla, era assai poco per insegnarla. Vero è che tu rechi di ciò probabil cagione, dicendo: o i dotti in greco ameranno meglio di leggere le cose scritte in tal lingua, o gl' ignoranti di greco neppur leggeranno queste latine. Ma porgimi orecchio ora, e vedi se tu il provi abbastanza? poichè parmi anzi che e leggeranno tali materie coloro che non potranno leggere le greche; e queglino che il potranno non isprezzeranno le proprie. E perchè mai gli eruditi in greco leggono i poeti latini, e non i filosofi? Avviene forse questo perchè recano diletto Ennio, Pacuvio, Accio, e molti altri, i quali espressero non le parole, ma lo spirito de' greci poeti? quanto più diletteranno i filosofi, se al par di quelli, che imitarono Eschilo, Sofocle, Euripide, così imiteranno questi Platone, Aristotele, Teofrasto?

Ben veggo commendarsi gli oratori, ma fra nostri i soli imitatori d' Iperide o di Demostene. Io poi (dirò la cosa com'è) mentre l'ambizione, gli onori, le cause; mentre non solo la cura della repubblica, ma una certa amministrazione ancora mi tenevano involto e stretto in molti uffici, io serbava chiuse in me queste filosofiche dottrine: e a non obbliarle col tempo, leggendole quando il poteva, ne rinnovava la memoria. Or poi e percosso di grave ferita della fortuna, e liberato dall' am-

ministrare la repubblica, ripeto dalla filosofia la medicina del dolore, e giudico onoratissima questa tranquilla dilettazione. Mercechè o ciò è in ispecial modo confacente a questa età, o è massimamente consentaneo a quelle azioni, se niuna n'operammo degna di lode; o eziandio nulla è più utile ad istruire i nostri cittadini, o se ciò non è così, non veggo nessun'altra cosa, che noi possiamo fare. Il nostro Bruto invero, eccellente per ogni genere di lode, tratta la filosofia latinamente per modo che nulla resta a desiderare alla Grecia delle medesime materie: ed è della medesima opinione che tu, essendo egli una volta stato in Atene discepolo di Aristo, e tu di Antioco suo fratello; ondechè ti prego ad applicarti a codesto ramo di letteratura.

4. Allora egli ripigliò: E questo pure prenderò a considerare, ma non senza te. Ma di te stesso, proseguì, che è quello che sento a dire? In qual materia, rispondo? Sento, replicò, che lasciata omai da te l' antica filosofia tratti ora la nuova. E che dunque (interruppi io)? sarà egli più lecito ad Antioco, nostro famigliare, il passare da una nuova casa ad una vecchia, che a me nella nuova dalla vecchia accademia? E di vero le più recenti cose sono le più corrette ed emendate. Comecchè Filone maestro d'Antioco, grand' uomo, come tu stesso stimi, neghi ne' libri (il che avevam anche sentito dalla sua bocca) due essere le accademie, redarguendo l'errore di coloro che tennero questa sentenza. La cosa è come dici, ripigliò Varrone: ma non credo che tu ignori quanto Antioco scrisse contro Filone. Vorrei anzi (io dico se non t'è grave) che e

queste cose e tutta la dottrina dell'antica accademia, cui da gran pezza non ho dato opera, fosser ora rinnovate da te, e perciò sediamoci insieme, se ti piace. Piacemi, ei disse: poichè mi sento assai debole; ma vediamo se Attico acconsenta ei pure al desiderio d'ambedue noi. E Attico: Molto volentieri, disse: e che è mai ch' io più presto desideri che rammentare le cose già un tempo udite da Antioco, e vedere insieme se quelle possano dirsi latinamente in modo abbastanza facile? Il che essendosi detto, sedemmo tutti l'uno in faccia dell'altro.

Allora Varrone così prese a dire: Egli mi pare che Socrate, come tutti sanno, pel primo da cose occulte e dalla stessa natura involute, in cui innanzi ad esso furono occupati tutti i filosofi, richiamasse la filosofia, e alla vita comune la conducesse, acciocchè e delle virtù e de'vizi, e al tutto del bene e del male si desse a far ricerche; pensando poi le cose celesti o esser molto lungi dalla nostra cognizione, o se in particolar modo fossero conosciute, non giovar nondimeno al ben vivere. Costui in quasi tutti i ragionamenti, che da'suoi discepoli variamente e diffusamente furono scritti, disputa in modo ch'egli stesso nulla affermi, ma combatta gli altri, e dica altro non sapere che quello solo, che ei nulla sa: superare per ciò gli altri, mentre essi reputano di saper quello che non sanno, esso quest'uno sapersi di nulla sapere; e quindi pensare d'essere stato chiamato da Apollo il più sapiente di tutti, perchè questa era la sola di tutte le sapienze, non credere di sapere ciò che s'ignora. Il che dicendo costantemente, e in quella sentenza durando, spendeva

ogni ragionamento nel commendare la virtù, e nel confortar gli uomini tutti a seguitarla studiosamente, siccome può intendersi da'libri socratici, e massime di Platone. Ma per l' autorità di Platone, il quale fu vario, molteplice ed abbondante, quella sola e consenziente forma di filosofia si cominciò a chiamare con due vocaboli, di accademici cioè e peripatetici, i quali convenendo nella sostanza differivano nei nomi. Appresso avendo Platone lasciato quasi erede della filosofia Speusippo, figliuolo d'una sorella, ed inoltre due uomini prestantissimi per istudio e dottrina Zenocrate di Calcedonia e Aristotele di Stagira: quelli che seguitavano Aristotele furon chiamati peripatetici, perchè disputavano passeggiando nel liceo: queglino poi, che secondo l' istituto di Platone erano soliti ad aver adunanze e ragionamenti nell'accademia, che è un altro ginnasio, furon chiamati dal nome del luogo. Ma ripieni entrambi di quella ubertà platonica, una certa tal qual formula di disciplina composero piena e ridondante, lasciato al tutto quel socratico dubitare di tutte le cose e quel modo di disputare senza affermar nulla. E per tal modo si fe' (cosa che non punto approvava Socrate) della filosofia una cert' arte, e un ordine di cose e descrizione di disciplina. La quale d' apprima (come dissi) era una sola con due nomi, nulla differendo fra loro i peripatetici e quell'antica accademia. Maggioreggiava poi Aristotile, come parmi, per certa abbondanza d' ingegno: ma beveano ambidue alla stessa fonte, ed era per essi uguale la partizione delle cose da desiderare e da fuggire. Ma che fo io? ei disse: ben sono fuori

di senno ad insegnare queste cose a voi: poichè sebbene non debbano i paperi menar e bere le oche, come dicono, tuttavia da taluno s'insegna scioccamente ai dotti.

5. Allora rispose Attico: Prosegui, o Varrone: perchè porto grandissimo amore a' nostri ed alle cose nostre, e siffatte materie dilettanmi allorchè sono dette latinamente e per tal modo. E che cosa, ripigliai io, pensi che possa offrire al popolo nostro io che già ho professata la filosofia? Or seguitiamo, ei riprese, poichè t'è in piacere. Fu dunque già cara a Platone una triplice maniera di filosofare: la prima intorno la vita ed i costumi, l' altra intorno la natura e le cose occulte, e la terza sul disputare ciò che fosse vero o falso; che retto o pravo nel discorso; che consenziente o repugnante nel giudicare. E quella prima parte del ben vivere ripetevano dalla natura; e a lei dicevano aversi ad obbedire; e in niun altra cosa che nella natura aversi a ricercare quel sommo, a cui tutte si riferiscono le cose: e stabilivano essere l' estremo delle brame ed il fine dei beni l' aver tutto conseguito dalla natura dell'animo, dal corpo e dalla vita. Dei beni corporali altri ponevano essere in tutto il corpo, altri nelle parti. Una robusta sanità nel tutto: nelle parti poi i sensi interi, ed una certa eccellenza in alcune delle singole parti, come la velocità nei piedi, la forza nelle mani, la chiarezza nella voce, e nella lingua una distinta articolazione dei suoni. All' animo poi appartenevano que' beni che per mezzo degli ingegni erano acconci alla comprensione di alcune virtù: e questi dividevano in

beni di natura e di costume. Accordavano alla natura la prontezza dell'imparare e la memoria, l'una e l'altra delle quali è propria della natura e dell' ingegno; riputando poi appartenere a' costumi gli studi e quasi la consuetudine, la quale formavano parte coll'assiduità dell'esercizio, parte colla ragione. E in questi beni era la filosofia istessa, nella quale ciò che è incominciato e non finito chiamasi istradamento alla virtù; il finito, cioè la virtù, chiamasi quasi perfezione di natura, e fra tutte le cose che ripongono negli animi la sola ottima. E questi sono i beni degli animi. Colla vita poi (che è la terza parte della divisione) dicevano andar congiunti i beni giovevoli all'uso della virtù. Oggimai vedesi la virtù in certi beni di animo e di corpo, i quali non tanto sono uniti alla natura, quanto ad una vita beata. Avvisavano l' uomo essere quasi una certa parte della città e di tutto l'uman genere, ed esser congiunto cogli uomini per una certa umana società. In tal modo essi trattano del bene sommo, e naturale: tutte le altre cose poi pensano appartenere o ad aumento o a conservazione de' beni, siccome le ricchezze, la potenza, la gloria, la grazia. Così vengono da loro tripartite le maniere dei beni.

(Continua.)

Alcune considerazioni sulla fortuna de' lessici della lingua italiana, del dottore Antonio Racheli.

Sermo est veluti mentis nuncius, qui ex ea procedit, nec alia exsistit vocis origo.
GALENO.

Fu già detto da molti, e ripetuto da un moderno scrittore, doversi reputare lo studio della lingua il primo dopo quello della religione: e andar errati coloro, i quali giudicano le parole non più che una veste dei pensieri. Perocchè sendoci data la ragione in quanto massimamente noi possiam comunicare con altrui parlando e scrivendo, la parola ne riesce per così dire una parte essenziale : e non istudiandola, verremo a scemare in noi i frutti di quell'altissima difficoltà. Ecco perchè dall'osservanza, in che la ritiene un popolo, ne inferiamo la civile grandezza, o la civile miseria; e venuta meno ogni altra potenza od ordine di cose, basti ancor la favella a rappresentare la scaduta nazione. Nè a proteggere dallo insulto de' tempi questo prezioso retaggio possono gran fatto l'uso e la viva consuetudine del favellare: da che ogni età e generazione seco recando proprie leggi arbitrarie, o a lei venute da esterno commercio, da prepotenza di nemico, non avremmo il più che un'ampia, ma spesso adultera somma di voci, non punto capace d'una veste

nazionale, disordinata, incerta: la quale al mutarsi di questo a quel luogo varierebbe continuamente di giacitura e di sembianze; e quindi i pensieri si parrebbero quando pigri e diffusi in una puerile specialità; o quando alla fazione sconciamente smozzati. Per lo che l'apprendimento della patria favella non può meglio venirci fatto, che studiando nella scritta sapienza del passato, dove le diverse e dotte genti procacciarono di dare ad infiniti concetti, infinite e benadatte le forme. E frontosa superbia quella sarebbe di torcere dalle orme de'più sovrani ingegni, all' eccellenza de' quali nessuno ancora salì dopo il volgere di quasi cinque secoli, per farla, come suol dirsi, co'nostri ferri, e per illaidire e spegnere sovente, troppo allargandone il freno, le migliori inspirazioni dell' anima. Lo studio de'classici non circoscrive gli abiti della libera mente, chè anzi dà meglio facile uscita a'pensieri: nè quegli scervellati novatori possonlo sapere, che di tutto siedono a banco, e non hanno fiore di dottrina; ma sì que'generosi solamente, che vi hanno faticato per entro lo ingegno dal primo mettere il pelo sulle gote infino a maturità, a vecchiezza; ingegni, come direbbe il Giordani, *sobri* ed *asciutti*, che a scrivere pei secoli osteggiano il secolo; ben sapendo che è vecchia, quanto solenne, la impudenza di svilire tutto che non si pensi aggiungere o non si possa.

Nondimeno al conoscimento della lingua, per quanto lo studio de'classici sia di grande importanza, anzi il principalissimo, pare a me, che siccome fa duopo a leggergli, e a toglierne il senso di saper già di grammatica, così a profondamente com-

prendergli, ed imprimerne, per mo' di dire, dentro noi le forme, sia bisogno de' lessici, i quali diligentemente compilati non altro venendo ad essere che quasi un seguito della ragion grammaticale, senza una lunga intenzione di mente giovano, che più importa, a meglio dichiarare e porre in sodo il preciso e netto valor delle scritture. Anzi dicasi, a ben dire, non presentare le grammatiche che le generiche leggi e come l'orditura della lingua, e solo i dizionari offrircene bella e maniata la materia a compiere ogni nostra gran tela: tantochè fermandone al possibile ogni particolarità, e dove avvisandone le apparenti dissonanze e le svariate fattezze, dove i più accomodati partiti e le più arcane maraviglie, e quali indivisibili maestri scorgendoci avanti ad ogni lettura, sopperiscono per intero ai bisogni dello studioso. Ma per questi ed altri siffatti pregi il lessico non ci tornerebbe più che un metodo d'abbreviazione nello studio del linguaggio, se capitale sua dote quella non fosse di venire a mano a mano come di ritegno al rompente ingegno, e alla violenza della età contrastando, all'oro de'classici non richiamasse la licenza degli scrittori.

Ciascuna nazione pertanto, che più sappia di civiltà, a buon diritto vanta un lessico della propria favella: e la nostra, che di tutte fu tenuta mai sempre la maestra, sel prese a lavorare col maggior caldo dell' animo, quando per ancora le altre non ne avevano fatto pensiero. E tra le città d' Italia, non so per quale abbattimento, non ad alcuna della Toscana, sì a Napoli tocca la gloria di schiudere la prima il cammino alla compilazione di un'opera,

alla quale la Grecia sola riparar volendo in qualche guisa il perduto onor della nazione, s'era, benchè fiaccamente, un tempo cimentata. Onde l' apparire del piccolo dizionario di Fabrizio de Lena (1536) fu come un lampo di maggiori speranze, ch' ebbe a balenare alla mente degli italiani. Non però quì diremo delle stentate compilazioni di certo Acarisio, pessimo scrittore ch' egli era e di nessuna vena; il quale di poco avanzando col numero delle voci il dizionario di Lena, nè conoscendo per avventura il pregio del suo proprio lavoro, mise in campo la prima volta sulla bontà dei vocaboli da lui registrati miserande quistioni; le quali appresso divennero fieramente accanite, e fino a noi divietarono che fosse adempiuto il voto d'ogni vero italiano. Ma seguitamente la raccolta di frasi del Montemerlo (1566), e i tentativi, benchè miseri, del Politi (1614), e la mal digesta fabbica dell'Alunno, troppo forse messa in beffe dal Tassoni, ebbero finalmente un felice esito nella prima edizione del vocabolario, che gli accademici della Crusca diedero all'Italia l'anno 1612; preceduti però nella esecuzione, se non nella stampa, dal Pergamini, il quale sebbene abbia canonizzate nel suo lessico per buone assai mediocri scritture, consentì tuttavolta al grande Torquato l' onore negatogli poi sì caparbiamente dagli accademici, che è a dire quello delle citazioni. Chè se però avventurosamente noi fummo i primi tra tutte le moderne nazioni a mostrarci in questo forte arringo, siamo poi rimasi poco meno gli ultimi alle prove; dappoichè il vocabolario in quella sua prima mostra non era che appena sbozzato, e l'invidia e non

so quale altra peggior maledizione pose in discordia i più savi d'Italia, i quali per intero un secolo, da chi pretendendosi che tutti i letterati in un compreso, da chi la sola Crusca ne sedesse legislatrice, e perfino questionandone il titolo, se lessico italiano o toscano, dormirono sulla importanza di tant'opera: onde poi risentendosi accamparono a stuolo le loro forze, e talora uno solo d'essi, zelando pel reale bisogno della nazione, con gigantesco pensiero pose le mani nel lavoro di tanti, e osò di compierlo. Pure le sei varie ristampe fatte della vecchia Crusca non mai senza aggiunte e ammendamenti, in più tanti provarono essere quella un' opera, che il tempo solo, secondo pure fu detto nella prefazione del 1612, avrebbe recato a perfetto finimento: e gli accademici dopo l'edizione del Piterri (1763) mal furono infine seguiti nell'impresa dall'Alberti, che assai da loro discorde aveva l'animo ed il concetto. Gli uni fino allo scrupolo incettatori di classiche gemme, dove loro falliva di trovare autorevoli esempi di scrittori, passavansi di maniere e vocaboli classicissimi e, che è più, necessari. L'altro, sguinzagliando i bracchi, legislatore prosuntuoso della bontà delle voci, e come non purgato scrittore egli stesso, così fu troppo corrivo a donare la cittadinanza ad alcune voci e modi nati novellamente, o dal caso, o dalla corruzione, senza alcun sentore di toscana natura, e radissimi voluti dal bisogno. Nè a questo solo si stette la licenza dell'Alberti; avvegnachè dandosi egli a credere, che nella lingua, non altrimenti che nelle filosofiche discipline, debba pigliar gran campo l' analogia, produsse in seguito ai vocaboli

ch' egli stimò legittimi, perchè d'uso, anche le così dette *voci di regola*; per le quali a posta di qualunque uomo si caverebbero da tutti i nomi indistintamente i verbi rispettivi, e così da' verbi i propri nomi: il che assai poco pratico lo mostra nelle materie stesse, ch' ei maneggiava. Nelle cose della lingua non possono punto i sottili argomenti e le trafile della metafisica, o d'una logica scrupolosa, salvo che a spiegare quello che la favella è in effetto: ma non a porvi legge o limite veruno, e meno a mutarla anche d'un menomo. Conciossiachè il linguaggio non è il trovato d'alcun filosofo o d'altro scientifico personaggio: ma, secondo pur ne rafferma il chiarissimo marchese Puoti, opera solo di provvidenza e di popolo, la cui favella è aggentilita, non alterata da'peregrini e savi scrittori. Sentiva però l' Alberti fino d'allora, nè in parte senza ragione, che l'arte della guerra, la marineria, le forme convenzionali della legislazione o innovate o cresciute, e, quel che più monta, il progresso delle scienze fisiche e meccaniche volevano di nuove parole. Ma prima di credersi così sicuramente allo spoglio d'opere di scienza, nazionali e tradotte, non pensò che l'avvertire questo solenne bisogno è forse di molti; ma il soccorrerlo di colui solamente che ha cercato e per poco veduto il fondo dell' intero linguaggio, e specialmente nel trecento provveduto l'intelletto; e che neppure i *puristi* hanno giammai preteso di bandire altre voci, dove l'ingegno umano, ardendo nel desiderio di poggiar più sublime, trova di dover fermare con non più intesi segni i suoi non più intesi concepimenti. Nè meglio l'Alberti e'suoi par-

tigiani s'accorsero, essere codesti vocaboli, di fresco coniati e voluti dall'umano progresso, una pur misera cosa verso l'intero tesoro della lingua così svariatamente filosofico, così profondamente infinito: chè non già nel vocabolo nudo, ma nelle frasi e ne'costrutti siede la dovizia e nazional figura dello idioma. Nè voglio tacere che quando in luogo di vilipenderlo si studiasse meglio l' aureo secolo dell'italico linguaggio, assai pochi vocaboli, seguitando altresì i vantaggi delle scienze, resterebbero a crearsi; e quando ciò pur bisognasse, non si potrebbero aggiungere al tesoro della patria favella che dizioni, non frasi, la cui dovizia è cosa tutta sacra, nè vuol essere menomamente offesa da profano ingegno. Per tutto questo adunque una disputa fu confusa o scambiata con altra, le ciance sottentrarono al luogo della ragione, nulla si definì: ed il vocabolario, che è il massimo punto d' una ben dottrinata nazione, si rimase per anche un desiderio. Così la lingua passò nelle scritture non osservata. Nessun pensiero venne dispeso per questa soavissima eredità, per cui le nostre lagrime, i nostri voti, la vita de'padri nostri e de'figli trapassano alla memoria de'popoli più tardi. I quali pel fatale levarsi e venir meno delle nazioni, vinti così nella lingua come nelle armi, parleran forse altrimenti, che non sia colle sacre note derivate dalle fonti d'Arno e Valchiusa, ma tuttavia curanti e capevoli ancora del passato, ricorrendo colla mente alle gloriose nostre lettere, non meno che alle nostre sventure, fortemente se ne ammireranno. Pure questo soavissimo retaggio, ripeto, che solo divisa una nazione, ove un codice universale non

venga a crescergli pregio ed autorità, vagherà per perduto; perocchè non può essere fermo e stabilito dalle scritture e dalla voce de' viventi letterati, nè sono abbastanza gli ultimi lessici, nei quali per quante sieno le poste correzioni e le giunte, ne avanza tuttora un moltiplico a fare.

Il Bartoli aveva notato, ed il poteva in una corsa d'occhio, come gli stessi accademici, sì religiosi nella prima edizione e successive ristampe da non ammettere alcun vocabolo senza autorità d' esempio tolto da' classici, facendo poi la prefazione al loro lessico, usarono voci non messe a registro; e con tutto questo si rizzavano a gridar selvaggi di lettere chi non più che tanto dilungavasi da loro, e pieni di stomaco e di fierezza bandivansi maestri del dire. Tuttavia quì voglio avvertito come il Bartoli, il quale vide necessario un rifacimento di quell'opera, andasse poi errato della verità dichiarando che il vocabolario a differenza delle cose animate dovesse aumentare *per posizione*; onde, secondo lui malfatto avrebbe la Crusca d'aver così, come scoria, gittate e mandate a confini tutte le voci d' uso. Ma tutto a converso. Imperocchè i difetti de' lessici si volevano allora riconoscere per uno spoglio non accurato de' classici; per le edizioni di questi tuttavia povere, nè ben raffrontate colle lezioni de' codici; per gli strani abbagli nello interpretamento d' alcuni modi, e più che per altro dall'usurpata balìa degli accademici di ripudiare con indegno animo a cooperatori tutti que' valorosi italiani, che nati non fossero sulle rive d'Arno; di maniera che nessuno d'essi avrebbe potuto recare al tempio della materna lingua un

proprio lapillo di buon cavo. Perchè certo dalla mutabilità del volgo e dalla svarianza de' provinciali dialetti, la quale cospira, più che mai altra cosa nol faccia, ad innovellare e crescere vocaboli e maniere, si debbe, chi ben vede, ribadire in noi il pensiero, non poter l' uso da sè legittimare le voci, e perciò metter bene che finalmente sia compiuto un codice, nel quale, come antico e sacro statuto, segnato venga il linguaggio che i veramente purgatissimi scrittori adoperarono; scrittori che dopo secoli d'imitazione nessuno giunse a superare e nè tampoco ad uguagliare giammai, ed in cui la possession del linguaggio tutta si è fusa, e acquistatasi il pregio eziandio delle due spente lingue greca e di Roma, che è quello ch' essa non sia più oscillante, nè di presente soggetta a variazione alcuna. Non è però ch' io voglia disconoscere all'uso que'diritti, che naturalmente e quasi assolutamente esercita sul linguaggio. So bene che ogni maniera, ogni frase, e i vocaboli medesimi ricevettero il valore non già dagli scrittori, ma dall'uso: parlata essendo prima una lingua, che scritta; pure, se non la potenza, io vorrei bene ristretto il senso, sotto cui può essere intesa quella parola. E primieramente per uso della lingua italiana non s'intende già quello de'parziali dialetti d' ogni nostra provincia, ma di quel paese soltanto che ottimamente parla; del che, a lasciar pure la storia delle moderne nazioni, troviamo esempio nell'antica Grecia, le leggi della cui favella non già indistintamente da tutte le province a lei vennero, ma dall' Attica soltanto: intantochè *attice scribere* valse altresì presso i latini *scrivere per eccellenza.*

Racchiusa in questi termini la così detta consuetudine della favella, egli è poi da osservare che, non altrimenti di tutte le umane cose, pure il linguaggio conta l' epoca della propria splendidezza, dopo la quale venne di grado in grado oscurandosi e corrompendosi. Per la qual cosa a farlo rifiorire e cessarne possibilmente le cagioni che il mandano a perdizione, nulla è più proficuo del risospingere gli studi al tempo, in cui tutta spiegò la naturale sua dote; e dall'uso, che allora se ne fece da ogni genere scrittori, dobbiamo fare ritratto delle sue bellezze, e medesimamente apprenderne i diritti. Laddove, se a fermare il linguaggio ricorrere dovessimo senza distinzione e riserbo all' uso ed alle opere d' ogni età, dicalo chi ha fior d'intelletto, quanta confusione e laida mistura non ne verrebbe, massime quando le norme dello scrivere si dovessero imparare nel gergo di moltissime odierne scritture!

Pure il sapientissimo avviso di ricondurre lo studio della lingua agli scrittori del trecento ebbe fino a noi accaniti nemici; e già il Lami e l'Algarotti ed altri prima, accademici essi medesimi, ma diversi fra loro, avevano fatto le grasse risa sulle fatiche de'compilatori: ed il Gelli stesso ebbe confessata la scarsità di vocaboli di leggi e di scienze fisiche e meccaniche, poche opere avendosi in queste facoltà tradotte nel secolo d' oro; ma tuttavolta questi uomini di peso, peggio che ridere, non sapevano mettersi in concordia, e s' abbandonavano anzi di dare all'opera l'ultima e necessaria mano. A queste dispute tenne dietro una follia, confine alla corruzione, d'assegnar voci latine alla nostra favella;

follia che fattasi poi secolare licenza, dallo scrittore più scadente montando infino al Redi ed al Salvini ebbe forza di legge. La lingua latina disse il Longobardi essere la miniera della italiana ; il che si potrebbe almeno pensare, se tutti oggimai non si conoscessero della origine della favella nostra, non facendo anche ragione che un idioma toccato del perfezionamento, da uno stretto bisogno in fuori, malamente accatta pur dalla materna lingua le voci : ed il Longobardi stesso, nel punto di licenziare in questo fatto gli scrittori, non fece di latino giammai italiano, che mi sappia, un solo vocabolo, ed anzi in qualunque innovazione serbato raccomandava *il dovere al giudizio ed all'uso*; il che palesamente significa non potersi arbitrare nel linguaggio nè punto, nè poco. A più veduta ragione il Varchi nel suo Ercolano, il Lami ed il Buommattei misero fuori argomenti sulle diversissime guise di derivar voci dai primitivi. Così anche dalla viva favella del volgo toscano, ad esempio del Redi e dello stesso Anton Maria Salvini, si cavarono vocaboli e motti da esemplificarsi poi al possibile con qualche classica autorità; ma un'altra volta si die' nell'attribuir troppo alla consuetudine; e del resto queste contese, che sì tenean divisi gli animi de'meglio saputi, non erano che leggieri cose a quelle, di che accadeva si occupassero i savi a mandar pure a termine il lessico dell' italico linguaggio. Il quale appresso procedè innanzi impoverendo tra le anfanie de' cattedranti; e già s'era avuta una miseranda disfatta nel seicento, dalle cui ciuffole e vesciche mal sapeva levarsi, dormiglioso com' era, alla primiera gloria,

nulla o poco giovandogli poi gli sforzi e le premure che nel secolo antecedente al nostro si moltiplicarono per le dottrine di molti. Dimenticanza di quanto s'era compiuto da'sovrani scrittori, e non so qual altro maligno spirito, sia di sprezzo, sia di grossa ignavia, diedero vita a que'rimbombanti parolai, i quali, credendo di potere col numero porger rimedio alla poverezza de' loro studi, scambiarono le metafore e gli stranissimi deliramenti del seicento alle loro cianciose arcadie, da cui, fattene poche eccezioni, il buon gusto errava a pezza sbandito. Il cannone della rivoluzione francese disciolse i congressi e le controversie letterarie; si lasciò quel vano sperpero di parole e quelle eterne inevitabili divinità, che a troppa strage furono poi tratte a' giorni nostri; e la poesia pigliò un canto guerresco, crescendo così anni alla sua rifinita esistenza. Ma quel canto guerresco esciva il più spesso da un cuor fiacco: e si potevano poetare le armi, i forti e le ferite, ma non alzare all'antica e nobile baldezza l'animo del cittadino, che stupidamente vagava a rotta fortuna col secolo, desioso a forti, ma fatui successi, e gridando libertà, solo in quanto due nazioni facevano lo stesso. La poesia, che non meglio è commossa a' suoi voli, nè meglio s' infiamma che tra l' ira de'combattenti, lodava, lodava e non sapeva chi. errata nel sentimento, non poteva non errar nella parola: per cui lungi dalle purissime sorgenti, da cui attinse l'Alighieri le sue immortali ire e generosi disdegni, venduta e misera sposava alla cetra de'nostri padri una canzone come nel pensiero così nell' accento bastarda. Ma appunto quando la corruzione è

cimata e perfetta, sembra la stessa provvidenza ne additi un mezzo di salvamento: così quando il secolo furiava nelle guerre, e le politiche opinioni informemente si rimestavano colle letterarie, il Cesari più potente del secolo, riparato nel tranquillo degli studi, non badò punto alla voce de' tristi, non a quel vampiro di gloria che si presunsero e procacciarono alcuni poveri spiriti: vampiro elettrico, ma che pur illude ed è caro alla vita. Sfidò il malignare de' più discreti, siccome l' abbaiamento del volgo; e mentre il cuore italiano non dava più segni di generoso, salva e' ne volle almeno la parola, e nelle sue bellissime scritture, oggidì ricerche e più volte ristampate, incarnò il grande pensiero. Da solo indi argomentossi di appuntare il lessico dell' italiano linguaggio, e coll'opera di pochi d'aggiungerlo di assai migliaia di voci e maniere, la massima parte splendentissime e necessarie, sdimenticate dai primi compilatori, e non già, come vien sentenziando il chiarissimo Cesare Cantù, omesse dal loro giusto discernimento. Da solo infine il Cesari ottenne, se non toccò alla meta, quanto i cento scientifici uomini, e pressochè tre secoli non avevano saputo, logorando la vita in continue e spaventevoli fatiche, che poi gli vennero gittate in volto da quella stessa nazione, in pro della quale le aveva sostenute. Tutti sanno le gare ed i miserabili dileggi, che la celebre proposta del Monti risvegliò contro quel grande uomo: proposta, di cui non è oramai che un ricordo, laddove nella regina delle città, sul Vaticano, ad eterno monumento, la tarda, ma grata

nazione volle eretto il busto del *ristoratore dell'italico idioma.*

Tutte le antiche accuse agl' infelici tempi del Cesari si rinnovarono: essersi dato luogo nel dizionario a quelle voci di gergo, o di tal lingua ionadattica e furfantina, di che i bianti solo, i monelli, i berrovieri e simile lordura vantansi a trovatori: non essersi lasciate quelle frasi di provincia e proverbi fiorentineschi, ignoti a molta parte del paese italiano, quando il bisogno era non della sola Toscana, o d'una delle sue province, ma sì dell' Italia intera: doversi bandire la croce a certe parole antiquate, e già sepolte nella oblivione, idiotismi, o smozzature di toschi dialetti, non già nate dalla cosa, ma sue rappiccature; e, vedi scrupolo! fino a certe parole che non sentivano a bastanza di pudiche; mentrechè d'esse appunto servesi la pudicizia a velare tal fatta di cose, che altrimenti dette l' avrebbero più in vero fatto sconciata. E nota altresì, che nello stante che i pudibondi facevansi coscienza di quelle voci, si dichiarò (concetto ripetuto oggidì da un grande filologo) che non da' vocabolari si denno apprendere que'laidi imbratti, quando alla cantoniera ed al chiasso conveniva perdonar come cosa propria questa sapienza, ed ivi solo appararla. Essersi molte locuzioni male interpretate, registrati a caso molti vocaboli e maniere, e talora senza uopo: non ordine nelle spiegazioni, o manche: non aiutate le scienze e le arti bastantemente di termini appropriati, e spesso andarne senza; ed il volgo infine crearsegli a sua posta, perchè appunto i dotti non facevano tra loro ad eleggerli. Ma tutte queste ac-

cuse, che in buona parte si tengono al vero, erano abbandonate, il più, della prima dote del critico, la gentilezza: e più innanzi pure di uno sterile rispetto alle fatiche d'altrui; ben essendo prosuntuoso giudice in questo ordine di studi quegli che non sa, o non vuole accingersi a fare altrettanto, nè meglio. Si noti poi che quegli schifiltosi aristarchi, al tempo di mordere il gergo, com'essi dicono, de'cicciai di Fontebranda e de' Culonti dell' arte di lana ed in genere del minuto popolo in Firenze, che in lingua ne sarà mai sempre maestro, scrivevano in tal gergo, che non era nè francese, nè italiano, ma quale il detta una fantasia di tratto levata e straniante, ed espresso secondo uno stile che per poco ne disgradava la chioccia favella di Malebolge: saccentelli che pur oggi rivivono e tempestano e vaneggiano, perchè solo ebbero a capo un uomo, che sebbene d' alto ingegno, non è però che fosse nè affatto intero, nè forte.

La proposta del Monti, che certo niuno assennato vorrà in pieno lodare, non è da tacere però che valse, se non ad altro, a mettere in amore lo studio dell'idioma, quando essa pure all'abito ed a' parati non mostra tutta secondo l'oro ed il conio de'classici; ma più assai che altri il Perticari col suo libro sul Trecento venne confortando questo studio. Se non che questo scrittore, che per avventura poteva dare alcun assoluto giudicio sul conto delle buone lettere, forse per soverchia reverenza al Monti, che gli era suocero, stette mezzo tra le contrarie parti: e se pure si ridusse ad una sentenza, mostrò anzi inchinare a concedere, come necessario, certo mutamen-

to nella lingua; opinione che qui non occorre dire a qual pessimo fine naturalmente riesca. Al detto dello stesso scrittore il tempo logora sordamente, quanto ogni altra cosa, così il linguaggio; ma egli è appunto per questa quasi invincibile potenza delle età, che si debbe porre ogni cura a fermarlo, e i savi tutti di conserto debbonsi unire a fulminarne i rei corrompitori. Nè può essere, pur secondo il Perticari, nè sarà giammai, che il moto della lingua *tardar si possa e non distruggere*. Chè se le permutazioni del linguaggio fossero di lor natura inevitabili, da Dante in qua si sarebbe esso innovellato le cento volte. Ma noi sappiamo le gravi crisi ed abbattimenti sofferti; e mettete ragione, che se pur si mutò. fu in piccola parte; in quella parte, generalmente parlando, dove il disuguale costume de'tempi dava ad un vocabolo altro valore, o ne immaginava un nuovo; non già nel fondo della lingua che sta fermo tuttavia, ed ove mai desse a traverso, ne andrebbe la più bella delle nostre glorie. Ondechè que'grandi tra gli italiani che a quando a quando sorsero a porre, quasi direi, argine alla corruzione, ben misero in palese potersi di cento le novantanove sostarne non pure, ma cessarne il moto; e a questo, non ad altro, mirano i lessici. Chè dove in una nazione si moltiplichino gli studiosi; dove la classe de'letterati, fortificatasi di sane opinioni, apprenda al popolo, e castighi a lui sul labro le forme e le guise del dire; e i principi propaghino e proteggano le scuole della plebe, tanto indispensabili alla quiete e benessere dell'universale; avverrà che indarno la plebe medesima imperversi, o riducendosi a

buono stato, loro si dia renduta e convinta. Che più? Non è la plebe forse, non disviata che sia, la serbatrice più tenace, vuolsi dei costumi, vuolsi dello idioma de'nostri padri? La lingua del Boccaccio e di Dante e degli scrittori in genere del secolo dell' oro è quasi tutta ancora per la bocca del volgo toscano, il quale così ingratamente è da molti profani ributtato; per cui oggigiorno a me parrebbe il contrario di quello che ebbe a dire a'suoi tempi il Salviati, che da' parlari della plebe cioè sia passato il contagio nelle scritture dei dotti. Conciossiachè la plebe, non lasciata posar ne'suoi voli, può figurarsi di nuove parole, ma non cangiarne mai l' indole: ciò che per converso non avviene in moltissime scritture di toscani viventi, le quali non hanno d'italiano che le vocali cadenze; e nulladimeno si tengono e si vanno incensando.

Il vocabolario pertanto di Bologna nel 1819 giovandosi di tutte le censure fino a quel tempo divolgate, e delle parziali compilazioni di modi e di voci, che gli accademici accapigliati fra loro non avevano saputo mettere insieme, parve che sulla scorta del Cardinali, dell' Orioli e di quel grand' uomo ch' era il Costa, a suggellar venisse un' infinità di quistioni. Ma le forze erano ancora impari al subbietto, e lo disse ed il dimostrò dal 1820 in appresso colle sue osservazioni il Parenti; per cui la padovana Minerva (1827) entrò all'arringo e certo con più di potenza. Il lessico albertiano ebbe buon piede in quella nuova fatica: ma scemato però in gran parte di quella scoria fatalmente pescata nell'uso de' diversi dialetti; si confortarono d'autorità molte lo-

cuzioni che nel vocabolario di Verona n' andavano abbandonate; ed oltracciò le stesse annotazioni del Parenti al vocabolario di Bologna, e lo spirito della proposta del Monti in esso consacrato, ed una moltitudine d' aggiunte mandate da tutte parti, e prestate peculiarmente dal Carrer e dal Federici, compirono di rifare un lessico, il quale vinceva della mano tutti quanti i precedenti. Ma pure non erasi lavorato secondo il bisogno. Il valente comasco ab. Giuseppe Brambilla, poeta vivacissimo e tutto pellegrini abbellimenti, in cui è sangue e non liscio ogni magistero d'arte, pose in luce nel 1831 il suo *Saggio d'uno spoglio filologico*, dove gli argomenti del pensiero e le correzioni sul lessico sono così proprie e sottili, che poche migliori fino allora. Nè minor lode in seguito a lui si meritò con aggiunte ed osservazioni Giacinto Carena (1831), nè una minore il cavaliere Pezzana (1833): oltrechè Napoli fino dal 1829 col suo *Vocabolario universale italiano* aspirò a disgradare tutte le fatiche de'passati compilatori e riveditori. Ma un affastellamento, una zeppa di geografiche denominazioni, di titoli arabi e mamelucchi, il più per noi ridicoli, una mala disposizione di paragrafi, e la poca fede nell'autorizzarne le voci per lo più desunte dalle consuetudini commerciali d'oggidì, tolgono a quell'opera l'importanza, che pur seppero acquistar sempre al vocabolario della crusca i suoi rifacitori. Meglio Verona sull'esempio del Cesari avrebbe rinnovellato per Paolo Zanotti il dizionario, se la morte dell'autore non lo avesse lasciato, poco appresso il principio, incompleto. Torino e Milano poco dopo ammassarono le

aggiunte. Al Gherardini che stampò, nè mi falla il dirlo, la capital opera in fatto d' aggiunte e correzioni di poi la proposta e le giunte veronesi, furono renduti dalla biblioteca italiana poco meno che gli onori della infallibilità. E certo ei vide molto addentro nelle bisogne dei lessici, ed in profondità le sue vedute passano via quelle d'ogni altro; ma se di molto e giustamente ha diminuito il vanto di novità alla proposta, e ne sciorinò anzi i badiali errori, non mi sa punto capire nella mente come poi non ritennesi, ch'era il meglio, dall'usar di una critica soverchiamente aspra, e alla bandita abbia voluto mordere, alcuna volta senza cagione, coloro che il precessero nelle generose fatiche. Alla testa però di tutti cosiffatti studiosi egli è da porre senza dubbio Giuseppe Manuzzi, forte propugnacolo del purgato scrivere, il quale fino dall' anno 1840 in Firenze diè compimento alla stampa d'un nuovo lessico, l' unico ancora, a cui si possa avviare senza pericolo la gioventù, ed il più copioso di tutti. Con poco frutto a lui seguitarono dieci mila aggiunte del signor Nicolò Tommaseo, comunemente avute non troppo felici e le più di non legittimo fondamento, mentrechè in Mantova si metteva in punto da parecchi letterati una ristampa del Tramater, non senza una larga promessa di crescerne il capitale, sia di giunte, sia di miglioramenti. Ma furono parole. Chè nulla pur dicendo del poco savio pensiero di ristampare un lessico per molti rispetti non commendevole, e che oltre quello della Crusca non sarà mai il proprio dell' italiana favella; nulla dicendo della meschinissima prefazione appostavi in

giunta all' altra non meno rude ed indigesta della società di Napoli, disfido chiunque, per vista acuta che si abbia, a trovarvi dentro un ventesimo di quella *immensa* suppellettile di aggiunte e di ammende bandita nel manifesto, e che altri fin qui con troppo maggiori fatiche non seppero, che in parte, tribuire ai loro rifacimenti. Ben è vero che i professori Bernardo Bellini ed Anton Enrico Mortara, nomi chiarissimi nella repubblica delle lettere, apparvero in fronte alla quattordicesima puntata come nuovi cooperatori di quell'impresa; e se n'ebbe a confortare ciascuno, poichè nello spazio delle poche pagine da me raffrontate, voglio dire fino alla ventesima della lettera b, vennero fatte al Mortara più che ducento trenta tra correzioni ed aggiunte; ma per altro s'attese invano che anche il Bellini v'intendesse il potente ingegno. Anzi, se il Mortara fu sì copioso d'osservazioni alle prime, da mostrare il troppo guasto che pur rimane in quel lessico, ed il bisogno che è di forte e vivo acume ad emendarlo anche mezzanamente, venne in progresso diminuendo l'opera sua, ed a cessarsene affatto dopo il vigesimo secondo fascicolo. Ondechè, sia pel non troppo grato animo de' tipografi nel pregiare le fatiche che adoperar vi potrebbero intorno alcuni uomini di lettere a ciò pregati; sia piuttosto per la trascurataggine loro e dolcezza di cervello, egli è un fatto che quel lessico, quasi insultandosi al pubblico, fu lasciato cadere nel primiero abbandono. Le aggiunte fattevi dai letterati mantovani, toltene pochissime, riguardano massimamente la geografia, la storia, la botanica e qualche altra scienza: ma ciascun vede ch' elle non vi

hanno gran peso, perchè a renderlo possibilmente anche da questa parte perfetto, il fattovi dai compilatori napoletani e mantovani starebbe al bisogno come l'uno al mille. Quindi è chiaro a vedere, come a torto si vada movendo gran lamento, che alcune classiche imprese non prosperino, e spesso non tocchino della fine; quando non il pubblico, che anche di presente tributa e sbracia danaro e protezione dove siede la vera lode, ma sì l'ignavia, l'avanìa e bene spesso l'imperizia di chi le vorrebbe divolgate e protette vogliono esserne accagionate. Senzachè, se i nuovi stampatori avessero, non ch'altro, letta la prefazione al vocabolario del Manuzzi, non avrebbero così miseramente trasandata « la magagna non piccola che contamina il vocabolario di Napoli, di aver accolto per entro alle sue pagine voci nuove, o nuovi significati di voci già registrate negli altri vocabolari; sull'autorità in apparenza di esempli classici, ma in realtà creati, con esempio nuovo di non credibile furfanterìa letteraria, da chi li somministrò al degno compilatore, il quale non è abbastanza difeso dalle iniziali apposte a quelle giunte, o meglio giunterie. » Nel bisogno che abbiamo d'un vero e genuino lessico, come non risentirsi a nausea in vista di tali che sull'innanzi di un'opera di sì poca fede, che è quella della società di Napoli, procedono da avventati con una ristampa concernente il meglio onore, che mai ebbe e seppe conservarsi l'Italia?

Per la qual cosa il vocabolario manuzziano è tuttavia da reputarsi il più perfetto: prima, perchè si fondò interamente su quello della Crusca, ed è quel medesimo anzi impresso dal Manni dall' anno

1724 al 1738; ed in secondo luogo perchè non vi si tralasciaron le aggiunte di tutte le seguenti edizioni, con il meglio del vocabolario di Napoli e dell' albertiano. Dove poi vogliamo far ragione delle controversie insorte oggidì più calde che mai; delle aggiunte infinite che si vorrebbe di presente si facessero ai lessici, e che pure, io direi, restano nella massima parte a fare togliendole dai libri del solo trecento: dove si guardi alla copia delle ammende additate a'venturi compilatori nel corso di pochi anni; al deplorabile stato, in cui giacesi tuttavia il vocabolario italiano dopo secoli di piati e di studi; e, più che ad altro, all'infelice disprezzo, di cui si fanno segno i pochi magnanimi avanzati allo sterminio delle lettere, si conoscerà quanta fatica e costanza dovette durare il Manuzzi nell'ordinare e classificare quasi cento mila aggiunte, quali edite e quali inedite, e sue una gran parte: e così nel porre in atti in questa grand' opera altre molte migliaia di ammendamenti. Maravigliosa è poi la copia dell'erudizione ch' e' dimostrò correggendo quasi ad ogni piè sospinto le male lezioni dell'Alberti, dei compilatori bolognesi, e di quelli di Padova e di Napoli, come pure nell'aggiungere a conforto di molti esempli di moderni scrittori parecchi di antichi, e così in soccorso de'primi non pochi di moderni; dacchè, come egli dice, il dizionario debbe servire alla storia della favella; e le frasi, dico io, e le voci stanno bene a vedersi nel loro vario atteggiamento secondo i tempi e gli scrittori. Volle rase oltrecciò dalle pagine del suo lessico, sacre al solo prettissimo linguaggio, tal bruttura di voci che l'Italia giammai non parlò nè

scrisse, e venuteci dal poco studio posto fin qui nei codici antichi e nelle antiche stampe; rettamente avvisando che la dovizia della lingua non si contiene nè in trasportamenti di lettere, nè di sillabe: e badò invece con moltissimo studio alle definizioni, come alla parte più importante del lessico, dopo il nudo vocabolo e la frase. Medesimamente ha tolto il marchio d'antico e d'inusato a voci, che i novellini soltanto disconoscono, ma che han vita tuttavia sulle bocche e nelle scritture dei dotti, i quali solo giudicar possono della virtù e delle bellezze, o delle turpitudini del linguaggio.

Tuttavolta, o perchè non bastasse ancora la materia che il Manuzzi aveva alle mani, o non venissergli preste al bisogno tutte le giunte e correzioni di molti letterati; o perchè infine, troppi essendone i peccati, non può essere questa l'opera d'un uomo solo; certo è che la speranza d'Italia in questo fatto non fu che una gioconda lusinga. Il perchè l'accademia della crusca, che pur certi supposero rifinita e dormente, da alcuni anni si riprova con una magnifica edizione del suo lessico di vincere nell' impresa tutti i precedenti accademici e compilatori.

A quest'ultima prova intendevano per appunto la mente i letterati: ed ecco il prefato Anton Enrico Mortara con un saggio di osservazioni, che non qui e qua, ma tutte alla fila per ordine d'alfabeto, andò adoperando sopra ciascun paragrafo del vocabolario zanottiano; il quale sebbene incompleto, in ragione però di tempo risultava l'ultimo, sopra quello eziandio del Manuzzi; nè troppo fu poi vantaggiato dall' altro, che si van lavorando e recarono a tre sole

puntate in più che tre anni gli accademici. Il Mortara tanto è noto oggimai alle lettere, che inutilmente mi farei a predicare ardua impresa quella che si ebbe addossata. Anni ed anni di studio sopra ogni guisa di classici, chi ben faccia ragione, ne avevan di soverchio resi forti gli omeri a portarla; e ne dà più maraviglia questa sua nuova fatica, in quanto che dopo le osservazioni gherardiniane agli articoli del dizionario, spessissime e di lieva, stimavasi che alla perfezione di un lessico poco o nulla sarebbe rimasto ad accennare. Chè anzi al Gherardini medesimo furono in più luoghi delle sue stesse osservazioni riveduti gli scorsi, e rintuzzate quelle sue così fiere invettive da renderne abbassato un men che mezzano scrittore: onde ogni diritto spirito e cuor grato ben dovrà sentire, che la memoria ancor fresca e benedetta del Cesari, e le fatiche mai sempre grandi, comechè talora fallite, degli accademici, abbiano trovato nel Mortara un nobile difenditore. Chè, ripeto, l'ufficio di letterato, se non è quello d'uomo di corte, non è pure d'animo astioso, non d'uomo che move in cerca di fama collo staffile, e quasi per rappresaglia. E il ciel volesse alla fin fine che a questo mio parere quello s'aggiungesse de'prodi *giornalisti* d'Italia! ed allora (nol dico a scapito dell'opera del Gherardini, che è e sarà sempre quella d'un grande filologo) non vedrebbersi levate in lode ed in fama dalla adulazione opere di meschino ingegno, e non pure scalpitate le nobili fatiche de' pochi, che rinchiusi nel silenzio de' loro studi rivendicano al bel paese l'antica gloria delle lettere. I giornali, che sono o si vorrebbe che fossero la voce stessa del pub-

blico, e che in sè prender dovrebbero la difesa dell' onor vero della nazione, invece di perdersi in puerili gare e lodi vendute, meglio farebbero, per ricettare in qualche modo la gioventù a salute, se mettessero in mostra la miseria di tale scuola letteraria, che oggi per nostra vergogna ha grido d'originale; sì veramente che schifando tanto sciupìo di scritture, se ne ritraggano quelli che per anche sono interi, o non usati gran fatto al malvezzo d' oggidì. Non precetti in aria, non metafisiche quistioni voglionsi di presente: la bellezza è assai più sentita che spiegata: noi siamo italiani, e perciò l'abbiamo già nata nel cuore. Alle diavolerie, in che sono battezzati non pochi de'moderni scrittori, non importa di oppor altro che le diavolerie medesime, cinte dalla ragion che le combatta, perchè finalmente sia perfetta la rigenerazione delle lettere. Di simile maniera s'indovinarono di fare gli spartani, i quali non con ample disputazioni pingevano alla mente dei loro figli i danni dell'ebrietà; ma sì li traevano allo inverecondo spettacolo degli ebri iloti; e quivi que'visi divisati e contraffatti, quell'odioso balenamento d'occhi, quelle bocche bavose, que'lividi, e le cascanti membra, e le monche voci, o mugghianti di lascivia e di peggio, ben meglio che le dottrine de'pedanti gli allontanavano da cotanta nefandigia. Non cessino pertanto le fatiche in questa lotta d'opinioni coloro, che pensano ristorare in alcuna parte la nostra bella letteratura. Il vocabolario italiano non sarà più una brama, se di conserva i dotti, che pur ne ha tanti questo glorioso paese, daran opera ad assettarlo, a finirlo; nè loro debbe incogliere timore di caduta,

se vomitando bestemmie non si periteranno i sacciuti di annebbiarne lo splendore, e nella loro presenza si parleranno le parole d'una vuota dottrina. Perocchè la gloria è sudato retaggio, e non s'acquista pressochè mai dal giudizio de'contemporanei. Mirar l'avvenire, e passare siccome assorti in un sogno doloroso sul presente, è la sorte che pur resta al vero ingegno. Triste a lui che si consacra al piacere del popolo, e lasciasi a lui trasportare, e dell'opere sue non pone a scopo il bene della patria ed il futuro! Siamo noi così snaturati di premere e soffocare dentro l'animo quella voce, quell'arcano grido di natura, che, quando pure estinti, ancora ei vuole sulla bocca de'nostri figli, e ne rallegra della generosa speranza che le generazioni salutino nelle nostre ceneri l'uomo, che loro preparava un più mite destino, serbandole alla massima gloria, che è quella d' aver mantenuto e difeso contro il tempo i frutti de' più sovrani intelletti? Qual maggiore ragion di lode che il donarci ad un sacrificio spontaneo per tutto che affascina di presente; che il parer nati per ostare ad un secolo, sia anche in piccola parte, che tale non è lo studio del patrio idioma? E qual gloria più splendida che lo schivarci da quella corrente che tanti ne trasporta, e sulle care poste e tra le opinioni de' grandi giganteggiare? Udire dalla lunga le villanie delle turbe scempiate, e presi allo incanto della vera sapienza, non allentare la guerra? Forse vedrai arriderti d'intorno un partito; perocchè le popolazioni non sono mai sì nuove o sì corrotte, che non sentano a quando a quando il proprio decoro: se no, raccogliti nelle tue stesse speranze, e contentati d'aver

fatto al possibile il bene, e miglior ventura prega su quelli che verranno. Non dicasi che solamente gl' ingegni privilegiati possono tanto; che i mediocri debbono starsene paghi del mediocre. Egli è questa la voce o dell' indolenza o della corruttela. Ai ben volenterosi, non briachi d'ingiuste lodi, seguita sempre una maggior forza: adoprati quanto sai: chè follìa, se non colpa, è quella di correre una via di perdizione, perchè molti camminano su di essa: e di piaggiare un secolo, perchè non bastiamo a svolgerlo dal mal gusto, ed a ridurlo sul retto. Da quel popolo stesso, che sfrontatamente nella sua propria codardia abbiamo blandito, aspettiamoci la condanna. Egli che levò plausi al nostro vivente, sepolti ne coprirà d'infamia o d'oblivione; ed è ben grande colui, il quale abborrendo dalle disoneste lodi che si barattano tanti quaggiù, superiore ai dileggi ed alle povere brighe degl'invidi, o della boriante ignavia, vagheggia, più alzando il pensiero, una gloria, ch' ei forse non vedrà, ma che sta pur certo d'ottenere.

Lettera al conte Annibale Vincenzo Ranuzzi nel dì avventuroso delle sue nozze colla contessa Elena Turrini.

Mio dolcissimo amico,

Io ho sempre riguardato i matrimoni siccome uno degli atti più importanti della vita, ed un argomento principalissimo di pubblica prosperità; perciocchè da essi dipende la domestica pace, la quale è pur ne-

cessaria a chi pone l'ingegno e l'opera in servigio della patria, e da essi dipende la buona istituzione della gioventù, su cui riposano le speranze e i destini delle nazioni. Per la qual cosa a me pare che si dovrebbe da quelli, che voglionsi unire in matrimonio, andare più a rilento, ed usare maggior cura in cercare diligentemente conformità d' indole e di costumi, acciocchè non venissero troppo di sovente insieme congiunti svariati e discordi voleri, tra'quali è malagevolezza conservare quella pace, che de'beni di sopra detti è producitrice. Ed ora che la divina provvidenza ha confortata di lietissime speranze l'Italia, è più che mai necessario che onesti, valenti e tranquilli cittadini sorgano a dar mano a colui, che il vasto e nobile edificio della pubblica cosa ha preso a riformare. Il che non potranno coloro, i quali perturbati ed infiacchiti dalle continue domestiche discordie si disfrancano, e neghittosi o malvagi non san che distruggere; essendochè, come scrive il Tommasèo, la famiglia contaminata corrompe la patria; perchè talamo, foro, altare insieme consacransi, profanansi insieme. Ed oh! mio dilettissimo amico, quanta gioia mi scende nell'animo in questo bel giorno che ti veggo porgere la mano e la fede di sposo alla contessina Elena Turrini adorna di sì care ed amabili prerogative, che dalla pubblica opinione, la quale non cade in fallo, è stimata un fiore d'onestà e di virtù ben degno d'essere trapiantato nella tua nobilissima casa. In questa scelta tu hai recato in atto l'assennatezza di quelle cose che più volte meco ragionavi: cioè non essere di poco momento l'eleggere sposa fornita d'un'anima, che in

tutto si accordi colla nostra. Ond'io, che t'amo d'un amore sviscerato e sincero, a te me ne congratulo, e tutto racconsolato precorro col rapido pensiero gli anni avvenire, e vagheggio fin d' ora le pure gioie che ti sono meritamente preparate. Stanco delle fatiche sostenute a reggere le cose private o pubbliche, tu troverai in seno della famiglia quel tranquillo riposo, que'dolci alleviamenti, quelle care consolazioni, onde l'umana vita si riconforta e ravvalora; gareggiando colla tua sposa d'amore e di fede, gusterai quelle dolcezze ineffabili che non le può intendere se non chi le prova; e se per avventura qualche nube offuscherà il sereno del tuo sembiante, oh! chi potrà dire il ristoro e i conforti che ti porgeranno le soavi parole della tua fedele compagna! E in ciò non m'inganno, perchè a questa mia consuona l'universale estimazione. Di questo tuo avventurato imeneo non solo prendono letizia la tua famiglia, i tuoi parenti ed amici, ma se ne rallegra ancora la patria, la quale di questo connubio spera generazione disciplinata nell'amore degli ottimi studi, accostumata ad altezza di sentimenti, tutta ripiena della santa carità della patria. Così sono i figliuoli come i padri vogliono ch'essi siano, dice Terenzio negli Adelfi, dicono i savi, e più che altri può dire la tua amatissima genitrice, che te e i fratelli tuoi secondo il concetto della sua mente e il desiderio del suo cuore ha cresciuti ed informati ad ogni sorta di virtù. Laonde la patria ha ben di che allietarsi, sicura com'è che tu vorrai i tuoi figli onesti, addottrinati ed amanti d'essa.

Non è mio intendimento di erigermi a censore

de'tempi trascorsi, ma solo vo' dirti che indirizzate quasi per miracolo le opinioni e tendenze di noi tutti in una via che non fallirà il segno, a cui intendiamo, della pubblica prosperità, si è aperto un vastissimo campo a'genitori d'essere di sommo giovamento alla civile comunanza, se nell'educazione non più si dimentichi la patria e l'avvenire, si ammaestrino i figliuoli a sapere essere governati, perchè sieno poi meglio atti ad adempiere il gravissimo ufficio di magistrati, e si avvezzino a porre nella pubblica cosa quello studio, quella industria ed assiduità che per loro si possa maggiore. Per tal modo non saranno un giorno i figli nostri costretti a dismettere alcune prese abitudini, a spogliare i pregiudizi, impedimento al verace progresso, e ad imparare adulti le cose che si dovrebbero instillare nella infanzia. E in quest'opera stupenda dell'educazione tu avrai a compagna la tua sposa, o veramente tu ti unirai a lei, perciocchè la donna è nata ad amare... a educare; ma nell'amare e nell'educare ella regge e governa (*). Per la qual cosa io stimo che anco la donna, oltre essere religiosa e prudente, debba riscaldarsi dell'amore della patria, ed esserne conoscente de'bisogni: perchè in mettendo nel vergine cuore de'fanciulli i primi semi degli affetti, e nella tenera mente i primi pensieri, non ponga in obblio quanto la patria ha ragione di domandarle. Se ancor si volesse tenere lontana la donna non pur dall'inframmettersi delle cose pubbliche, ma eziandio dal conoscerle e favellarne, la giovinezza verrebbe su digiuna di quell'educazione civile inspiratrice di azioni generose, e distruggitri-

(*) N. Tommasèo, Pensieri morali.

ce di que'funesti errori, che hanno purtroppo tante volte accagionati gravissimi mali! Ma non è a temer questo ora, che la donna è stata ricollocata nel luogo in cui il creatore la pose, e si è fatto giusto giudizio di quanta parte ella abbia nel ben essere delle famiglie e degli stati. L'opera tua pertanto è quella della tua sposa, ordinate al medesimo santissimo fine, daranno alla civile famiglia, che desiderosa gli aspetta, figli ammaestrati ed accesi della nostra religione fondamento d'ogni virtù, operosi pel pubblico bene, consolazione della famiglia, decoro della patria. E così meglio che negli stemmi e nei nomi perpetuerassi la memoria de'padri, travasandosi per l'efficacissimo esempio l'avita virtù ne'più lontani nipoti.

So, o mio carissimo Annibalino, di non aver detto alcun che di nuovo o d'utile, nè di avere con nuove fogge cose vecchie rappresentato; so che taluno mi griderà all'orecchio, non doversi la stampa fare ministra di cose inutili e di vane parole; ma so pure che agevolmente otterrà perdono un amico, il quale ha voluto porgere all'amico un pubblico segno di esultanza e di amore nella piena degli affetti, che gli trabocca in seno. Chi non intende la forza dell'amicizia? chi non sente questo purissimo affetto? chi perciò vorrà negarmi perdono? Ma sia pure che altri me lo nieghi; io mi conforto nullameno in pensando che tu e la tua gentile sposa cortesemente riceverete questa lettera, non già per verun merito che ella s'abbia, ma perchè è scritta da chi è, e sarà sempre

il tuo affmo amico
ENRICO SASSOLI.

IL DIRETTORE — PRINCIPE D. P. ODESCALCHI

INDICE DELLE MATERIE

CONTENUTE

NEL TOMO CXV, VOLUMI 343, 344, 345

DEL GIORNALE ARCADICO

SCIENZE

Roselli, Alcune formole sul calcolo de' residui, (Continuazione.) 3
Coppi, Sulle finanze di Roma 25
Chimenz, Intorno ad Andrea Cesalpino scopritore della circolazione del sangue . . . 49
Roselli, Sulla dipendenza delle due variabili x, y. 129
Brighenti, Elogio di Giuseppe Venturoli . . . 170
Valorani, Della difficoltà degli studi medici. . . 199
Chelini, Alcuni teoremi del Gauss relativi alle superficie curve 257
Giovannini, Il giusto valore dell'arte medica . 285
Rambelli, Antecedenza degl' italiani nell' istituzione degli asili d'infanzia 301

LETTERATURA

Camilli, Tracce storiche sul dominio greco dopo Alessandro nell'Asia centrale 63
Biografie di Pietro Bagnoli, Antonio Lombardi, Luigi Ciampolini, Giovanni Battarra, Francesco Bertelli, Gianandrea Magri, Agostino Cagnoli. 74
Bursotti, Dell' importanza dell' archeologia . . 107
Ponta, Della età che in sua persona Dante raffigura nella divina commedia. Parte prima . 217
Parte seconda. 316
Gioberti, Discorso all'accademia della Crusca. 239

Rambelli, Di una condizione necessaria per ben riuscire negli studi. 243
Cicerone, Il primo libro delle quistioni accademiche volgarizzato da Gianfrancesco Rambelli 338
Racheli, Alcune considerazioni sulla fortuna de' lessici della lingua italiana 352
Sassoli, Lettera al conte Ranuzzi. 378
Varietà.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

INDICE DEL VOL. 345.

SCIENZE

Chelini, Alcuni teoremi del Gauss relativi alle superficie curve . . . . PAG. 257
Giovannini, Il giusto valore dell'arte medica 285
Rambelli, Antecedenza degl' italiani nell'istituzione degli asili d'infanzia. 301

LETTERATURA

Ponta, Delle età che in sua persona Dante raffigura nella Divina Commedia (Parte seconda.) 316
Cicerone, Il primo libro delle quistioni accademiche volgarizzato da Gianfrancesco Rambelli . . . 338
Racheli, Alcune considerazioni sulla fortuna de'lessici della lingua italiana 352
Sassoli, Lettera al conte Ranuzzi. . 378

GIORNALE
ARCADICO
DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. 346.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
1848

GIORNALE

ARCADICO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. CXVI.

Luglio, Agosto e Settembre

1848

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
1848

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

SCIENZE

Di alcuni teoremi del sig. F. Gauss relativi alle superficie curve. Memoria di D. Chelini d. S. P.
(Continuazione e fine.)

Della formula del sig. Gauss

la quale esprime la curvatura di un elemento superficiale, e si mantiene costante quando la superficie, divenuta flessibile ma inestendibile, cangia di forma.

Sia

$$V = F(x, y, z) = 0,$$

l'equazione di una superficie, la quale venga segata in un'infinità di linee dalle due superficie

$$(p) \quad f(x, y, z, p) = 0$$
$$(q) \quad f_1(x, y, z, q) = 0,$$

varianti di posizione e di forma al variar de'parametri p, q. Ogni punto M (x, y, z), o (p, q) di (V) si potrà considerare come la intersezione di una linea del primo sistema (p) con una linea del secondo sistema (q); e le tre coordinate x, y, z saranno funzioni delle due variabili p, q.

Sia ds un elemento lineare, preso in M ad arbitrio sulla superficie (V), il quale abbia sugli assi ortogonali x, y, z le proiezioni dx, dy, dz, corrispondenti alle variazioni dp, dq. Avremo

$$dx = adp + a'dq,$$
$$dy = bdp + b'dq,$$
$$dz = cdp + c'dq,$$

ove, a cagione di brevità, si è posto

$$\frac{dx}{dp} = a\,, \quad \frac{dy}{dp} = b\,, \quad \frac{dz}{dp} = c\,,$$

$$\frac{dx}{dq} = a'\,, \quad \frac{dy}{dq} = b'\,, \quad \frac{dz}{dq} = c'\,.$$

Poniamo inoltre

$$\begin{cases} aa + bb + cc = P\,, \\ a'a + b'b' + c'c' = Q\,, \\ aa' + bb' + cc' = R\,. \end{cases}$$

Dalla formula $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ si ricaverà

$$ds^2 = Pdp^2 + Qdq^2 + 2Rdpdq\,.$$

Nel punto M siano s_1, s_2 le linee d'intersezione della superficie (V) colle due superficie (q), (p), declinanti in M l'una dall'altra coll'angolo i. L'elemento ds si potrà considerare come la diagonale di un parallelogrammo di cui i lati, secondo le linee s_1, s_2, siano ds_1, ds_2, talchè si avrà

$$ds^2 = ds_1^2 + ds_2^2 + 2\cos i\, ds_1\, ds_2\,.$$

ds_1 sarà in M l'elemento di s_1 corrispondente alla variazione dp, essendo $dq = 0$; e ds_2 sarà in M l'elemento di s_2 corrispondente alla variazione dq, essendo $dp = 0$. Avremo dunque

$$ds_1 = dp\sqrt{P}\,, \quad ds_2 = dq\sqrt{Q}\,,$$

$$R = \cos i\,\sqrt{PQ}.$$

I coseni degli angoli che le direzioni de' due elementi ds_1, ds_2 formano cogli assi x, y, z saranno espressi rispettivamente da

$$\frac{a}{\sqrt{P}}, \frac{b}{\sqrt{P}}, \frac{c}{\sqrt{P}}; \frac{a'}{\sqrt{Q}}, \frac{b'}{\sqrt{Q}}, \frac{c'}{\sqrt{Q}}.$$

Quindi, se per M si conducono due rette tangenti a ds_1, ds_2, dirette nel medesimo senso di ds_1, ds_2, ed eguali l'una a $\sqrt{P}$, e l'altra a $\sqrt{Q}$; queste due rette avranno sugli assi x, y, z le proiezioni (a, b, c), (a', b', c'). Si concepisca in M una nuova retta Δ perpendicolare alle due precedenti, ossia alla superficie (V), e sia

$$\Delta = \operatorname{sen} i \sqrt{PQ} = \sqrt{(PQ - R^2)}:$$

questa retta Δ avrà sugli assi x, y, z, com'è noto dalla geometria analitica, le proiezioni

$$bc' - b'c, \quad ca' - c'a, \quad ab' - a'b,$$

le quali designerò rispettivamente per

$$A, \quad B, \quad C.$$

Sarà

$$A^2 + B^2 + C^2 = \Delta^2,$$

$$Aa + Bb + Cc = 0,$$

$$Aa' + Bb' + Cc' = 0;$$

donde

$$a\,dA + b\,dB + c\,dC = -(A\,da + B\,db + C\,dc),$$

$$a'\,dA + b'\,dB + c'\,dC = -(A\,da' + B\,db' + C\,dc').$$

Ciò posto, all'equazione differenziale della superficie (V) si potrà surrogare la seguente

$$\mathrm{A}dx + \mathrm{B}dy + \mathrm{C}dz = 0 ,$$

donde si ricava (*)

$$d\mathrm{A}dx + d\mathrm{B}dy + d\mathrm{C}dz = \Delta \frac{ds^2}{r^2} ,$$

dove r^2 designa il raggio di curvatura di una linea qualunque ds il cui piano osculatore sia in M perpendicolare alla superficie (V), ovvero di una sezione normale in M alla superficie (V). Quest' ultima equazione, se si sostituiscono i valori di dx, dy, dz, espressi in funzione di p, q, diventa

$$(a d\mathrm{A} + b d\mathrm{B} + c d\mathrm{C})dp + (a' d\mathrm{A} + b' d\mathrm{B} + c' d\mathrm{C})dq = \Delta \frac{ds^2}{r^2} ,$$

ossia

$$(\mathrm{A}da + \mathrm{B}db + \mathrm{C}dc)dp + (\mathrm{A}da' + \mathrm{B}db' + \mathrm{C}dc')dq = -\Delta \frac{ds^2}{r^2} .$$

Ma

$$\begin{cases} da = \alpha dp + \alpha' dq , \\ db = \beta dp + \beta' dq , \\ dc = \gamma dp + \gamma' dq , \end{cases} \quad \begin{cases} da = \alpha' dp + \alpha'' dq , \\ db' = \beta' dp + \beta'' dq , \\ dc' = \gamma' dp + \gamma'' dq ; \end{cases}$$

dove, per abbreviare, si è fatto

$$\frac{d^2x}{dp^2} = \alpha , \quad \frac{d^2x}{dpdq} = \alpha' , \quad \frac{d^2x}{dq^2} = \alpha'' ,$$

$$\frac{d^2y}{dp^2} = \beta , \quad \frac{d^2y}{dpdq} = \beta' , \quad \frac{d^2y}{dq^2} = \beta'' ,$$

$$\frac{d^2z}{dp^2} = \gamma , \quad \frac{d^2z}{dpdq} = \gamma' , \quad \frac{d^2z}{dq^2} = \gamma'' .$$

(*) RACCOLTA SCIENTIFICA di Roma, tom. I, pag. 134.

Se a queste notazioni aggiungiamo le seguenti :

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = D\,,$$

$$A\alpha' + B\beta' + C\gamma' = D'\,,$$

$$A\alpha'' + B\beta'' + C\gamma'' = D''\,;$$

l'equazione or trovata si cangerà in

$$Ddp^2 + D''dq^2 + 2D'dpdq = -\Delta\,\frac{ds^2}{r^2}\,,$$

e quindi in

$$\frac{D}{P}\,ds_1^2 + \frac{D''}{Q}\,ds_2^2 + \frac{2D'}{\sqrt{PQ}}\,ds_1\,ds_2 = -\Delta\,\frac{ds^2}{r^2}\,.$$

A partire dal punto $M(x, y, z)$ della superficie (V) tiriamo nella direzione di ds un raggio $= r$, e si consideri come diagonale di un parallelogrammo di cui i lati u, v siano sulle tangenti degli elementi ds_1, ds_2, e queste tangenti si riguardino come due assi coordinati. Avremo

$$\frac{ds}{r} = \frac{ds_1}{u} = \frac{ds_2}{v}\,.$$

Nella precedente equazione, omogenea rispetto a ds_1, ds_2, ds, sostituiamo a queste quantità le rispettivamente proporzionali u, v, r. Si otterrà

$$\frac{D}{P}u^2 + \frac{D''}{Q}\,v^2 + \frac{2D}{\sqrt{PQ}}\,uv = -\Delta\,.$$

Questa nuova equazione rappresenta, sul piano tan-

gente in M di (V), una conica i cui raggi vettori r, toccanti in M le sezioni normali della superficie (V), sono rispettivamente proporzionali alle radici de' raggi r^2 di curvatura di tali sezioni.

Siano ρ, ρ' i raggi di curvatura principali nel punto M della superficie (V), eguali ai quadrati de' raggi principali della conica. Dalla teoria delle coniche si trae, che l'equazione

$$t^2 + \left(\frac{D}{P} + \frac{D''}{Q} - 2\frac{D'}{\sqrt{PQ}}\cos i\right)\frac{t}{\Delta \operatorname{sen}^2 i} + \frac{DD'' - D'^2}{\Delta^2 PQ \operatorname{sen}^2 i} = 0,$$

la quale, fatte le sostituzioni a Δ, *seni*, *cosi*, si riduce alla seguente

$$t^2 + (DQ + D''P - 2D'R)\frac{t}{(PQ + R^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{DD'' - D'^2}{(PQ - R^2)^2} = 0,$$

ha per radici $\frac{1}{\rho}$, $\frac{1}{\rho'}$. Da qui la formula

$$\frac{DD'' - D'^2}{(PQ - R^2)^2} = \frac{1}{\rho\rho'},$$

già trovata dal sig. Gauss dopo un calcolo assai prolisso. A questa medesima formula si arriva ancora, e facilmente, quando si cerca il valore inverso del rapporto tra un elemento superficiale $d\sigma$ e la sua curvatura totale $d\omega$. Infatti si considerino sulla superficie (V) il triangolo infinitesimo $d\sigma$ che ha per vertici i punti

$$(x, y, z),\ (x+\partial x,\ y+\partial y,\ z+\partial z),\ (x+\delta x,\ y+\delta y,\ z+\delta z).$$

Supponendo che le lettere ∂, δ siano i simboli delle differenziazioni parziali, prese l'una rispetto a p, e l'altra rispetto a q, gl' infinitesimi $(\partial x, \partial y, \partial z)$, $(\delta x, \delta y, \delta z)$ rappresenteranno le proiezioni degli archi ds_1, ds_2 sugli assi x, y, z, ed avremo

$$2d\sigma = ds_1 ds_2 \operatorname{sen} i = \operatorname{sen} i \sqrt{PQ}.dpdq = \Delta dpdq .$$

Poniamo per abbreviare

$$\frac{A}{\Delta} = X, \quad \frac{B}{\Delta} = Y, \quad \frac{C}{\Delta} = Z;$$

sarà

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 1 .$$

Nella superficie sferica del raggio $=1$, destinata ad offrir la misura della curvatura della superficie (V) (vale a dire, così connessa con (V) che, ne'*punti corrispondenti* delle due superficie, le *normali* siano parallele), i punti che *corrisponderanno* ai punti

$$(x, y, z), (x+\partial x, y+\partial y, z+\partial z), (x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z)$$

della superficie (V), saranno rappresentati da

$$(X, Y, Z), (X+\partial X, Y+\partial Y, Z+\partial Z), (X+\delta X, Y+\delta Y, Z+\delta Z);$$

e il triangolo $d\omega$ formato sulla sfera da questi tre punti *corrisponderà* al triangolo $d\sigma$ di (V). Ora si sa dalla geometria analitica che una retta perpendicolare all'elemento sferico $d\omega$, e numericamente $=2d\omega$, ha sugli assi x, y, z, le proiezioni

$$\partial Y \delta Z - \partial Z \delta Y , \ \partial Z \delta X - \partial X \delta Z , \ \partial X \delta Y - \partial X \delta Y ,$$

e che però si ha

$$2d\omega = X(\partial Y\delta Z - \partial Z\delta Y) + Y(\partial Z\delta X - \partial X\delta Z) + Z(\partial X\delta Y - \partial Y\delta X)$$

$$= \delta X(Y\partial Z - Z\partial Y) + \delta Y(Z\partial X - X\partial Z) + \delta Z(X\partial Y - Y\partial X).$$

Ma

$$\left\{\begin{aligned} \partial X &= \frac{\partial A}{\Delta} - A\frac{\partial\Delta}{\Delta^2}, \\ \partial Y &= \frac{\partial B}{\Delta} - B\frac{\partial\Delta}{\Delta^2}, \\ \partial Z &= \frac{\partial C}{\Delta} - C\frac{\partial\Delta}{\Delta^2}, \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} \delta X &= \frac{\delta A}{\Delta} - A\frac{\delta\Delta}{\Delta^2}, \\ \delta Y &= \frac{\delta B}{\Delta} - B\frac{\delta\Delta}{\Delta^2}, \\ \delta Z &= \frac{\delta C}{\Delta} - C\frac{\delta\Delta}{\Delta^2}. \end{aligned}\right.$$

Da qui, e dall'eliminar che si faccia dall'equazioni

$$a\partial A + b\partial B + c\partial C = -Dd p,$$

$$a'\partial A + b'\partial B + c'\partial C = -D'd p,$$

successivamente ∂A, ∂B, ∂C, si ricaverà

$$Y\partial Z - Z\partial Y = \frac{B\partial C - C\partial B}{\Delta^2} = \frac{-a'D + aD'}{\Delta^2}dp;$$

e si conchiuderà che le quantità

$$Y\partial Z - Z\partial Y,\ Z\partial X - X\partial Z,\ X\partial Y - Y\partial X,$$

sono eguali rispettivamente a

$$\frac{-a'D + aD'}{\Delta^2}dp,\quad \frac{-b'D + bD'}{\Delta^2}dp,\quad \frac{-c'D + cD'}{\Delta^2}dp,$$

Quindi, ponendo mente all'equazioni

$$Aa + Bb + Cc = 0\,,$$

$$Aa' + Bb' + Cc' = 0\,,$$

si troverà

$$2d\omega = \frac{-(a'\delta A + b'\delta B + c'\delta C)D + (a\delta A + b\delta B + c\delta C)D'}{\Delta^3}\,dp,$$

ossia

$$2d\omega = \frac{DD'' - D'^2}{\Delta^3}\,dp\,dq\,.$$

Ma abbiamo trovato $2d\sigma = \Delta dp dq$; dunque

$$\frac{d\omega}{d\sigma} = \frac{DD' - D'^2}{\Delta^4} = \frac{DD'' - D'^2}{(PQ - R^2)^2} = \frac{1}{\rho\rho}\,.$$

Chiamato K questo rapporto, *misura della curvatura* nel punto $M(x, y, z)$, sarà

$$(PQ - R^2)^2 K = DD'' - D'^2\,.$$

Arrivato a questa formula per una via laboriosa anzi che no, il sig. GAUSS si propone di esprimer K per mezzo delle sole funzioni P, Q, R. Si riesce rapidamente a simile scopo camminando sulle orme del sig. GAUSS nel modo che segue.

Partiamo dall'equazioni

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = D\,,$$

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = m\,,$$

$$a'\alpha + b'\beta + c'\gamma = n\,,$$

dove m, n sono due nuove notazioni; ed immagi-

niamo ancora le altre sei equazioni in che si convertono queste tre apponendo prima un accento $'$, e poi due $''$, alle lettere α, β, γ, D, m, n.

Eliminando da queste tre equazioni le quantità β, γ, il che si fa moltiplicandole rispettivamente per

$$bc' - b'c\ ,\ b'C - c'B\ ,\ cB - bC\ ;$$

e poi sommandole, nasce

$$\Big(A(bc' - b'c) + a(b'C - c'B) + a'(cB - bC)\Big)\alpha$$
$$= D(bc' - b'c) + m(b'C - c'B) + n(cB - bC)\ .$$

Ma qui il coefficiente di α si riduce a

$$A^2 + B(ca' - c'a) + C(ab' - a'b) = A^2 + B^2 + C^2 = \Delta^2;$$

ed il secondo membro, essendo

$$b'C - c'B = a(b'^2 + c'^2) - a'(bb' + cc')$$
$$= a(Q - a'^2) - a'(R - aa') = aQ - a'R,$$
$$cB - bC = a'(b^2 + c^2) - a(bb' + cc')$$
$$= a'(P - a^2) - a(R - aa') = a'P - aR,$$

si cangia in

$$AD - a(nR - mQ) - a'(mR - nP)\ .$$

Si avrà pertanto

$$AD = \alpha\Delta^2 + a(nR - mQ) + a'(mR - nP)\ .$$

Ora osserviamo che le tre equazioni da cui siamo

partiti, sono simmetriche rispetto ai tre sistemi di quantità:

$$(a, a', \alpha, A), \quad (b, b', \beta, B), \quad (c, c', \gamma, C),$$

vale a dire: si conservano le medesime se si alternano le quantità di un sistema colle analoghe quantità di uno qualunque degli altri due; e conchiudiamo, che ogni nuova equazione scaturita da quelle tre, deve continuare a sussistere dopochè avremo effettuato in essa l'indicata alternazione.

Per questo principio la prima delle tre equazioni che seguono, genera le altre due:

$$AD = \alpha\Delta^2 + a(nR - mQ) + a'(mR - nP),$$

$$BD = \beta\Delta^2 + b(nR - mQ) + b'(mR - nP),$$

$$CD = \gamma\Delta^2 + c(nR - mQ) + c'(mR - nP).$$

Moltiplicando quest'equazioni per α'', β'', γ'', e sommandole, si ottiene

$$DD'' = (\alpha\alpha'' + \beta\beta'' + \gamma\gamma'')\Delta^2 + m''(nR - mQ) + n''(mR - nP),$$

la quale, ove alle lettere α, β, γ, D, m, n si apponga il solo accento', produce

$$D'D' = (\alpha'\alpha' + \beta'\beta' + \gamma'\gamma')\Delta^2 + m'(n'R - m'Q) + n'(m'R - n'P).$$

Dunque sottraendo

$$DD'' - D'D' = (\alpha\alpha'' + \beta\beta'' + \gamma\gamma'' - \alpha'^2 - \beta'^2 - \gamma'^2)\Delta^2$$
$$+ P(n'^2 - nn'') + Q(m'^2 - mm'') + R(mn'' + m''n - 2m'n').$$

Ora dall'equazioni

$$aa + bb + cc = P\,,$$
$$a'a' + b'b' + c'c' = Q\,,$$
$$aa' + bb' + cc' = R\,,$$

si trae

$$\frac{dP}{dp} = 2m\,,\ \frac{dQ}{dp} = 2n'\,,\ \frac{dR}{dp} = m' + n',$$

$$\frac{dP}{dq} = 2m',\ \frac{dQ}{dq} = 2n''\,,\ \frac{dR}{dq} = m'' + n'\,;$$

e quindi

$$m = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{dP}{dp},\qquad m' = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{dP}{dq},\quad m'' = \frac{dR}{dq} - \tfrac{1}{2}\cdot\frac{dQ}{dp}\,,$$

$$n = \frac{dR}{dp} - \tfrac{1}{2}\cdot\frac{dP}{dq},\ n' = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{dQ}{dp},\qquad n'' = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{dQ}{dq}\,.$$

E facilmente si conferma essere

$$\alpha\alpha'' + \beta\beta'' + \gamma\gamma'' - \alpha'^2 - \beta'^2 - \gamma'^2 = \frac{dn}{dq} - \frac{dn'}{dp}$$
$$= \frac{d^2R}{dp\,dq} - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2P}{dq^2} + \frac{d^2Q}{dp^2}\right).$$

Sostituendo queste diverse espressioni nella formula per la misura della curvatura trovata di sopra, otterremo il seguente risultato notabile del sig. GAUSS:

$$4(PQ-R^2)^2K = P\left[\left(\frac{dQ}{dp}\right)^2 + \frac{dQ}{dq}\left(\frac{dP}{dq} - 2\,\frac{dR}{dp}\right)\right]$$
$$+Q\left[\left(\frac{dP}{dq}\right)^2 + \frac{dP}{dp}\left(\frac{dQ}{dp} - 2\,\frac{dR}{dq}\right)\right]$$
$$+R\left(\frac{dP}{dp}\cdot\frac{dQ}{dq} - \frac{dP}{dq}\cdot\frac{dQ}{dp} + 4\frac{dR}{dp}\cdot\frac{dR}{dq} - 2\frac{dP}{dq}\cdot\frac{dR}{dq} - 2\frac{dQ}{dp}\cdot\frac{dR}{dp}\right.$$
$$-2(PQ-R^2)\left(\frac{d^2P}{dq^2} + \frac{d^2Q}{dp^2} - 2\,\frac{d^2R}{dp\,dq}\right).$$

Quando la superficie (V), supposta flessibile ma inestendibile cangia di forma, è palese che l'elemento lineare

$$ds = (Pdp^2 + Qdq^2 + 2Rdpdq)^{\frac{1}{2}},$$

non varia, nè però le quantità P, Q, R; e così ritroviamo per via analitica il teorema già dimostrato per via geometrica. Ed è in questa maniera che il sig. GAUSS lo ha dimostrato.

Quando i due sistemi di linee s_1, s_2, si segano dapertutto ad angolo retto sopra la superficie (V), nel modo che fanno le linee principali di curvatura; allora $R = 0$, e la formula precedente diviene

$$2PQK = \frac{1}{P}\left(\left(\frac{dP}{dq}\right)^2 + \frac{dP}{dp}\cdot\frac{dQ}{dp}\right) + \frac{1}{Q}\left(\left(\frac{dQ}{dp}\right)^2 + \frac{dP}{dq}\cdot\frac{dQ}{dq}\right) - 2\left(\frac{d^2P}{dq^2} + \frac{d^2Q}{dp^2}\right).$$

Se inoltre si fa $P = Q$ (il che secondo le considerazioni del sig. Liouville è sempre permesso), cotesta formula fornisce

$$2PK = \frac{1}{P^2}\left(\frac{dP}{dp}\right)^2 - \frac{1}{P}\cdot\frac{d^2P}{dp^2} + \frac{1}{P^2}\left(\frac{dP}{dq}\right)^2 - \frac{1}{P}\cdot\frac{d^2P}{dq^2}$$

$$= -\left(\frac{d^2\log.P}{dp^2} + \frac{d^2\log.P}{dq^2}\right).$$

La dimostrazione di questa formula particolare è l'oggetto precipuo della memoria del sig. Liouville intitolata: *Sur un téorème de M. Gauss concernant le produit des deux rayons de courbure principaux en chaque point d'une surface.*

Supponiamo adesso che le linee s_1 del primo si-

stema siano le diverse posizioni di una linea geodesica, che si muove conservandosi di continuo perpendicolare, nel suo punto iniziale, ad una data linea fissa. Chiamiamo *linea delle ascisse* questa linea fissa, ed *ordinate* quelle diverse posizioni della linea mobile. Supponiamo inoltre che le linee s_2 del secondo sistema siano le linee generate da ciascun punto della linea geodesica mobile. Questi due sistemi di linee, per un teorema del sig. Gauss, si taglieranno sulla superficie ad angolo retto. Fissata l'*origine* della linea delle ascisse in un suo punto scelto ad arbitrio, ogni punto della superficie corrisponderà ad una certa *ascissa* ed *ordinata*; come ad una certa ascissa ed ordinata corrisponderà un punto unico.

Un punto M nella superficie (V) abbia p per *ordinata*, e designiamo per q l'*ascissa corrispondente*, o, per più generalità, una funzione qualunque di quest'ascissa, prendendo l'ordinata e l'ascissa nel significato or dichiarato. Un elemento lineare ds, preso sulla superficie a partire dal punto M, si potrà riguardare come la diagonale di un parallelogrammo rettangolo, di cui uno de'lati è dp, e l'altro si potrà esprimere per $dq\sqrt{Q}$, designaudo Q una certa funzione di p, q. Sarà pertanto

$$ds^2 = dp + Qdq \ .$$

Lo stesso risultato ha luogo se le due serie di linee s_1, s_2 che si segano sulla superficie (V) ad angolo retto, sono: da una parte, le diverse posizioni di un raggio geodesico p, girante intorno al suo punto iniziale O; e dall'altra, le linee descritte da' diversi punti di questo raggio mobile p. Fissata una

posizione di questo raggio come *luogo di partenza* o *linea delle ascisse*, ogni punto M sulla superficie (V) determinerà la lunghezza p del raggio geodesico corrispondente, e l'angolo onde questo raggio declina nel suo punto iniziale dalla linea delle ascisse. La lunghezza p di questo raggio e l'angolo nominato (ovvero una funzione cognita q di quest'angolo) si possono chiamare *coordinate polari* del punto M. In questo nuovo sistema di coordinate, l'elemento ds si trova espresso evidentemente come nel sistema precedente.

In questi due sistemi di coordinate si semplifica oltremodo la formula che dà la misura K di curvatura. Risulta

$$\frac{d\omega}{d\sigma} = K = \frac{1}{4Q^2}\left(\frac{dQ}{dp}\right)^2 - \frac{1}{2Q}\cdot\frac{d^2Q}{dp^2} = -\frac{1}{\sqrt{Q}}\cdot\frac{d^2\cdot\sqrt{Q}}{dp^2}.$$

Prendiamo

$$d\sigma = dp\,dq\sqrt{Q}\ ;$$

allora la formula $\omega = Kd\sigma$ che determina la curvatura, diviene

$$\omega = -\int\frac{d^2\cdot\sqrt{Q}}{dp^2}\,dp\,dq = \int\left(\text{costan.} - \frac{d\sqrt{Q}}{dp}\right)dq.$$

Se p e q designano sulla superficie (V) le coordinate polari di un punto M (essendo p il raggio vettore geodesico e q l' angolo che tale raggio fa nell'origine colla linea delle ascisse), allora per $p=0$, sarà ds = dp, e però Q = 0; e per un valore infinitesimo di p, l' elemento ds_2 della linea del se-

condo sistema (la qual linea si può considerare come un cerchio descritto col raggio p) sarà $ds_2 = pdq$, ed in conseguenza per un valore infinitesimo di p, sarà $p = \sqrt{Q}$; donde, per $p = 0$, si avrà nel medesimo tempo

$$\sqrt{Q} = 0\,, \quad \frac{d\sqrt{Q}}{dp} = 1\,.$$

Da quest'osservazione si deduce che nella formula che dà la curvatura ω, la *costante* è $= 1$, e che però si ha

$$\omega = \int \left(1 - \frac{d\sqrt{Q}}{dp}\right) dp.$$

Ritorniamo col sig. Gauss, per un momento, all'espressione generale dell'elemento ds

$$ds^2 = Pdp^2 + Qdq^2 + 2Rdpdq$$

$$= ds_1^2 + ds_2^2 + 2\cos i\, ds_1\, ds_2\,,$$

dove

$$\cos i = \frac{R}{\sqrt{PQ}}\,, \quad \operatorname{sen} i = \sqrt{\left(\frac{PQ - R^2}{PQ}\right)}\,.$$

Sia θ l'angolo che ds fa con ds_1. Se proiettiamo ds prima sulla direzione di ds_1, e poi sopra una direzione perpendicolare a ds_1, avremo

$$ds \cos\theta = ds_1 + \cos i\, ds_2 = \frac{Pdp + Rdq}{\sqrt{P}}\,,$$

$$ds \operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen} i\, ds_2 = \frac{\sqrt{(PQ - R^2)}}{\sqrt{P}}\, dp\,.$$

Cerchiamo ancora qual'è la condizione, perchè questa linea s sia la più breve o *geodesica*. La lun-

ghezza s essendo espressa per l'integrale

$$s = \sqrt{(\mathrm{P}dp^2 + \mathrm{Q}dq^2 + 2\mathrm{R}dqdq)}\,,$$

la condizione del minimo richiede che la *variazione* di quest'integrale, nata da un cangiamento infinitesimo di un tratto della linea s, sia $= 0$. Il calcolo si rende più semplice, se una p delle due quantità p, q, si considera come funzione dell'altra. Indicando la *variazione* per la caratteristica δ, avremo

$$\delta s = \int \frac{\left(\frac{d\mathrm{P}}{dp}dp^2 + \frac{d\mathrm{Q}}{dp}dq^2 + \frac{2d\mathrm{R}}{dp}dp\,dq\right)\delta p + 2(\mathrm{P}dp + \mathrm{R}dq)d\delta p}{2ds}$$

$$= \frac{\mathrm{P}dp + \mathrm{R}dq}{ds}.\delta p + \int \delta p\left(\frac{\frac{d\mathrm{P}}{dp}dp^2 + \frac{d\mathrm{Q}}{dp}dq^2 + 2\frac{d\mathrm{R}}{dp}dpdq}{2ds} - d.\frac{\mathrm{P}dp + \mathrm{R}dq}{ds}\right)$$

e sappiamo che ciò, che qui sta sotto il segno integrale, deve svanire indipendentemente da δp. Viene pertanto

$$\frac{d\mathrm{P}}{dp}dp^2 + \frac{d\mathrm{Q}}{dp}dq^2 + 2\frac{d\mathrm{R}}{dp}dpdq = 2ds.d.\frac{\mathrm{P}dp + \mathrm{R}dq}{ds}$$

$$= 2ds.d.\sqrt{\mathrm{P}}\cos\theta = \frac{\cos\theta.dsd\mathrm{P}}{\sqrt{\mathrm{P}}} - 2\,\mathrm{sen}\theta\,d\theta\,ds.\sqrt{\mathrm{P}}$$

$$= \frac{\mathrm{P}dp + \mathrm{R}dq}{\mathrm{P}}d\mathrm{P} - 2\sqrt{(\mathrm{PQ} - \mathrm{R}^2)}dqd\theta$$

$$= \left(dp + \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{P}}dq\right)\left(\frac{d\mathrm{P}}{dp}dp + \frac{d\mathrm{P}}{dq}dq\right) - 2\sqrt{(\mathrm{PQ} - \mathrm{R}^2)}dqd\theta\,.$$

Da qui si ricava la seguente equazion condizionale per la linea geodesica:

$$\sqrt{(\mathrm{PQ} - \mathrm{R}^2)}d\theta = \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\mathrm{P}}{dq}dp - \frac{d\mathrm{Q}}{dp}dq + \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{P}}d\mathrm{P}\right) - \frac{d\mathrm{R}}{dp}dp.$$

Quando R = 0 , cotesta equazione diventa

$$2\sqrt{PQ}.d\theta = \frac{dP}{dq}\,dp - \frac{dQ}{dp}\,dq;$$

e quando $ds^2 = dp^2 + Qdp^2$, e però P=1, fornisce

$$d\theta = -\frac{d.\sqrt{Q}}{dp}\,dq.$$

Ecco una bella applicazione che il sig. Gauss fa delle formule or trovate. Si debba determinare la curvatura totale ω di una porzion di superficie ABC compresa fra tre linee geodesiche AB, BC, CA.

Sia A il polo intorno a cui gira il raggio geodesico p, e sia q l'angolo onde questo raggio declina in A da AB, ed in tal guisa che, per $q=0$, corra secondo AB, e, per $q=A$, corra secondo AC. Gli elementi di BC siano designati per ds, e sia θ l'angolo onde un elemento qualunque ds declina dall' elemento corrispondente dp del raggio p. Finalmente siano θ^o, θ' i valori dell'angolo θ ne'punti B, C. Sarà

$$\theta^o = \pi - B,\ \theta' = C.$$

Nella formula $\omega = \int\left(1 - \frac{d\sqrt{Q}}{dp}\right)dq$, la parte $-\frac{d\sqrt{Q}}{dp}dq$ è, nel nostro caso, $= d\theta$. Dunque

$$\omega = \quad (dq + d\theta)\ .$$

Estendendo l'integrazione da $q=0$ sino a $q=A$, si avrà

$$\omega = A + \theta' - \theta^o = A + B + C - \pi\ ;$$

teorema dimostrato geometricamente dal sig. Iacobi.

Sopra le ultime disposizioni date ai lavori sul porto canale di Fiumicino. Al sig. cav. Fabrizio Giorgi ingegnere del Tevere. Lettera del comm. Alessandro Cialdi tenente colonnello di marina.

Illmo signore

Col foglio dei 14 dello scorso aprile ella mi comunicava essere stata decretata la protrazione maggiore nel molo *destro* alla foce di Fiumicino. Andammo insieme due giorni dopo a quel porto, e durante la gita lungamente parlammo di questa interessante questione, e dei motivi che aveva potuto indurre il dotto consiglio d' arte a tornare a decretare, come pel passato, la protrazione più inoltrata in mare nel braccio destro.

Non poteva non interessarmi altamente il conoscere appieno le basi di tale risoluzione, che si dicevano formate dagli scandagli fatti alla foce, dallo stato attuale della medesima, e dalla opinione dei pratici. Quindi mi feci a dimandare una copia della posizione costituente la detta risoluzione; e sua eccellenza reverendissimaa monsignor tesoriere generale si compiacque farmela rimettere.

Presi seriamente ad esame i documenti in essa contenuti, mi propongo ora comunicarle le mie riflessioni. Peraltro siccome si tratta di far delle osservazioni concernenti una risoluzione distruttiva

di un'altra presa da prima in senso contrario, credo necessario, prima di entrare nell' esame dei detti documenti, richiamarle alla mente i fatti e le ragioni che avevano prodotto quella contraria risoluzione.

Ella rammenterà, che quantunque prima del 1842 si fosse sempre costumato protarre a Fiumicino il molo destro più del sinistro, erano ciò non ostante continui e ripetuti i reclami intorno all'infelice stato di quella foce; e che essi divenuti ancora più energici all'epoca del 1842 obligarono a spedire colà il chiarissimo ispettor Brighenti, onde maturamente esaminarla. Egli infatti visitò quel porto, studiò la sua costituzione, sentì quanto ella seppe dirgli, e tutto ben ponderato, riflettendo a quanto si era ivi ed in altri porti-canali praticato, propose che il molo *sinistro* dovesse esser più sporgente in mare del destro, confermando così che il *molo deve essere sempre più sporgente in acqua da quella parte, d'onde provengono le burrasche*; assioma trito tritissimo, che solo in Fiumicino non veniva rispettato.

Ed in vero era una cosa assai strana il vedere in Fiumicino, prima della visita Brighenti, prolungato in mare il molo destro più del sinistro, in perfetta opposizione a quanto praticavasi in altri porti-canali del nostro stato non solo, ma di ogni altro; il che costituiva il curioso dilemma, o che l'armatura degli altri porti del mondo era sbagliata, o sbagliata era quella di Fiumicino. Con savio consiglio pertanto agiva il Brighenti riguardo alla foce di Fiumicino, non solo perchè proponeva la protra-

zione maggiore della parte onde viene il vento di traversìa, ma ben anche perchè da questa parte stessa era d'uopo difendere lo sbocco da un potente, torbido, e prossimo fiume sopravvento, quale è la *fiumara grande*. Ed egli in tal suo divisamento trovavasi in perfetta armonìa non solo colla pratica osservata in altri porti, ma sibbene colle convincenti teorie degli illustri idraulici Guglielmi, Castelli, Frisi, Boscovich, Ximenes, Zannotti, Zendrini, Zuliani, Lorgna, Mari, Mengotti, Cavalieri etc.

Oltreacciò ella rammenterà ancora che, conosciutasi la disposizione del Brighenti tendente ad introdurre una *innovazione*, surse un partito contrario *cosidetto dei pratici*, da lei sostenuto , il quale giunse a fare dei reclami al governo contro il disposto del Brighenti; ossia contro tutto ciò che si era fatto in altri porti, e che aveva ottenuto la sanzione dell'esperienza, e l'approvazione della stessa classe de'pratici. Ed il più specioso in quel reclamo si era, che i ricorrenti gridavano, *come pratici del luogo*, contro una cosa che non essendosi ivi mai praticata non era mai caduta, ne aveva mai potuto cadere sotto la loro pratica, la quale soltanto costituiva tutta la loro scienza ed autorità.

Intanto, trovandomi io nella classe dei pratici, ma non, la Dio mercè, nel numero di quelli che agivano contro senso, e trovandomi eziandio in favorevolissima posizione di officio, volli studiare la quistione, e nel 1845 pubblicai il mio libro sulla *Navigazione del Tevere* (1), ove nel lungo terzo ca-

(1) Vedi giornale arcadico volume 105, 106, 107, 108.

pitolo non mi occupai di altro. Ivi adunai tutte le teorìe e l' esperienze che hanno costituito il gran numero de'porti-canali esistenti, e più specialmente mi occupai dei fatti e degli studi che ci forniscono una piena conoscenza della vera costituzione della foce di Fiumicino e sue adiacenze, e non trascurai affatto di analizzare il reclamo suddetto. Da quest'assieme ella avrà scorto, che non poteva non convenirsi sulla giustezza della proposta Brighenti, cioè (mi giova il dirlo colle parole dell'illustre Cavalieri meritamente oggi presidente del sullodato consiglio) cioè che deve essere più prolungata dell'altra quella diga, o molo, che è *dalla parte del vento più potente d' ogni altro a spingere le arene verso lo sbocco del canale;* la qual parte per Fiumicino niuno ha mai negato, nè negherà giammai, essere la sinistra.

Dietro tali fatti, e colla scorta di queste ragioni, mi feci a dimandare alla signoria vostra illustrissima cosa mai in arte vedeva nella protrazione maggiore del molo destro, da farle rigettare tanti elementi contrari: ed ella mi rispose: *In questa protrazione veggo l'ufficio di un repellente, il quale obbliga la corrente a volgersi verso il lato destro per solcare il prano, che i venti di fuori ed il corso radente costantemente formano da quel lato; unico e possente ostacolo al facile ingresso nel porto.* Una tale risposta in arte non può passarsi senza osservazione: e quantunque io non mi sia proposto che il tessere una semplice storia dei fatti passati prima di entrare a discutere i nuovi documenti, causa della nuova di-

sposizione, qui mi veggo costretto ad una necessaria digressione per esporre le mie contrarie ragioni.

Tre cose mi sembrano a vedersi in questo suo sentimento: 1. se esso possa verificarsi: 2. se si verifichi in effetto: 3. se siavi altro modo onde ottenere l'intento.

So per prova che ella tuttavia favoreggia i repellenti che giustamente lo Zendrini chiama *peste dei fiumi* ed i danni che questo suo prediletto sistema produce nel nostro Tevere sono manifesti, ed io ho incominciato ad accennarli nel detto mio libro dalla pagina 165 a 170 del testo, e dalla 202 a 206 delle note. Ma non è questo il momento ed il luogo di tornare su tal condannato sistema. Vediamo piuttosto se possa verificarsi, che la maggior protrazione del braccio destro sia atta a produrre l'azione di un repellente sul prano alla foce.

Ella m'insegna, che per pennello o repellente si deve intendere un riparo che ripercuote il filone del fiume per deviarlo dalla sua tendenza. Ora perchè questo effetto possa prodursi, il riparo dovrà staccarsi dalla linea che costituisce l'andamento della sponda ed inoltrarsi ad angolo più o meno aperto verso la parte opposta, secondo il maggiore o minore effetto che si desidera. Ma io osservo che tutte le protrazioni si sono fatte e si fanno in continuazione de'moli antecedenti; dunque la protrazione, non prendendo forma di repellente, non può come tale agire. Mancando la causa, non può non mancare l'effetto.

Che poi questo effetto manchi interamente *ce lo ha sempre provato e ce lo prova anche oggi* (quantunque il molo sinistro sia più protratto del destro, ma inetto all'uopo per la cattiva giacitura e per la brevità di questa protrazione), ce lo prova, dico, anche oggi; primo il vedere che il filone del fiume si conserva appoggiato al braccio destro, e giunto al suo guardiano si getta subito a maestro, cioè precisamente in direzione opposta a quella che ella pretende. E questo fatto *innegabile* è proprio della legge dell'acqua corrente, per la quale prima si appoggia allo ostacolo verticale, e poi si volge ove trova minor resistenza. E minor resistenza trova certamente a maestro: perchè questo vento non essendo nocivo alla foce, non vi crea banco, e perchè dal lato opposto trova l'ostacolo di quel banco stesso che ella pretende sia distrutto; prodotto, come benissimo ella dice, dai venti di fuori, i quali non sono da verun riparo difesi. Ce lo prova poi in secondo luogo il vedere che dietro il riparo non si verifica alzamento di fondo, cioè quella riempitura che produce il repellente lungo l'alveo del fiume, ma sibbene uno spurgo maggiore che nel lato opposto. Dunque la maggior protrazione da questo lato, per quanto lunga essa sia, non potrà mai produrre l' effetto che deve attendersi da un repellente che si costruisce in un fiume: ed il fatto prova che non lo produce.

Osservato adunque che nè possa verificarsi, nè si verifichi in effetto lo scopo da lei preteso, resta a vedersi se vi sia altro modo per ottenere l'intento.

Sappiamo che la teoria e la pratica che comandano la maggior protrazione del braccio di sopravento, che nel nostro caso è il sinistro, hanno per iscopo la maggior difesa possibile da darsi allo sbocco del fiume: e non vi è dubbio che questo sistema è quello che più di ogni altro possa riuscirvi. Rimarrà dunque soltanto ad esaminarsi se il giuoco dell' acqua interna, ossia della corrente del fiume, venga ad essere meglio condotto di quello lo sia colla maggior protrazione del braccio destro.

Protratto il braccio sinistro con regolare direzione, e con conveniente lunghezza (delle quali condizioni lungamente parlai nel libro suddetto), niuno potrà mai negare, che quella stessa legge propria dell'acqua corrente, la quale agisce sulla protrazione maggiore del braccio destro, dovrà agire anche sul sinistro: quindi noi abbiamo per infallibile che il filone del fiume si appoggerà all' ostacolo verticale e più protratto, che nella nostra ipotesi sarebbe il braccio sinistro.

Ora si ammetta pure, se si vuole, che la maggior protrazione del braccio sinistro nulla influisca ad allontanare il prano della foce, e che perciò la corrente seguendo la stessa legge del primo caso debba dirigersi a destra, cioè ove trova minor resistenza; sarà sempre vero però che questa corrrente, prima che dal guardiano del braccio sinistro passi a maestro, dovrà passare dinanzi a tutto lo sbocco, descrivendo una curva che sarà tanto più sviluppata verso l'alto mare, quanto maggiore sarà la forza della

corrente e quanto più la foce sarà diretta ai venti benefici. Quindi è che in ogni pessimo caso dovrà conservarsi un canale *navigabile* molto più retto alla direzione dell'asse dello sbocco e più profondo di quel che possa verificarsi colla protrazione maggiore del braccio destro; perchè in questo caso, come abbiam veduto, la corrente è obbligata a dirigersi subito dietro lo sbocco, ossia in direzione inutile alla conservazione del canale navigabile.

Non istarò qui poi a ripetere quanto già dissi nel mio libro sulla molto maggior convenienza della protrazione maggiore del braccio di sopravento, ossia di sinistra, per le manovre di navigazione e sicurezza de'legni, perchè questa digressione già troppo lunga non mi permette di estendermi maggiormente, e mi è d'uopo tornare all'intento.

Dai fatti fin qui richiamati alla mente raccogliesi: 1. che la protrazione maggiore del molo destro, sempre per l'addietro praticata, non ha potuto mai migliorare la condizione della foce di Fiumicino, ed ha lasciato sempre luogo agli stessi reclami: 2. che studiata la cosa sulla faccia del luogo si è trovato consentaneo a tutte le teorie dei più celebri idraulici, e a tutte le esperienze di quanti sono i porti-canali, ed alla stessa peculiare costituzione della foce, di cui si tratta, il volgersi al contrario partito e decretare la protrazione del molo sinistro: 3. che le ragioni da lei addotte per l'avverso sentimento al chiarissimo ispettore Brighenti non furono stimate valevoli a persuadere la continua-

zione del metodo antico, e che al nuovo metodo non altri si opposero che i così detti pratici, i quali non altra scienza avendo che la pratica, niuna autorità potevano opporre ad una cosa che in pratica non avevano veduto giammai.

Bisognerà adunque dopo ciò convenire, che in una questione sì grave, ove trattasi dell'interesse del porto, dell' umanità, del commercio ed anche dei principii stessi della scienza idraulica, i nuovi documenti prodotti, onde ottenere che dall'illustre consiglio d' arte si tornasse al già abbandonato antico metodo, debbano essere di tale e tanto peso da far fronte ad ogni contraria ragione, anzi al fatto stesso ed alla generale esperienza di tutti i porti-canali. Osserviamo se sia così, seguendo l' ordine con cui questi documenti vengono citati dal sullodato consiglio nel suo rapporto risolutivo dei 7 aprile 1847, num. 658. Essi sono:

1. Un rapporto del pilota del porto-canale di Fiumicino, Francesco Venturini, dei 29 settembre 1846 a lei diretto.

2. Un reclamo dei padroni di bastimento diretto a sua eccellenza reverendissima, senza data e senza firme.

3. Un reclamo del commissario di sanità diretto a sua eccellenza reverendissima monsignor tesoriere generale in data 27 settembre 1846.

4. Uno specchio delle osservazioni a tutto ottobre passato, accompagnato da una dimostrazione grafica degli scandagli della foce di Fiumicino, firma-

to dalla signoria vostra in data del 25 ottobre 1846, e

5. Un rapporto da lei diretto alla venerata eccellenza sua monsignor tesoriere, col quale ella fa nuove premure per la esecuzione della protrazione del molo *destro*, sotto la data del 12 marzo 1847, num. 43.

Veniamo al primo, ossia al rapporto del pilota Venturini. In esso rilevasi con verità lo stato cattivo della foce, e le lagnanze dei capitani e del commercio per i danni che ne risentono. Ma nulla vi si legge, che questo infelice stato si debba *alla maggior protrazione del braccio sinistro*: anzi si nota che i reclami si basano *sul niun carico che il governo prende per un punto come questo tanto interessante per il pubblico erario.* Quindi un tal documento non favorisce affatto l'opinione di vostra signoria, anzi la pregiudica.

Nel secondo si legge: *I sottoscritti padroni e capitani di bandiera romana ed estera . . . . . ammaestrati da lunga esperienza e dalla gran pratica che hanno di questa località, possono con certezza assicurare l'eccellenza vostra, che per avere alla bocca di questo porto canale il fondo necessario non vi è altro mezzo, che prolungare la passonata di ponente.*

Stando alla conclusione di questo foglio, i *sottoscritti* sarebbero pienamente con lei d'accordo: ma di grazia come essi si chiamano? In detto foglio nessuno si legge, nè firmato, nè crocesegnato. Dunque a questo documento dovremo dare *almeno* il ti-

tolo di *nullo*. Ed è doppiamente nullo; imperocchè quando anche fosse legalmente firmato, si proverebbe falso che essi, come dicono, sono per tal protrazione *ammaestrati da lunga esperienza*: ed ella stessa mi ha sempre ripetuto, che poco o nulla si può ricavare da detti pratici per la nostra quistione, perchè non sono d'accordo, e spesso il medesimo individuo si contraddice. Ed in vero essi non possono essere uniformi che in ciò che riguarda il moto dell'onde, e la direzione della corrente littorale, ma non già in ciò che concerne la legge delle acque correnti, se non vi sono condotti da uno studio speciale sulle medesime. Dunque per ogni rapporto, come diceva, questo documento è nullo; ne ha però esistito in seguito uno legale esibito il sedici aprile firmato da cinquantatrè capitani. In questo foglio però, che è veramente autentico e che può vedersi in amministrazione quinta n. 73623, nulla vi ha che riguarda la richiesta del prolungamento del destro molo *a preferenza del sinistro*; ed in esso, in cui *realmente* parlano i pratici, si vede che i medesimi si restringono a ciò che veramente è di pratica, a querelarsi cioè che i danni alla foce provengano dal non mantenersi ivi bastantemente prolungate le passonate (senza indicare la destra più che la sinistra) e dalla divergenza dell' acqua a capo due rami derivata dalla mancanza del restauro di quella passonata. Dalla qual cosa possiamo apprendere, che quando hanno parlato i pratici non hanno in alcun modo appoggiato il suo parere.

Il terzo documento, a giudicarlo dalla apparenza, prende un tuono di officialità da sembrare concludente a di lei vantaggio, ma in fatto lo è meno degli altri. Ivi è detto dal sig. Ciriaco Gemini commissario di sanità, che *la costanza del basso fondo alla foce, che mi si assicura dall'esperienza dei molti pratici del luogo, non che dalla gente di mare che continuamente frequentano questo porto-canale, possa essere derivato in seguito del prolungamento della punta di levante; mi si aggiunge dai piloti della medesima foce, che non allungandosi ora quella di ponente nel modo che l'arte e l' esperienza aveva dettato nel passato* (quest' arte e quest'esperienza abbiamo veduto che non sussiste; ed uno dei due piloti, che ricorre due giorni dopo il commissario, nulla dice di tutto ciò) *potrà essere di funeste conseguenze alla proprietà dei naviganti e del commercio.*

Fin qui il sullodato commissario si basa su cose che dice aver intese a dire, non entrando esso a farsi giudice, che in vero sarebbe stato incompetentissimo. Ma poi, da quanto ha di sopra esposto, egli vuole farne derivare, con poca delicatezza, una conseguenza che nell'animo dei superiori ha potuto essere di non piccolo peso a dare legalità a quanto ha detto.

Difatti (egli prosegue) *difatti ancor lontani dalla stagione invernale, pure si è dovuto verificare che il 25 andante mese il piccolo paranzello toscano denominato la cesariana, urtando col timone il banco di arena, perdette il governo al legno anzidetto, obbligandolo a naufragare sulla spiaggia . . . .*

Or dunque la protrazione maggiore del molo sinistro, secondo il signor commissario, avrebbe causato la perdita del *piccolo paranzello toscano.*

Vediamo s'è vera la sua conseguenza. Non si può certamente accordare al sullodato sig. Gemini alcuna fiducia come uomo d'arte, non essendo alla signoria vostra ignoto che egli non è uomo di mare, e nemmeno appartiene alla classe idraulica. Resta a vedere qual fede meriti come storico.

Il 25 settembre 1846 il paranzello toscano di vecchia età, scartato dalla pesca, e che tutto carico pesca nove palmi napoletani, sì presentò per entrare in Fiumicino. Il mare era agitato dalla parte di libeccio, ed il vento soffiava da ponente fresco. Il piloto mise la bandiera rossa, indizio che, per il grosso mare, egli non poteva andare a bordo per condurre il bastimento.

Il capitano, non curando l'avvertimento del piloto, volle effettuare l'entrata: e non potendo conoscere il preciso andamento del canale navigabile lungo il prano, incagliò. Il grosso mare rendeva impossibile l'andarvi a bordo con una lancia, e si potè non pertanto far giungere da bordo alla spiaggia una sottile corda, alla quale ne venne attaccata una grossa di proprietà del capitano Cosimo Vergilio. Così legato, colla forza dell'argano, e con gittare in mare una parte del carico, fu tirato presso la foce: ma il mare di libeccio lo fece cadere sottovento del molo di ponente. Attaccato a questo molo si scaricò gran parte del rimanente carico, e nella notte,

abbonacciato alquanto il mare e calmato il vento, si condusse dentro il porto sano e salvo.

Riconobbe poscia il capitano il suo torto, in guisa che non fece verun atto legale, col quale, se la sua avarea fosse stata il risultato di una forza maggiore, avrebbe potuto ottenere dal proprietario del carico il compenso, che la legge stabilisce ai bastimenti che fanno delle spese a ragion veduta. Anzi dovette al poco valore del carico, essendo gesso, ed alla sua miseria, che il proprietario della merce, signor Galletti, non facesse a lui pagare la parte di carico perduta.

Con ciò non intendo di condannare il capitano: egli avrà avuto i suoi giusti motivi di agire così; peraltro al suo ritorno in Livorno il proprietario del legno glie ne tolse il comando. Nè voglio intendere, che la bocca di Fiumicino fosse in buono stato: ma non sarà mai giusto il dire, che per la protrazione maggiore del braccio sinistro sia accaduta la perdita del bastimento, perchè non è vero che esso naufragasse, ed un arenamento di questa natura può avvenire anche in un porto, che abbia un canale navigabile di una profondità infinita.

Dunque la conseguenza del sullodato sig. Gemini non è giusta, ma è bensì parto di quella boriosa e fanatica contrarietà, che egli ha contro il progetto Brighenti. E niuno meglio di lei ciò conosce; imperocchè ella stessa è giunta a dirmi, che il Gemini scrivendole sul progetto Brighenti, lo chiama progetto BRIGANTI !! Ed ella, siccome il Gemini,

favorisce la sua opinione, ammette in iscritto questa ingiuria ad un ispettore de'più benemeriti del consiglio d'arte, e la riproduce come un'autorità a di lei favore ! !

Passiamo al quarto documento. Questo consiste in uno specchio di osservazioni eseguite alla foce di Fiumicino, il quale abbraccia i mesi di settembre ed ottobre 1846. Ammessi per veri i dati che esso racchiude, pure non potrebbe mai ritenersi per sufficiente dato, onde risolvere la nostra questione; imperocchè un risultato conveniente dovrebbe essere il prodotto di una lunga serie di osservazioni nelle diverse stagioni dell'anno, ed anche per più anni ripetute, confrontate con altrettante fatte all'epoca della protrazione maggiore del braccio destro. Il suo specchio invece ci dà soltanto *otto* scandagli, e questi in una sola epoca. Manca inoltre il detto specchio di dati interessantissimi, cioè della giornaliera direzione della corrente, del moto delle onde, della direzione e forza del vento, e della massa dell'acqua convogliata per la foce.

Ma passiamo alla ricerca della verità dei dati esposti.

Gli scandagli si dicono in palmi romani di passetto: il massimo fondo ivi marcato è di palmi 6 oncie 5: il minimo pal. 5 on. 3. La signoria vostra illustrissima ha legalizzato colla sua firma quello stato, quindi dovrebbe ritenersi che ella stessa avesse fatti quegli scandagli. Ma ella non ignora che io potrei provarle, che nei detti due mesi non mai fu in

Fiumicino: e che quando anche vi fosse stata, essendo per lei il mare un elemento che le altera il morale ed il fisico, mai e poi mai ella di persona non avrebbe fatti quegli scandagli. Nè si può dire che li facesse l'assistente di quel tronco del Tevere, perchè sappiamo che da più anni per infermità non si occupa di acqua.

Dunque chi ha fatti quegli scandagli? Io potrei rispondere, *nessuno*: ma se pure non è così, non può non essere stata una persona interessata a non rappresentare la verità. Più volte le manifestai, che i principali impiegati di quella foce hanno interesse a tenerla in pessimo stato, onde lucrino *i loro navicelli d'alleggio*; quindi sono sempre del partito di quei lavori, che riconoscono non benefici al canale navigabile! Ma eccole un' altra prova, che quegli scandagli sono falsi, o sono una spiritosa invenzione: ed ella potrà sempre verificarlo, non altrimenti che se il fondo del mare da quell' epoca in qua fosse stato sempre costante ed invariabile.

Il giorno 15 ottobre, quantunqne si portino a palmi 6 on. 5 di passetto, pure essi sono almeno minori di un quarto del vero valore. Difatti se ella avrà la bontà di riassumere i registri di approdo, troverà che in quel giorno entrarono *otto* bastimenti con pieno carico: e non scorgerà ivi, od altrove, che essi abbiano alleggerito fuori la bocca. Ed in vero non sarebbe stato possibile che (senza calcolarè il numero dei legni usciti) gli otto entrati in quel giorno avessero avuto tempo e mezzi per alleggerirsi.

Ora i più piccoli di questi legni hanno portato oltre le 40 tonnellate di peso, e ve ne ha di quelli di 50 e fino a 70. Or bene, ella potrà sempre verificare che per effettuare l'entrata di detti legni con pieno carico è stato necessario che alla foce vi fossero non meno di dieci palmi di passetto. Sicchè o sono falsi gli scandagli, o sono falsi i registri sanitari, e doganali; imperocchè da questi risulta che quei legni entrarono in quel giorno in Fiumicino.

Speciosi sono poi gli scandagli del 25 settembre e le particolari avvertenze della giacitura del prano in quel giorno: mentre abbiamo veduto che nello stesso giorno, per essere il mare grosso, non potè la lancia dei piloti andare a bordo del bastimento toscano che si è voluto far credere naufragato, ma invece soltanto incagliò. Dunque come si poterono fare i scandagli? Potrei dimostrarle egualmente falsi gli scandagli degli altri sei giorni: ma per ora mi basterà prevenirla, che in quei giorni, che da lei si dicono scandagliati, entrarono *diciotto* legni, e nel rimanente dei due mesi ne entrarono nientemeno che *cento e quattro*, dei quali due soli ne alleggerirono fuori la bocca, cioè uno nel settembre e l'altro nell' ottobre. Ma in fronte al suo specchio di osservazioni si legge, che *gli scandagli da lei presentati sono stati fatti nei giorni che il mare lo permetteva.* Or bene, se la cosa è così ne segue, che negli altri giorni, meno gli otto da lei usati per gli scandagli, il mare era agitato e cattivo: e posto ciò, bisognerebbe ammettere o che non avessero potuto

entrar legni, mentre sappiamo che in fatto ne sono entrati *cento quattro*, ovvero che vi fosse un tal fondale da lasciar loro libero l'ingresso ad onta ancora della mancanza del piloto che li guidasse (giacchè il piloto non può certamente andar fuori col mare cattivo): e ciò verrebbe a distruggere appuntino la relazione che ella ne dà nei suoi scandagli dello stato della foce in quel tempo.

Passiamo finalmente al 5 ed ultimo documento. Questo è un suo rapporto urgenziore per la protrazione del molo *destro*, e vi si legge: HO CONTINUATO, E CONTINUO TUTTORA *le locali osservazioni richieste dall'egregio consiglio d'arte, cui per disposizione di vostra eccellenza le ho esibite.*

Saggiamente il sullodato consiglio d'arte ordinò gli scandagli alla foce: ma abbiamo veduto dall'antecedente documento come sia stato servito. Ella con questo suo rapporto, che costituisce il quinto documento, intende a far credere sempre più, che quegli scandagli siano stati personalmente da lei eseguiti. Quanto però ne ho detto fin qui provando evidentemente il contrario, credo che il mio silenzio, su questo suo foglio diretto a sua eccellenza reverendissima monsignor tesoriere generale, lo analizzi più che abbastanza, e ne indichi il giusto valore.

Adunque fra i documenti prodotti a ricondurre le menti all'abolito metodo non avvene alcuno, non dirò di qualche peso, ma che regga pure al più lieve esame critico istituito sulla sua legalità ed autorità. Siccome per altro si pretende far giocare l'espe-

rienza sull'inutilità della protrazione del molo sinistro, sarà bene, dopo rigettati i documenti, tornare alla storia di questa protrazione: e da essa e dai fatti posteriori trarre le vere cause della sua non completa riuscita, onde chi deve giudicare della quistione vegga a colpo d' occhio se un tal vizio sia da attribuirsi alla protrazione stessa, o piuttosto al modo di esecuzione, ed agli incidenti sopraggiunti.

Nel novembre 1842 il Brighenti, come ho sopra accennato, stabilì la maggior protrazione del braccio sinistro: e dovendosi regolare con una limitata somma, limitò la sua protrazione ALMENO *a trenta metri*. Lentamente si cominciò il lavoro, e *lentissimamente* si proseguiva, quando un fatto clamoroso, che minacciò sbarrare interamente la foce (A), fece sollecitare il compimento del lavoro: ed in settembre del 1843, cioè dopo *dieci mesi*, esso era ultimato.

Con soli trenta metri di protrazione del braccio sinistro si vennero a costituire i moli di quasi eguale lunghezza: cosa inconveniente sotto tutti i rapporti. Quindi il consiglio d'arte vedendo quanto era indispensabile una maggior protrazione, perchè diceva *viziosissima senza dubbio è la presente costituzione dei moli egualmente sporgenti* (Rapporto dei 31 luglio 1845 num. 1168), ottenne di aggiungere altri venti metri ai trenta sopra citati in via di esperimento. Ma mi sarà facile provare, che con questi soli venti metri non può ritenersi ora compito l'esperimento: ed il consiglio d'arte se avesse, come me, potuto sorvegliare la di lei condotta, e verificare i

fatti che si citano nei ripetuti documenti, sono certo che non l'avrebbe giudicato tale.

Quando s'intestarono i trenta metri al molo sinistro, la spiaggia adiacente ad esso trovavasi a qualche metro a levante più inoltrata in mare del guardiano: quindi due terzi circa della intera protrazione fu piantata sopra una fondale non maggiore di un metro. Il gran tempo poi che s'impiegò nella lavorazione fece sì che la spiaggia trovavasi bene innanzi al compiere del lavoro. Difatti il progetto Brighenti stabiliva una scarpata, la quale aveva il doppio scopo di fortificare il molo dal lato del mare tempestoso, e di trattenere dietro di se il corso dei sabbioni. Ma la signoria vostra, compita la protrazione, vedendo che la spiaggia stessa avrebbe servito a difendere il detto molo, credette inutile quel lavoro di fortificazione, e stornò quel sopravanzo di danaro per altri lavori, ma non a maggior protrazione del molo. Dunque è manifesto che questa protrazione di soli trenta metri non poteva affatto migliorare la costituzione della foce, tanto perchè la spiaggia adiacente le era a collo, e trovavasi lo sbocco in pessimo stato, quanto perchè costituiva i moli egualmente sporgenti; lo che era *viziosissimo* come si esprime il sullodato consiglio d'arte.

Resta ora a vedere cosa si deve pretendere dagli altri venti metri di protrazione ridotta come era la foce.

Si trovava adunque *viziosissima la costituzione dei moli* nel luglio 1845, ed era viziosissima non solo

per lo stato di protrazione de' moli, ma benanche perchè lo sbocco era diretto alla traversìa, ossia ai venti infesti, e perchè esso era divergente relativamente al canale interno. Difetti cardinali tuttora esistenti, di cui ho diffusamente parlato nel capitolo suddetto.

La protrazione de'venti metri, ordinata in luglio 1845, fu compita non prima del maggio 1846 in seguito di una disposizione pressante del consiglio d'arte data il 21 aprile 1846 num. 566. Quindi la spiaggia, che già trovavasi a collo alla protrazione de'trenta metri, non poteva tardare molto tempo ad invadere i venti che così lentamente si protraevano.

Ma supponiamo per un momento che l' adiacente spiaggia non si fosse avanzata; con i venti metri si è giunti forse a protrarre questo braccio tanto, quanto è maggiore l'avanzamento di questa spiaggia a confronto di quella destra? si è giunti forse, non dirò ad un fondale adeguato ai bastimenti che praticano in Fiumicino, che pur era necessario, ma almeno alla base interna dello scanno che ostruisce la foce? No davvero: perchè la spiaggia sinistra si trovava più protratta della destra per bene ottanta metri, e ad eguale distanza staziona generalmente lo scanno che corona la foce; quindi la protrazione di questo braccio doveva almeno avere questa lunghezza. Dunque questo solo fatto basterebbe a provare nullo l'esperimento. Ma ve ne sono degli altri concludenti per se stessi anche più del primo.

La signoria vostra non può ignorare che uno

dei principali elementi della buona costituzione della bocca di Fiumicino dipenda dalla massa di acqua che per quel canale si convoglia. E perchè l' arte in ciò aiutasse la natura, fu stabilito il parti-acqua a Capo due rami. Ora la conservazione di questo regolatore ella conosce bene che è stata sempre raccomandata dal sullodato consiglio d' arte: chè anzi il detto consiglio ha creduto *il prolungamento di un tal espediente, il rimedio più accomodato ad uno stabile miglioramento per la bocca di Fiumicino* (Progetto del consiglio d'arte per migliorare la foce di Fiumicino, aprile 1839).

Or bene, vediamo quale cura ella ha avuta di questo interessante lavoro nell' epoca di cui discorriamo.

Circa la metà del 1846, ossia dopo il lasso di dieci mesi, si compiva la protrazione de' venti metri sul braccio sinistro, anche essa, come l'antecedente, mal diretta, cioè tendente ad aumentare la divergenza dell'armatura dello sbocco, in guisa che il filone del fiume è restato appoggiato al molo destro, quantunque meno protratto. Il giorno 5 aprile 1846, num. 679, io le scriveva *che la punta del parti-acqua di Capo due rami*, ULTIMAMENTE RIPARATA, *si è abbattuta dalla parte del canale.* Dopo quell'epoca ella sa che il detto parti-acqua non è stato mai più dallo spirante appaltatore risarcito completamente: di modo che sopraggiunta la gran piena del 10 decembre dello stesso anno lo portò via interamente, ed in questi giorni soltanto è stato riordinato nel suo

primitivo stato non solo, ma benanche in modo da condurre una massa d'acqua superiore a quella che vi passava prima della distruzione del ripetuto parti-acqua. Ne ciò basta; quel banco detto la *toppa*, che stanzia nell'adito di Capo due rami, col cadere della passonata si è aumentato di altezza e lunghezza, e la pirodraia non è stata spedita a toglierlo che negli scorsi giorni. Cosicchè da dopo la protrazione de'venti metri, che debbono decidere di una questione di tanta importanza, abbiamo dall'una parte perduta la passonata che stabilisce il ripetuto parti-acqua, e dall'altra l'aumento della toppa: quindi per l'uno e per l'altro difetto diminuita *per metà* la massa di acqua che prima si convogliava nel ramo di Fiumicino.

Che sia così potrà ella verificarlo sempre colla misura della sezione dell' adito così ridotto: ed io potrei anche dimostrarlo coi giornalieri rapporti dei rimurchi, i quali per questa sensibile diminuzione di acqua nel detto ramo hanno incontrato molto meno difficoltà nel risalire il passo detto la *Catena*. E tanto era sensibile a tutti la diminuzione di quella massa di acqua, che al nostro giungere al caffè di Fiumicino fummo attorniati (come ella ricorderà) da un gran numero di capitani, i quali abbenchè non ignorassero la disposizione della nuova protrazione del braccio destro, tutti unanimemente gridarono, *essere causa del pessimo stato di quella foce la mancanza della passonata a Capo due rami, e l'aumento della Toppa* ..... Dimodochè ella, come intimorito da que-

sta sentenza, sgridò ivi stesso acremente il nuovo appaltatore perchè aveva tolti gli uomini dal lavoro di quella passonata per portarli alla protrazione della punta, e dispose che la pirodraia, destinata dal consiglio d'arte allo spurgo soltanto della foce, si occupasse invece subito dello spurgo della Toppa, come difatti avvenne; dovendo tornar poi a spurgar la foce al primo buon tempo. Ma questa seconda parte non si è mai verificata, perchè la signoria vostra con officio dei 26 aprile, num. 51, mi scriveva: *Essendo compita l'escavazione delle arene e* SLARGAMENTO DELLA SEZIONE DEL TEVERE A CAPO DUE RAMI ..... *licenziati gli equipaggi, operai, e barche di affitto, la macchina pirodraia rimanga fino a nuovo ordine ormeggiata a Fiumicino.* Ma di grazia, perchè mai eseguito quel lavoro a Capo due rami non fu più necessaria l'opera della pirodraia alla foce? Ella avrebbe tolto ogni dubbio, se in quella sua lettera avesse scritto, *Siccome compita l'escavazione delle arene e lo slargamento della sezione del Tevere a Capo due rami, dal libero corso dato all' acqua ne è seguito che il fondo alla foce sia moltissimo migliorato e sia giunto a nove palmi napoletani, così non vi occorre più l'opera della pirodraia.*

Se ella avesse scritto in questi termini, non potrebbe certamente ad alcuno venire in capo, dopo che sarà prolungato il destro braccio, di attribuire il beneficio ottenutosi a quel prolungamento: mentre ognuno saprebbe, che esso si era ottenuto di già per i lavori praticati a Capo due rami *quando non si era*

ancora cominciato il prolungamento del destro molo. Nè questo è tutto.

La piena del 10 dicembre non solo portò via la passonata a Capo due rami, ed aumentò *la toppa* all'adito del canale, ma strapiantò nella sponda sinistra un tratto di molo di circa novanta metri presso la foce, formandovi una vasta corrosione, la quale unita agli altri dilatamenti avvenuti su tutto il canale, guarnito di mal custodite passonate, non può non aver diminuito l'energia della corrente.

Or dunque se questi sono fatti, e *lo sono inalterabili*, con quanta buona fede si è potuto dalla signoria vostra far premure, ed accumulare inutili o falsi documenti, per indurre il consiglio d'arte a dare compito un esperimento, che dietro agli esposti fatti deve dirsi non ancora incomiciato?

Io potrò adunque sempre provare, che colla protrazione di venti metri nel braccio sinistro non può ritenersi compito l'esperimento, sia che si consideri lo stato in cui trovavasi la foce e la troppo limitata lunghezza della protrazione stessa: sia che si abbia riguardo alla sua pessima direzione: sia che si calcoli la gran diminuzione avvenuta nella massa di acqua che per lo innanzi era destinata al canale di Fiumicino, sia alla perdita di energia che questa ridotta massa ha dovuto incontrare lungo il canale prima di giungere alla foce: sia in fine per non avere ella tenuto un esatto e legale giornale dei movimenti alla fossa della foce, onde istituirne un

confronto con quanto verificavasi nel passato sistema.

Ella ben vede trattarsi qui di una questione che troppo interessa il governo ed il pubblico, di una questione che compromette la convenienza dello stesso consiglio d' arte: di cosa perciò che esige che ognuno, per quanto è da se, vi apporti quegli schiarimenti che crede necessari. In questo stato di cose pertanto io mi veggo obbligato a stimolarla a rispondermi categoricamente, comunicandomi i suoi lumi, onde confermare, ovvero opponendomi delle ragioni e dei fatti, onde emendare quanto ho detto, perchè io possa unitamente a questa lettera sottomettere la sua risposta all' imparziale e sapiente giudizio del più volte lodato consiglio d'arte, affinchè in piena cognizione di causa sia in grado di tornare sulla questione e giudicare per la verità.

Se questo partito non piacesse alla signorìa vostra illustrissima, io farò di pubblico diritto questi fogli (1), tanto perchè la mia posizione di officio mi obbliga a prendere parte attiva alla cosa, quanto anche perchè mi trovo già compromesso in faccia al pubblico per le teorie difese nel mio scritto dietro lunghi studi da altri e da me fatti in proposito; scritto che io non pubblicai già per ismania di far noto il mio nome, ma sibbene per richiamare l' at-

(1) Il sig. Giorgi accusò ricevuta di questa lettera e disse che vi avrebbe risposto dopo aver raccolto i necessari documenti: però con altro foglio soggiunse che non credeva più farlo.

tenzione del governo, degli idraulici, e de'commercianti su tale argomento, che tutti giudichiamo del più alto interesse pel pubblico erario, per la scienza dell'ingegnere e per la ricchezza del commercio della capitale.

Intanto colla dovuta stima mi confermo

Roma 29 maggio 1847.

ALESSANDRO CIALDI

NOTA

(A) Su i primi dello scorso luglio l'armatura della suddetta protrazione, stabilita in 30 metri pel braccio sinistro detto di levante, era al suo termine: mancava la riempitura. Il giorno 15 del detto mese i piloti si avvidero che dentro il canale, presso la intestatura della nuova protrazione colla vecchia, frangeva della maretta. Recatisi colà a scandagliare, vi trovarono un interrimento di cinque palmi di fondo, ove prima ve n' erano 18: e questo interrimento di giorno in giorno andò crescendo. Il 28 dello stesso mese questo banco era fuori di acqua, e con prontezza aumentò ancora fino ad avere una lunghezza di 60 metri: la cui metà era 35 metri distante dal guardiano protratto; sporgeva in larghezza metri 8, ed era elevato fuori d'acqua circa 30 centimetri sopra il pelo dell'alta marea nel lato aderente alla palafitta, scendendo con dolce declivio a zero nel livello dell'acqua, e da questo punto rapidamente discendeva nel fondo con base che sbarrava circa la metà di tutta la larghezza del canale.

Mentre si andava formando l'alluvione o questo dosso, l'idrometro di Ripetta si mantenne prossimamente nello stato poco superiore alla magra ordinaria, cioè in una media di met: 6, 02; ed il vento soffiò dolcemente nelle direzioni proprie di quella bella stagione, chiamato *girasole* dai navigatori delle nostre coste. Temendosi perfino che il canale di Fiumicino venisse chiuso interamente, si fece premura perchè al più presto fosse riempita questa nuova palizzata che in gran parte di già lo era per l'arena entratavi; non si tardò a farlo, e di mano in mano che aumentava la riempitura, diminuiva l' alluvione: il perchè ai primi di settembre compita la lavorazione, senza che nè il fiume nè il mare si fossero mossi dal suddetto loro stato ordinario, tornò il canale qual era prima.

Alcuni assicurano di aver veduto altra volta un simile inconveniente: chè anzi in allora giunse a ridurre il canale interno presso lo sbocco con tre o quattro palmi soltanto di fondo: il che ci proverebbe che la prolungazione maggiore della punta dalla parte destra, detta di ponente, potrebbe essere anche causa che si chiudesse quasi interamente la bocca di Fiumicino.

Da questi fatti, e specialmente da quello di cui ho tracciato la storia, è facile scorgere la provenienza di detto grande ammasso di arna formatosi in sì poco tempo dentro il canale di Fiumicino, e la necessità di opporre da quel lato un valido riparo; poichè non si può negare che tale arena provenisse dalla sinistra, cioè dalla fiumara grande; che ivi sia stata recata dal corso radente animato dai venti da levante a libeccio che soffiarono giornalmente per un numero più grande di ore di quello degli altri venti; e che il solo rimedio sia il prolungamento maggiore dalla parte di levante, che da quella di ponente, di palafitte a più file e ben colmate nell' interno.

I pratici tutti con fondamento di una incontrastabile esperienza ammettono la provenienza delle arene dalla parte della fiumara grande, ed asseriscono e confermano di più, che quando il buon tempo si prolunga molti giorni, s' innalza maggiormente lo scanno o prano presso la foce dalla parte sinistra, e che in questo caso la fossa si approfonda, e quindi il canale di navigazione migliora: ma al primo sconvolgimento del mare, alla prima tempesta, il canale subito peggiora.

Questo fatto, che io stesso ho più volte verificato, viene sempre più in appoggio del Brighenti, in conferma del mio assunto, ed a condannare l'opinione dei pratici reclamanti. E di vero l' innalzamento dello scanno è l'effetto de'nuovi strati d'arena ivi depositati dalla corrente generale del littorale, che da scirocco porta a maestro, come ho dimostrato, *e come tutti convengono.* L' anzidetta corrente, incontrando per via le sospese torbe della fiumara di Ostia, ha forza per trasportarle: ma non avendone abbastanza da fare oltrepassare lo scanno alle dette arene convogliate, per l'intoppo che la corrente di Fiumicino e lo scanno stesso loro presenta, è obbligata a depositarle in gran parte sullo scanno medesimo. Questo effetto ripetuto per più giorni innalza talmente lo scanno, che facendo questo l' ufficio di una diga sommersa, sempre più ritiene le arene ed aumenta in altezza. Ora la corrente del fiume appoggiata, ristretta e difesa da quella parte, scava la fossa e migliora il canale di navigazione. Al sopraggiungere della tempesta si rompe la diga, si sconvolge il recente e poco resistente lavoro della natura, le arene invadono la fossa, la corrente del fiume presa di fronte si sparpaglia, perde la sua forza escavatrice, ed il canale di navigazione peggiora.

Ma di grazia quel rialzamento dello scanno, quella specie di diga, quell' ostacolo infine, che cosa è? Non è dessa un imperfetto prolungamento del molo sinistro? Con ciò la natnra ad evidenza ci mostra che cosa dobbiamo fare; essa stessa ci chiama in suo soccorso per difendere il suo fragile lavoro della furia delle onde; è dessa che vuole, che si prolunghi la punta o guardiano da questa parte, acciò il canale navigabile non pegggiori nuovamente al ritorno del nemico.

Sopra queste infallibili leggi, sopra questi chiarissimi fatti, che confermano quanto nel testo ho riportato, è dunque basata la semplicissima questione, cioè se l'una o l'altra delle due punte debba essere più prolungata in mare.

Ebbene, vi è bisognato niente meno che tutta l'autorità di un Brighenti per correggere questo sacrilegio d'arte; ma non è stata sufficiente, mentre ancora vi sono de'contrari ad una verità tanto manifesta.

LETTERATURA

Ragionamento del p. Antonio da Rignano intorno il Cristoforo Colombo di L. Costa; recitatane parte in Roma nella tornata del dì 21 di agosto 1848 nell'accademia tiberina.

. . . . Arrivato il Colombo . . . .
Fiammeggiò più sereno il sole istesso
Quando a fraterno amplesso
Stese Europa ad America le braccia;
E sui cupi del mar gorghi profondi
Allora in fronte si baciâr due mondi.

Celesia, CRISTOFORO COLOMBO.
Milano, 1843.

Unus erat mundus: duo sint, ait ipse: fuere.

Gagliuffi.

Uno era il mondo: e', duo sien, disse: e furo.

Traduzione dell'egregio mons. Muzzarelli.

Scosse ai portenti di sì belle imprese
Posar vedrai quì molte intrepid'alme;
Quì surgeran del tuo spirito accese
A nuove palme.

Panciera di Schio, AL SEPOLCRO DI C.
Genova 1846.

Tu spiegherai, Colombo, a un nuovo polo
Lontane sì le fortunate antenne,
Che appena seguirà con gli occhi il volo
La fama, ch'ha mille occhi e mille penne.
Canti ella Alcide e Bacco; e di te solo
Basti a'posteri tuoi ch'alquanto accenne:
Chè quel poco darà lunga memoria
Di poema deguissima e d'istoria.

Tasso, Gerus. lib. c. 15 st. 32.

I.

È facile il pensiero, e viemmi in acconcio d'incominciare questo mio discorso con tal concetto, che è in sostanza il principal divisamento, a cui mira il *Cristoforo Colombo*, del quale or tolgo, quant' io so e posso, ad esporre dinanzi a voi, illustri accademici, gl' intendimenti, la tessitura ed il valore. Il pensiero è che sopra tutt'i vantaggi, i quali arrecò ad umanità con la sua sublime scoperta del nuovo mondo il Colombo, vuolsi specialmente considerare il maggiore, che è come la cagione o la fecondità di tutti; cioè quello, ond'ei si propose ed ottenne di portare la divina salute del Cristo delle genti a quei

. . . miseri fratei non perdonati
Dell'antica malizia . . .

i quali nelle opposte parti del mondo, che scoperse, da tanti secoli si giacevano non che a tutto il mondo civile ed alla chiesa di Cristo, ma sino a se medesimi sconosciuti. E ben si può dire che recando nuova vita a quei meschini, fece eziandio di quella tanta parte della terra dono all'umanità, al *vecchio mondo*: più ad Europa: massimamente alla chiesa. Chè l'umana famiglia acquistò, o, direm più vero, trovò fratelli, che erano cotanto straniati non che dalla comunanza, ma dall'indole di umanità; non uomini veri, sì animali veramente insensati; selvaggi viventi ed erranti a mo' di bestie, in regioni bellissime non allegrate dagli splendori dell'intelligenza,

non consolate dalle armonie e dalle beatitudini della civiltà e della religione. E 'l vecchio mondo, dianzi sì angusto e quasi misero, certo rispettivo e come spaventato al cospetto delle *colonne d'Ercole* e dell' ultima *Tule*, allargò di subito i suoi confini, e con essi alzò i concetti e le speranze, e si accrebbe le grandezze ed i tesori; dischiusa l'infinità dell'Oceano all'ardire delle imprese, ed alle ansietà degli umani affetti: e l'Europa più che altra regione della terra n'è sì lieta, sì potente e magnifica: e 'l divin gregge di Cristo ampliò il suo ovile, più veramente che non innanzi, dall'orto all'occaso, dall' uno all' altro confine dell'orbe terraqueo; la chiesa in effetto chiarita universale, superati i ricinti di Europa, dell' Affrica e dell'Asia. Certamente (e chi innalzerà il velo, onde si avvolge il mistero de'divini giudizi?) per innumerabili secoli quelle terre e quei mari e quelle isole, travolte nelle tenebre dell' ignoranza, segregate dal civil mondo, quasi non mondo di umanità, non figli del comun padre Adamo, non regno di redenzione, non capaci di umano consorzio, non destinati alle grandezze ed alle soavità della civile comunanza dell'uman genere; non sentirono e non videro, e, senza un Colombo che fosse la lor colomba noetica, non sentirebbero ancora e non vedrebbero la benefica e splendida luce del cristianesimo e della civiltà. Il Colombo salvò quelle genti misere: pel Colombo quelle genti cominciarono ancora esse il lor movimento di vita civile: pel Colombo l'azione della civiltà principiò propagarsi liberamente, rapidamente ed universalmente per tutta la terra: da lui gli auspicî della universale unità e fra-

tellanza dell'umana famiglia; cresciuta ove era, insinuatasi ove non ardeva e si rimaneva come scintilla nella selce, la potenza del progressivo svolgimento dell'umanità. Imperocchè la civiltà, o signori, (non è mai abbastanza che si ripeta e dichiari un tanto vero!) sì come per moti di scambievoli azioni simpatiche degli umani affetti (tale è l'indole di umanità), non si svolge e non rampolla dagli animi, dentro da' quali n'è riposto il germe, se non allo scontro, e vuol dire allo scambievole vedersi ed intendersi e toccarsi degli uomini. I quali, soli, son sempre animali salvatichi; in unione ed usanza fra loro, l'uno all'altro si porgono incitamento, inspirazione ed informazione ad intelligenza e ad amore: e però chi gli uomini disunisce promove la barbarie; chi li disgrega, e l'un dall'altro separa ed allontana, sospinge l'umanità allo stato, alla miseria, allo spaventevole dicadimento del suo essere nobilissimo; che quindi si travolge nel primitivo guscio, d'onde è suo destinato che si sviluppi per rappresentare su la terra la potenza del pensiero, l'armonia dell'amore, la grandezza e la bellezza della immagine di Dio. Che se l'individuo è chiuso ne'sacri ricinti della famiglia, l'armonia e le scambievoli amorose corrispondenze delle famiglie compongono in mirabili unità morali le grandi famiglie degli stati: i quali per simil modo, per condizioni (poste da natura inviolabili) di terre, di monti e di mari, ristretti in certi confini, ed allargandosi e giugnendosi tutti l'uno all'altro, come vuol necessità od utilità pubblica, con mutue relazioni e comunicazioni di grande società, raccolgonsi in fine tutti in

una sola ed immensa famiglia, qual' è la solenne famiglia di tutto l'uman genere, avveratasi l'universale fratellanza di tutti gli uomini. Ed a questa inenarrabile felicità dell'umano genere a punto si operò, e, come per un apostolato de'più stupendi che vidersi compiere nel mondo, lei augurò primo, ed in gran parte felicemente e maravigliosamente effettuò, Cristoforo Colombo: imperocchè (se altro non fosse) l'apostolato della parola e della fede di Cristo, che ancor sì fruttifero continua in quelle regioni, e sì il progresso della civiltà ivi e da per tutto in se stessa crescente e per sua medesima virtù diffondentesi e propagantesi, a che mai riuscirebbero, se, chiuse ed insuperabili le sue porte, un mezzo mondo si giacesse nelle dense sue tenebre, a rischiarare le quali, tanto più impenetrabili quanto ignote, neppur cadevane in pensiero il generoso desiderio nel mondo illuminato? E tale impresa ed apostolato del Colombo descrive e canta Lorenzo Costa; sì a laude di un tanto eroe, che per istudio, e non a caso operò tal prodigio, ma sì ad un tempo a conforto degl'italiani (e n'hanno, e n'avranno lungamente bisogno), che, ad esempio di tanto ardimento d'un'anima italiana, anch' essi, viva Dio, si sveglino ad operar cose grandi.

II.

Quest'uomo tanto grande, quanto è famoso, il quale empie del suo nome e della sua gloria (1) non una provincia, non un regno nè una nazione, e non una parte, ma l' uno e l' altro emisfero del

globo che abitiamo, bene è gloria somma di Genova altera, in cui par certo che nascesse; bene è singolar vanto d'Italia, che sì giustamente in sè stessa se ne esalta; bene è grandezza di tutta Europa, da'cui porti mosse e giunse portatore di nuovi destini agli antipodi: ma dico il vero, che più d'assai che le materiali estensioni del mondo; della fama e del nome e del solenne beneficio ed ardimento del medesimo, vuole empirsi e si empie, e vuole celebrarsi e si celebra l'ideale immensità delle beatitudini dell'uman genere e de'progressi e de'conquisti e delle manifestazioni del Cristo di tutte le genti: chè a tali immensità a punto aprì il guado la stupenda impresa del Colombo. E dissi testè ardimento: imperocchè, quantunque ei sorgesse in mezzo agli uomini in tempi che per moti di lettere e d'imprese i semi del nuovo avvenire di umanità cominciavano potentemente a svolgersi; ed ogni dì più (gli uomini l'uno all'altro accostantisi) procedeva umanità a collegarsi in unità di una sola famiglia, un gregge solo l'uman genere, un solo ovile la chiesa, un solo vincolo di fraterna concordia la civiltà santificata dalla carità; pure ancora sì poco eransi i popoli a quei dì allargati fuori e lungi de'nativi lor covili, che a mala pena principiavano l'un l'altro conoscersi sin quelli, che pur di fama almeno eran noti; tutti già ristretti, ed anco mal noti, dentro da' confini ancor essi mal diffiniti, e non ben conosciuti del vecchio mondo. Ondechè sì largo campo di mari e di altri continenti, e di isole, rimaneva non che a percorrere, ma a sapersi che esistessero, oltre il Catài, e le isole del mar etiopico, ultimo ardire

del marittimo coraggio de' portoghesi. Chiudevano i mari del nord (di ponente) le colonne d' Ercole, l'Islanda, la Groenlandìa, l'Estotiland, la Vinlandìa; nomi a'navigatori più temuti che noti, argomento di ammirazione in uno e di favole e di paure. Ma veruno si osava di credere alla esistenza di un altro mondo al di sotto (di antipodi) al vecchio mondo; antipodi maladetti, e sino come quasi scomunicati; impossibili a pur concepire, quando la terra tenevasi essere una grande estensione anzi piana che sferica; lontanissimi le millanta miglia tutti gli uomini dal (non che altro) suspicarla sferoidale, e tutta come cinta di mari, così sparsa d' isole e di continenti, abitata da uomini nostri fratelli. Il più grande de' pensieri e degli sforzi dell' ardir delle imprese di quel tempo, era, che per mercar *specierìe*, come parla il celebre Toscanelli (consultato dal re di Portogallo, e quindi anche dal nostro Colombo), si chiedeva d' ire alle Indie per via men lunga di quella che era lunghissima pe'mari dell'Affrica in levante. E nonchè la scoperta degli antipodi, ma ire alle Indie a mercar spezierie pe' mari di ponente, pel grande Oceano, per l'Atlantico, era

Sogno d'infermo e fola da romanzo (2).

Ora il Colombo in mezzo a quegli ardiri, in quel tanto commovimento degli animi, in quelle questioni di alto affare marittimo, vero Galileo, vero Newton della scienza della navigazione, grande e solenne d'intelletto, d'animo capace della immensità de'mari che circondano la terra, là ove altri vedeva

limiti insuperabili della superficie del globo, o inorridiva paure e spaventevoli abissi dell' Oceano, ei vedeva o indovinava isole e terre e tesori di natura nuovi; ed uomini nostri fratelli disgregati dal consorzio del civil mondo, al quale sì per natura appartenevano, e sì per redenzione civile e religiosa eran da aggiugnere e guadagnare. Insin da fanciullo (sì fatto era da natura) è fama (e tal il dipinge il nostro poeta) che l'impeto forte e come prepotente delle inclinazioni e delle inspirazioni del suo spirito, spesso spingevagli e lanciava in cotali o simiglianti strane e nuove lontananze i sentiti ed ancora mal noti desideri. Onde in fin da prima il mestiero del navigare non è per lui che l'arte e lo studio di tentare le forze, le vicende, le direzioni, i nuovi regni del mare: e'l genio, che il menava, già una volta il condusse verso ponente, fin oltre l' Islanda; chè a quei nuovi pericoli sospingevalo l'inspirazione del nuovo ardire. E si afforzava dì e notte ogni dì più, di meditazioni, e di studi (3). Udiva gli ammaestramenti del fratel suo Bartolomeo, a quei dì cosmografo eccellente; rapiva le memorie del suocero Perestrello, arditissimo de'portoghesi navigatori; ficcava e volgeva l'occhio nelle *carte* ed attorno i *globi* geografici; faceva tesoro de'racconti e degli esperimenti di questo e di quello; poi guardava alla facile convessità del mare; viaggiava col rapido pensiero; tentava co' desideri le sue imprese; segnava le esperienze, gli errori, e le speranze; notava e in mille e cento modi correggeva e addirizzava nella *carta* le vie dell'Oceano; interrogava in secreto il suo animo, le tradizioni, gli oracoli, le sospizioni degli antichi; delle favole rideva;

delle paure e de'mostri marittimi e degli abissi dell'Atlantico non si spaventava; l'*orbem terrarum*, che pur dicono le stesse divine scritture, non isfuggiva di considerare: e, quali che e'fossero, pigliati i conforti dell'italiano Toscanelli (4) astronomo rinomatissimo, vinto lo spavento di essere, non riuscendo, raumiliato e come infamato quasi vano avventuriere (5), affidato del suo presentimento che l' alta idea non fallirebbe alla gloriosa meta; dopo tanti studi e tante cure e tanti marittimi saggi, d' altrui nuovi ed arrischiati e notissimi, e suoi propri nuovissimi ed arrischiatissimi; si risolve del pensiero che alto e continuo lo premeva; ond'eccolo sicuro navigare con tutta la potenza del suo genio il grande Oceano, infino agli antipodi che indovina, anzi vede e tien per certissimi, divinatore del nuovo mondo. Le quali conclusioni del suo mirabile speculare non sogni di farnetico senza intelletto, non ambizioni di animo vano senza carità dell'uman genere, ma erano inspirazioni del suo genio che sentiva la verità innanzi la dimostrazione, e si apriva ed allargava con gli affetti a beneficare e ad abbracciare fratelli che e' non conosceva, e de'quali par udisse in fondo del suo cuore i dolorosi gemiti, onde imploravano il lume della civiltà e le consolazioni della fede di Cristo. Le quali rivelazioni a soli i supremi genî si aprono: e'l Colombo fu de'grandissimi; tanto più sopra tutti grande e solenne, che e' *solo* a quei dì al mondo, contro alla ignoranza superstiziosa de'sapienti del suo tempo e contro alla orgogliosa ignavia de'potenti, e concepì e tenne l'indomabile ardire di lanciarsi attraverso ignoti mari, guidato dal solo

pensiero e dal coraggio della sua idea, ad un mondo che e' non sapeva di sicuro, e solo indovinava, o piuttosto immaginava, ma certo chiarissimo vedeva nella immensità del suo concetto. Ma a viemmeglio conoscere l'economia degli ordini della provvidenza nello svolgere l'intelligenza e le sorti dell'umanità, vorremo da ultimo quì avvertire che per animo singolarmente grande che sortisse il Colombo, non sì venne però alla vita, e non talmente augurò il solenne e nuovo avvenire di tutta la famiglia dell'uman genere, che innanzi a lui studi, ed uomini, e preparamenti non fossero, onde sì alto quindi spiccasse il volo per le vie della speculazione il suo raro intelletto. I rapsodi in Grecia produssero Omero: i cento giullari e poetelli provenzali ed italiani dell'undecimo e duodecimo secolo, precessori di Dante, ci condizionarono ad avere, o piuttosto ci annunziarono la venuta, cioè l'apparizione di quest'astro miracoloso della nuova letteratura, nonchè d'Italia, ma di Europa: la smania e'l progresso del filosofare del decimosesto secolo ci fecer lieti e sì ricchi dei Galilei e dei Newton: e sì il volgo de'navigatori massimamente portoghesi; e gli studi di Marco Polo italiano; e le ansietà di quel tempo di portar oltre in nuovi mari le vele; e' l dado gittato del gran giuoco degl'intelletti a trovar nuove vie alle Indie, senza neppur pensare a scoperta di un nuovo mondo; ci condussero alla gloria del Colombo, che, posto quel problema, oltre ogni espettazione più ampiamente che non altri si divisava, lo prosciolse, indovinando e scoprendo un nuovo mondo.

III.

Or poste e chiarite queste cose in su i generali, a tutti certamente note, ma qui necessarie a ricordare, per entrar nel magisterio del poema che canta questi ardiri di Cristoforo Colombo; potremo innanzi tutto domandare: In prima, Lorenzo Costa, cantore del Colombo, si è bene apposto in rispetto a'bisogni ed agli amori d'Italia del suo tempo, prima del 1846, quando tolse a scrivere tal poema, scegliendo materia alla sua poesia le imprese di un navigatore? Secondo: È soggetto eroico e da poema veramente epico il Colombo? Terzo: Ha soddisfatto il Costa e al debito di poeta civile verso la patria, e sì a quello che la patria avea a soddisfare verso il Colombo, ed alle necessità infine e al decoro dell'arte poetica? E da quel che diremo (s'io non m'inganno) si conoscerà ad evidenza, che il Costa ponendo mano all' opera, infin dal principio, anzi dal concetto e dagli studi del suo lavoro, ottimamente e da se si soddisfece del sì alle due or dianzi da noi premesse interrogazioni; e bene a tutte le parti della terza corrispose nello eseguimento del poema, come si farà manifesto dall'analisi critica che ne daremo nel presente discorso.

§. 1. *Studi ed intendimenti del Costa.*

Interviene soventemente di alcune poesie, anzi ad ogni maniera di opere d'arti, tutto forbite e appuntate ad ogni rigore di regole, che, a vedere, non

puoi non dirle perfette in quanto alla forma esteriore; chè di verun neo non trovi da accagionarle; e quasi t'indurresti a chiamarle belle; conciossiachè *vitavi denique culpam*: par che ad ogni cosa ti senti gridar dall'autore. Ma ad affisarle con tutta l'intenzione degli occhi e dello intelletto, badando a quello che non l'arte, ma dà l'ingegno e l'inspirazione, ti avvedi che le sono anzi non deformi che belle, e se belle, una bellezza non viva: contro a cui non hai forse da apporre, ma non ti tocca, non ti scalda, non t'innamora: dinanzi dalla quale sosti sì come dinanzi ad un cadavero, ben composto delle membra, ma senz'anima. E però con tutto lo studio adoperatovi intorno, a quell'autore, soddisfatto da una parte dell' avere sfuggita ogni colpa, gli accade che la sua opera non piaciuta a nessuno, od a pochissimi, non frutti veruna consolazione di laude; onde gli è forza infin che se ne pianga: *Non laudem merui.* Or il venosino, accennato a tale sconcio di opere non viziose, ma sì ad un tempo non lodate, si avvisò per avventura d'insegnare quello che è sì vero, e di frequente incontra agli uomini di avvertire, che non è laude se non dalla perfezione; la quale non è, ove manca la sostanzial forma della verità e della vita che spiri spontanea, pronta, vivace, chiarissima da ogni punto e sin dalle ombre, dal colore e dalla movenza della esterior forma. E per ciò conseguire, a fin che gl'ingegni non vagassero smarriti nell'ampiezza della tanta e tanto fuggevole e dilicata e poco men che impercettibile varietà e verità della natura; la qual sola vuolsi togliere ed è a sommo tipo d'ogni verità e bellezza nelle opere dell'arte; quel leggida-

tore della poesia proponeva senza più a' romani: *Vos exemplaria graeca nocturna versate manu, versate diurna*: i quali sì al vero della natura si avvicinarono; del quale si rimasero in opere d'arte tipi, quanto forse la natura, inarrivabili, ma, come fatture d'uomo, all'umano ingegno più accostevoli.

E sì il Costa, togliendo a tessere e colorire la sua tela poetica, la qual figurasse agl'italiani in volgare eloquio un fatto italiano, dichiaratamente ci dice che ebbe dinanzi da'suoi occhi, sì in prima il final proposito di eccitare gl'italiani all'ardire delle grandi imprese con l'esempio d'un fatto « dove alle » glorie casalinghe e speciali si accoppiasse l'impor- » tanza d'avvenimenti gloriosi a tutto il genere uma- » no »: ma sì ancora intendendo « che la sostanza » dell'opera e gli stessi particolari, in cui l'ufficio » dell'arte si manifesta, ritraessero dalla castità degli » scrittori, che l'antica Roma illustrarono (6) ». I quali se furono a'greci inferiori come discepoli, ben, imitando quelli, si meritarono di venire anch'essi, come quelli, da'lor nipoti imitati: recenti, ma egregi modelli, a noi più vicini e forse più propri; lor figliuoli che siamo ed eredi, non pur nella forma del dire (7), ma ancor più per avventura dell'essere, e nella gloria del nome. E ciò vuolsi intendere in quanto almeno per mutar tanto di stagione e di vicende non ci disformammo dal tipo di tal progenie latina; scherniti (pur troppo!), come da quella tralignanti, dagli stranieri; e sovente anche da' nostri; a' quali nondimeno a quando a quando egregi fatti risposero, ed ora (benchè forse infelici) recentissimi rispondono chè, al dire del Petrarca: « *L'antico valore*

negl'italici petti non è ancor morto ». Ed a quella forma e a quel vigore ci richiamano i savi; ed a quella energia par che ritornino le generazioni. Ed innanzi che a tal vitale potenza si riscotesse il nostro bel paese, uomini erano, i quali formavansi in lor silenzio a quel tipo antico, educando e nudrendo con generosi studi la nativa tempera, pelasgica, od italogreca, al dir del Gioberti; uomini del passato e del tempo avvenire (8): nel numero de'quali sì per lo forte animo e sì per la solennità de' forti studi, io non dubito, signori accademici, di contare fra i primi, certamente non ultimo, Lorenzo Costa, ligure poeta. Imperocchè a punto un sentir forte e dignitoso, un andar grave ed altero, ed alcuna volta sdegnoso anche e quasi fiero, un parlar tondo e magniloquente e, quando accade, dolce ed amoroso, ma non sempre facile, non mai femminile, sì piuttosto arduo e profondo, quale si acconciò sì mirabilmente alla romana toga; se il corto veder mio non m'inganna; io posso ben dire di ammirare nel poema del ligure illustre. Io certo sì l'ammiro. Anzi qui voglio saper grado pubblicamente all'egregio e diligente ricercatore di occulti veri nel nostro gran Dante; voglio dire al P. Ponta, onore della congregazion somasca, il quale primo diemmi amorevole invito e stimolo, ch' io volessi (come già egli nel Dante) ricercare e disascondere le intime bellezze del *Cristoforo Colombo*. Perciocchè veramente, guardando bene addentro in tale opera d' ingegno, in tutte sue parti per minuto e nella composizione ed armonia e forma interna ed estrinseca del tutto, intendimento e condotta, colori e sostanza, opportu-

nità del final concetto dell' autore, ed eseguimento dell'opera; non posso a men di dire che mi sortì cagione di piacer non comune. E tornandovi sopra dopo lungo intervallo di tempo, ed udito anche intorno a tal poema alcun giudicio sì autorevole ma per alcune sue parti sinistro, confesso il vero che nè il tempo mutato, nè le preoccupazioni di tal voce potettero impedire che eguale ed anzi maggior diletto non mi arrecasse all'animo la lettura e, dirò meglio, la contemplazione e lo studio ch'io vi posi per gelosia del vero. E dissi adunque, in quanto a me: Questa è tal poesia,

Iudicis argutum, quae non formidat acumen.
Haec placuit semel: haec decies repetita iuvabit.

Non essendo lontano nè pur io dall' asserire, come altri del *C. Colombo* asserì dottamente in lungo e sottile *Comento*; tali versi e tal poesia del Costa tanto riuscire e riuscirà in piacere a'veri amatori dell'alta poesia, quanto più si legga e si mediti; e più forse che a'presenti sia poema che grandemente gusterà a'futuri (9).

Già da molt'anni volgeva il Costa in sua mente il generoso proposito di eccitare con nobili esempi a magnanimo sentire gl'italiani. Gli parve ed era magnifica l'immagine d'un Andrea Doria, tanta gloria d'Italia; e vi applicò l'animo, avvisandosi dipingerne le geste con l'armonia de'versi latini; tanto simigliante che fu quegli di opere e di tempera agli antichi eroi del campidoglio. Ma egli italiano volea scrivere per italiani, pe'molti, non pe'pochi: e scelse

più ampia tela poetica di comune e facile intelletto: e benchè di alto proposito per forza d'animo a tal fine necessaria, pur in documento di prudenza e di sapienza, a qualunque gran fatto opportune e convenevoli: adoperativi colori, dirò così, popolari in linguaggio che tutti intendessero, e per eroe a tutti venerando e notissimo, in impresa che tutta comprendesse l'umana famiglia, e gl'interessi dell'umanità, e quelli del cristianesimo. Il Costa si travagliava affannato intorno a tale immenso lavoro (che consacrava al bene d'Italia), quando ogni verso per avventura, ogni immagine, a cagione della tristizia de'tempi, costavagli un sospiro, una lagrima, ed un pericolo! Se non che alcuno quì domanderà: A che nuove poesie? E veramente se noi consideriamo i versi come ornamenti e gioie o nenie delle accademie: *Versus inopes rerum, nugaeque canorae*: (e tali in un fascio, troppo ingratamente, io credo, altri sentenziò che fossero!); con ragione la poesia vorrebbesi bandire da ogni ben ordinata repubblica, la quale non canonizzi i beati ozi, ma solo attenda a'gravi fatti della civile sapienza: ed assai meno opportuno accaderebbe il poetare in tempi di maggior uopo, se ciò non fosse per isfogamento di pianto: nè da tal parere è da credere al tutto alieno quel divino Platone che la trattazione delle pubbliche e sociali faccende non volea turbata dal canto de'poeti. E certo ove è d'uopo d'azione, è importuno il parlare, e'l parlare, sì in prosa e sì in verso; se ciò non fosse ne' gravi e legittimi consigli: sì che ben disse testè alcuno de' fatti nostri « *Meno oratori, e più soldati* »; ed è ancora oggidì solenne quel detto

antico: *Dum Romae consulitur, Saguntum expugnatur.* Ma tutto ciò non ostante, senza dire che Omero poetando, nel suo Achille ed in tutt'i suoi eroi, non porse disutile tipo degli uomini e casi di guerra a' valorosi greci; e'l magno Alessandro si recava seco sin ne'campi di guerra quel poema indivisibile maestro e compagno; nè meno alla prudenza della vita privata giovò con l'Odissea quel « *signor dell'altissimo canto* » : e lasciato stare che nella infanzia e nell' adolescenza della umanità ogni civile non che religioso insegnamento ed inspirazion di coraggio si chiudeva nelle armonìe della poesìa . . . . dirò solamente che in men rimoti tempi eran gran parte eziandio delle imprese di guerra, per eccitarle e condurle, i non antichissimi bardi. Ond' io son di concludere che la poesìa, armonìa delle immagini del pensiero, espressione de' popolari affetti, manifestazione in veste vaga e sensibile de' grandi veri e de'beni che meglio importino all'umanità, non vuole scompagnarsi nè abborrire: anzi, com'è sua indole generosa ed alto suo destinato, vuole aggiungersi così alle più nobili inspirazioni dell' intelligenza, i cui oracoli deve divulgare, come a'più santi affetti di religione e di patria, che deve accendere e nudrire. Alla quale incombenza civile, che ha a compiere nel mondo la poesìa, guardò a punto Lorenzo Costa, quando applicò l' animo ed intese tutt' i nervi del suo robusto ingegno a ricordare agl'italiani con l'immagine e l'esempio di C. Colombo di quali imprese e di quanto nobile ardire, e con quali arti di magnanima prudenza, e con qual ricchezza di studiate speculazioni, ove voglia, sia capace il genio ita-

liano: cui pertanto a sua natural grandezza e virtù intendeva ad eccitare ne'giorni dell'alto sonno, che vilmente da tanti secoli si dormiva questa *vecchia ociosa e lenta*, come con figliale e generosa rampogna chiamò e riscoteva a' suoi dì Italia il cigno di Valchiusa.

§. 2. *Poesia della vita e dell'impresa del Colombo.*

Sarà dunque un Colombo degno argomento di alta poesìa? Di poesìe liriche si porse degno obbietto a tanti; testè a quel nobile ingegno del Celesia, che quì vogliam nominato per cagion di onore. Nè fia mai che un volatore per su l' ampia ed infinita estension dell'Oceano abbia da invidiare a' giocatori olimpici il suo Pindaro. Ma in quanto all'epopeia mi ricorderò della storia che diventò un mito, e si porse subbietto ad ogni maniera di epici canti; voglio dire la famosa, ma pur sì tenue spedizione degli argonauti alla conquista del *vello d' oro* in Colco. Certo più ampio, nuovo, immenso, e terribil mare fu quello che tentò primo il Colombo. E veramente la navigazione del Colombo non conquisto di poche terre ambite, non commerci di studiate usure, non possanza ed ampliamenti di stati, non fortuna di agiatezze, non glorie vane e dannose; ma ebbe in mira ed in effetto aggiunse lo scopo di ampliare il regno della scienza, di armonizzare gli affetti scambievoli di tutte le razze dell'umana progenie, di rendere all'umanità e al suo Cristo salvatore tanta parte de' figliuoli di Adamo che n' erano sì straniati, e di svolgere in somma e moltiplicare in

tutta la terra, con apostolato novissimo e straordinario, la civiltà e la religione della croce (10). Poi di vero la civiltà di Europa vi recò nuove miserie; ma i semi del vero, che si sparsero ivi, non perirono; e gli oppressori di quei nuovi fratelli dalla civiltà contro lor voglia cresciuta vennero oppressi, o piuttosto, come bruttissima schiuma, da quei nuovi mari ributtati; sol glorioso e salvo in tanto naufragio il nome del cristiano Giasone, che non morrà mai, anzi infinattantochè *il mondo non si dissolve* sarà l'onore della grandezza dell'umanità, e 'l vanto, senza invidia, de'due emisferi. Ma in che propriamente sta la poesia di tal personaggio, e di tale impresa? Nella immensità, nella novità, nell'altezza inarrivabile di tal concetto, che pur in mezzo ed attraverso d'infinite difficoltà, vero fato insuperabile per umana potenza, si mandò ad effetto contro ogni aspettazione da tal uomo. Il quale sì piccola creatura, ma tutto vita indomabile, cozza con la povertà, con l'invidia, con l'ignoranza, con l'insopportabile tirannide della derisione degli sciocchi potenti e fortunati del mondo; e vince sua idea, trapassando mari che e' non conosce, e i quali misura e doma innanzi di conoscere; volando a piantare lo stendardo della civiltà e della croce, il segno della vita e della libertà, là dove la turba degl' idioti e quella de' sapienti accennavano come a' regni della morte. Ecco il carattere di tal uomo missionario della Provvidenza: « Povero e sconosciuto gran tem-
» po; vagò per istrane regioni procacciando e li-
» mosinando la vita, non inteso dalla plebe, rifiu-
» tato da'signori, ludibrio de' savi e degl' idioti, e

» specchio di bontà e di costanza incredibile ». Oh! sì, in veruno mai forse tanto si avverò, essere una idea vera sentita e passionata, che volgesi in un grande intelletto, una potenza vera insuperabile: e davvero divine forze son le idee; quando sì come verità empiono di luce gl'intelletti, che quindi s'innalzano oltre gli usati termini delle comuni intelligenze; e sì come affetti, discese a commuovere ed a scaldare i cuori, conducono l'uom che le possiede a'miracoli dell'azione, a cui non è forza che resista, non ostacolo che dinanzi non isvanisca. E tale idea e simile affetto brillava in mente, e ferveva in cuore all'eroe de'due mondi: poesìa, alla quale altra non fu, e non è, e non sarà mai che agguagli: degnissimo del più sublime poema che mai fosse, nel quale non è tromba di guerra che introni gli orecchi, ma dev'essere armonia di vita e d'intelletto, di civiltà e di religione, che, arbor grande e divino, ampiamente copra tutta la terra. Ma il Costa colse a sì alto segno? Difficile tornava al medesimo il cogliere e stringere il principale e come a dire fatal nodo della tela poetica che, sendo la storia dell'eroe a tutti notissima, egli disponea e dovea sciogliere, servendo in un medesimo ed alla verità troppo volgare della storia, ed al lavoro in cui campeggiasse lo splendore della immaginazione e della poetica invenzione. L'animo del Colombo gli porse la cognizione del gran nodo della favola; ed a tal animo misteriosamente solenne tutte le fila e' vide che si appuntano dell' ampio tessuto. Era tal forza in quell' animo, che alle resistenze tante delle volgari superstizioni, delle imperfezioni della scienza,

e dell'orgoglio infingardo delle corti, che mai non crede all'ardire del genio; sol potente della sua idea in contrasto come a dire con l'universo, un mare immenso e spaventoso a cui abbandonarsi, un nuovo mondo al vecchio già incredulo promettendo, l'umanità, la religione, e, per possibili tesori a trovare, sin il riscatto e'l conquisto proponendosi della tomba di Cristo; oh! tale idea, io dicea, tal proposito ed animo, se alle sempre nuove difficoltà in cui ad ogni ora si avveniva, come uomo, alcuno instante sentivasi venir meno; quindi, quasi divino, ognora più s'accendeva ed ingagliardiva, chè il pensier suo si derivava da certa tal quale suprema rivelazione. E quì dunque, cioè sol quando pare che il concetto e l'impresa si facciano e per semplice umana potenza siano insuperabili, avvisatamente, ove accade, il poeta introduce e adopera, a sciogliere ogni nodo, la divina intervenzione; secondo il precetto oraziano: *Nec Deus intersit, nisi dignus vindice nodus Inciderit.* La quale non è per fermo sì frequente come negli eroi di Omero, ma soccorre al Colombo, uomo e non semideo, allora che virtù umana d'intelligenza a concepire, o di coraggio ad eseguire, non arriva l'altezza d'un pensiero più profetico che dimostratore, e non si adegua a difficoltà umanamente non superabile. Ma e in questi intervenimenti divini o per inspirazione dell'animo, o per beneficio di visione, o per apparizione di fantasime manifestati nel poema, viemmeglio si chiarisce l'animo altamente pio del Colombo, che è fatto degno e s'innalza agli splendori delle supernali comunicazioni; onde l'impresa e l'eroe pigliano eziandio di-

gnità e carattere di sacro. E sì vediam chiaro che il Colombo è da più che Achille, cui fatal decreto allontanava, e fatal decreto infin conduceva alla fatal guerra di Troia: da più che Ercole alle prese co'mostri ch'era suo destinato di distruggere: da più che Enea, che i fati trasportavano in lunga e travagliata peregrinazione di nuovi regni e mari, per fondar nuovo e quasi eterno imperio nella terra de'latini. Ecco qual fu e qual veramente il Costa si pennelleggiò in sua mente il Colombo. « E chi non maraviglierebbe (e' « dice) ... considerando che un uomo di piccolo na- » scimento, ed allevato tra le pastoie di mestieri mec- » canici, per la propria energia si levasse in altezza » sì portentosa da sovrastare come gigante al suo » secolo? Egli indovinò le avverse parti del mondo, » non mari ciechi ed innavigabili, sì campi ameni, » e visitati dal sole che li riempie di fertilità e di » bellezza. Vide una diversa moltitudine vagolarvi » efferata, e non conoscente del Cristo, ma devota » alle false divinità con sacrificio di sangue. Gl'in- » crebbe de'miseri fratelli travolti dalle prime ori- » gini in tanta maledizione, e desiderio accesissimo » lo divorò di salvarli. Chiese soccorso a' potenti, » si tragittò di terra in terra dietro quella forza » divina che per ostacoli s' accresceva spandendo » l'ali più superbe e più generose, e corse l'oceano » sterminato, di là da'segni all'antico ardimento pre- » fissi; nè cattività di compagni, nè verni atroci, » nè calme infedeli, nè miracoli di natura impedi- » rono che due mondi non rannodasse in corris- » pondenza di religione, di commerci, e di civiltà ». E sì, lui ministro, noi diremo che i decreti del cie-

lo s'adempirono: sempre e da per tutto e' dicendo, quel che il cuore gli parlava sì alto esser divino; divino il pensiero; divina la sua missione: e di là veramente venivagli « *ove si puote ciò che si vuole* »: e però fermo in sua fede, vinse il proposito; benchè sì duro ed incredibile, ma non mai disperato infino alla terribile notte, a cui successe il più stupendo e glorioso de'suoi giorni; giorno per tutt' i secoli futuri a tutto l' uman genere gloriosamente memorando. E 'l poeta dipinse assai maestrevolmente tanto animo, e le difficoltà tante che gli si attraversarono per terra e per mare, e nelle corti de' principi, e presso le ciurme del suo naviglio, e innanzi e nelle gioie e dopo la gloriosa scoperta del nuovo mondo; figurandoci l'uomo anzi unico e divino al mondo che raro ed umano; di cuore e di presenza, e saviezza, e di modi *regalmente* sublime: e pur imitabile; sempre sereno e nobilmente altero; sempre impavido e prudente, benchè talvolta dubbioso; ne'casi inopinati avveduto; umano e dignitoso e, accadendo, terribile, ma giusto e discreto co' ribelli ed audaci; semplice, ma non men de'regi maestoso dinanzi a're; sorridente, amenissimo, veramente padre a'selvaggi; e in Dio confidente, alla fede di Cristo nell'amore dell' umanità religioso, d' aspetto sempre venerando e patriarcale. La qual semplice e grande idea dell'eroe, concetto generatore massimo del poema, il poeta quindi veste di squisita varietà, pari al soggetto, limpida e sgombra d' impacci, raccogliendo e rannodando in armonica unità di pensiero e di forma quanti mai di tempo o di luogo o di persone e cose cotanto diverse, incontra di

ritrovare per via, e vede giugnersi accidenti che dian lume e rilievo al massimo pensiero. E quindi abbondano come le scene della narrazione, così i morali e politici documenti, onde dilettando si avvisa di ammaestrare. Ma final divisamento, a cui mira la composizione del poema, è sì certo la scoperta d'un mondo ignoto e nuovo, ma per giugnerlo al consorzio ond'era sequestrato del resto dell' umana famiglia; e più avvisatamente perchè il nome e l'imperio di Cristo non più sostasse alle antiche barriere, cui segnava l'oceano, ma oltre, sino alle opposte sponde, si allargasse, e girasse, ed accerchiasse, e facesse lieto, come già il sole, dall' orto all' occaso, e dall' occaso all' orto il mondo. La quale impresa, pia tanto e generosa, vince il Colombo: e vinta, a Dio con mirabile inno la consacra: e trionfatore ritorna, non tanto, come ben descrive il poema, alle meritate gioie de' regali torneamenti, che gli festeggiarono in Spagna i monarchi Ferdinando ed Isabella, quanto al dolore immeritato delle catene, che la storia va esacrando, le quali preparogli e gli strinse la calunnia sempre nemica d'ogni merito infino a che nol subissi. E la storia, i monumenti, i due mondi bene in mille e cento modi vendicarono e continuamente vendicheranno tale onta: infamia agli avversarî d'ogni grande virtù! Ma sopra tutti col suo magnifico poema di sì lunga e robusta lena, non che il sommo eroe, ma l' amore e l'onore del mondo, e più dell'Italia, onorò il Costa; sì placando le giuste ire d'un Giordani, che del Colombo in patria sua non abbastanza onorato non ha guari amaramente si piangeva. Ora degnamente è

onorato il Colombo; almeno, come il Costa si andò divisando, in augurio di maggior tromba, che dopo la sua per avventura sonerà. Imperocchè egli è vero che sopra tutti i ricordi e i monumenti, i canti de' poeti immortalano le geste degli eroi. La parola, figlia ed immagine del pensiero, è immortale: e la poesia, virtù divina della parola, parola di celeste inspirazione, non è solo immortale, ma consacrazione e tromba d'immortalità che suona perenne « *quanto il mondo lontana* ».

§. 3. *Analisi del poema.*

Ma quantunque il fin quì discorso non sia in somma che la ragion ideale ch'io ho scorto nel concetto e nella condotta del poema del Costa, non posso ciò non pertanto fare a meno di entrare nelle minute cose di esso, e l'una dopo l'altra considerarne le parti, in prima per rilevarne le speciali bellezze, e quali e quante esse siano, poi per coglierne le rispondenze in armonia di varietà che accenna e si stringe nell'unità dell'azione e della espressione del poema.

Primamente impertanto avvertiremo (come or dianzi toccavamo) la modestia del Costa, quando acciatosi a tal' opera di descrivere in poema le geste del più solenne uomo che mai fosse nella storia moderna in Italia, e'non per tuttociò credette di arrivarne l'altezza; ma sì bene « *con picciol suono*, e' dice, *farò preludio a quell'eroica armonìa* » onde altri con più largo tesoro di poesia, quando che fosse, all' italico, non so s' io dica Ulisse o Giasone, che

l'uno e l'altro fu il Colombo, sorgerebbe a cantarlo Omero novello. Ma veramente siam di dire che anche sorgendo la felice tromba, che pur tanto un Alessandro invidiò ad un Achille, in quella tanta e nuova gloria del Colombo non sarà senza lode e senza gratitudine degli animi ben fatti l' ardimento non infelice, e lo studio di sì bella opera fecondo del ligure cantore.

Il Costa partì in VIII libri il suo canto. Fine occulto e come anima del poema, l'informare di vari e grandi veri ed affetti gl' italiani, a fin che si eccitino ed innalzino a grandezza: e questo fine è segno a cui mira ogni morale e politico documento, e l'esempio delle tante virtù del Colombo, e d'altri personaggi che figurano nel poema; non dischiusi gli orrori di quei vizi che in alcuni altri condanna. E'l poeta però a punto si elesse eroe di pace, non di guerra; per cui più largo spazio gli si parasse davanti, da più largamente informar gli animi di civile coraggio nel proposito di una grande idea: onde ogni possibile ammaestramento, sino per donna, sposa d'un virtuoso, inchiuse nel suo concetto: nè mancano rampogne a' molli; nè ristà dallo svergognare o l'ignoranza de'falsi sapienti, o le turpitudini de'cortigiani; e'l vizio oltracotante flagella inesorabile; ed esalta magnanimo il trionfo della bontà e del vero.

Fine poi aperto, e dell'arte, è la redenzione delle genti del nuovo mondo, e sì in uno l'ampliamento del regno di Cristo, e l'affrettarsi e crescere all'unità d'una sola famiglia la gran famiglia dell'uman genere. Pone il Colombo apostolo a tanta missione,

d'animo singolarmente grande e sublime. Ma uom per grande che e'sia, non basta a tanto straordinario apostolato: e però il poeta l'afforzò e'l fece miracoloso per celeste inspirazione, anzi visione; la quale gli si giunse mallevadrice dell'impresa, e porse irrepugnabile certezza ed evidenza al solenne pensiero: il quale e' ben sentiva fortemente vero nel suo animo; e n'udiva dalla storia qualche languida tradizione, e da'naviganti e dalla filosofia qualche incerto accennamento; ma tutto ciò era nulla a volerne far intendere alcun senso agli uomini, i quali l' ignoto piglian sempre o per impossibile (il meno), o per ridicoloso, o, che peggio è, per empio. E questo è come l'anima, e l'indice, e la macchina del poema. La cui azione adunque apre il poeta con una teologica, ma stupenda dipintura della creazione, ove non è men filosofo pio e sapiente, che poeta.

Incominci da te l'italo canto
Che l'unità misteriosa intrei
Nelle dive persone, eterno padre,
Eterna sapienza, eterno amore.
Tu solo in te medesmo eri beato,
Perfettissima idea, sommo principio
De'possibili effetti, e voce alzasti,
Che dentro rimbombò dal freddo nulla,
O padre onnipotente. Udian le prime
Angeliche nature ancor non nate
Il comando supremo, e una giuliva
Corona ti cingea di contemplanti
L'ineffabil virtù che senza tempo
Il mar dell'improvviso essere apria.

Allor balzò nel solitario vano
L'indigesta materia, adro caosse.
. . . . . .

Ad ognuno è dato qui il vedere non solo la solennità della poesia, sì difficile a mantenere in argomento di tanta astrazione dalle cose particolari, ma l'ammirare ancora i puri e profondi sensi cattolici dell'autore, che sì distrettamente nel fatto della creazione si è attenuto alle forme della cosmogonia mosaica. E pur con scienza geologica moderna; toccando de'moti e delle trasformazioni indotte dalla legge cosmica nella materia informe, d'onde

Uscian i monti come gregge in danza
. . . . . .
E Gioivano le glebe su per l'ampie
Convalli ignude e per gli aerei poggi
Odorato di molto aprile un verde
Manto si distendea, cui bionde messi
E dipinti fioretti e rugiadose
Poma soavi eran le gemme e l'oro
. . . . e un infinito
Popolo di viventi affaticava
Le mute solitudini de'campi
E l'aria e l'onda . . . . .

mira da ultimo estatico all' uomo, re della natura; dicendo:

E l'uom dritto levato e riguardando
Il suo tranquillo e gaudioso regno

La fronte rivelò che di se stesso
Il divo esemplo suggellar si piacque.

Ma per ciò che l'opera vuolsi affrettare al suo segno, quì il poeta si esclama, accennando al fallo di Eva:

O fortunato! se colei che troppo
Fu d'ogn'ombra e divieto impaziente,
Non l'avesse giammai con un sospiro
Fatto agl'inganni suoi pietoso e reo.

Onde ecco i mali inondare tutta la terra, sì che infin

. . . la rapina
De'convulsi elementi, in stranio loco
Disseminò per lo mondan deserto
La disgiunta famiglia

Chè qui dovea condurre i nostri pensieri, cioè a quei nostri fratelli dell'opposto emisferio tanti secoli già lungi da ogni civile consorzio, e da ogni speranza o segno di redenzione.

. . . Ma il dì verrà . . .

(Si continua; accennando a' benefizi dell'umano riscatto dopo lunghi anni di servitù e di errore, operato dalla sapienza eterna, incarnata per « rinnovare l' umana gente » ancor *brancolante di notte in selva fonda Fra mille inciampi* »)

. . . il dì verrà che tutti noi da tutte
Patrie de'venti ci unirem fratelli

tutti rilevati alla prima altezza « *Dell'origin beata* » tutti in un santo ovile accolti « *Sotto le vincitrici ali* » di Colui « *che ne creò, redense, ed ama* » ed a cui tutta la spirital vita « *dispersa in tanto cielo* » di vero in vero e di prece in prece innalzando i pensieri e gli affetti, fia che per ultimo « *levi interminato inno di lode* »; compito il progresso dalla provvidenza del creatore assegnato all' umanità. E cantato il poeta tale inno augurale, quasi

Vagito allor di bambinello in fasce

(in sul nascere del divino accoglitore delle genti) e poi)

Lamento estremo di campion, che solo
Per altrui libertà si vôta inerme,

(nel Calvario); onde infine, l'

. . Idolo della forza e dell'inganno
Cadde sotto le ceneri dell'ara
Che immane gli sorgea nel Campidoglio;

ed ivi pertanto

. . . di segni murato, e in bel rubino
Dalla vena de'martiri dipinto,
Il palazzo di Dio vi radicò
Su pietra inconsumabile voltando
Le quattro facce a'quattro venti, ed oltre
Le radiose stelle il suo pinacolo
Tanto levò che fu terreno olimpo

canta con magnifici versi il nuovo e più spiritale

apostolato *d'ogni salute* e *d'ogni* verità, per che grandeggia

. . . . . rimpennata
. . . . . a più mirabil volo
Com' aquila real . . . . . .
. . . . . .
De'popoli regina Italia e Roma.

Donde esce ed escirà continuo il grido della universale civiltà del mondo: e sì manda e segue i propagatori d'ogni principio del bene dicendo:

Itene . . . . per diversa plaga,
Sommi intelletti, e collegate in uno,
I membri dell'uman corpo divisi.

Ed a tal fede a punto s'inspirò, ed in tale missione confortossi « *un gran messo di Dio* » la cui grand' anima

Pinse fuor delle cieche ombre mortali
Il guardo rapidissimo . . . . .
. . . . . .
E pietà gli fu sprone, e dritto zelo
De'miseri fratei non perdonati
Dell'antica malizia . . . . . .
. . . . . e fuori apparve
Con insoliti rai . . . . . .

portando infin da natura animo singolarmente temperato nel genio di pensare e fingersi eziandio fanciullo « *la mondial figura* » in « *volatili carte insiem conteste* »

E i fiumi e i laghi e le marine e i poggi
E l'isole notarvi, e i quattro venti
Con veloce intelletto . . . . . .
Ed ancora . . . . . fu visto
Lungo i lidi vagar presso la sera,
O starsi in cima del veron paterno
Tacito e solo i roscidi tramonti
Contemplando così quasi dicesse:
Quanta invidia ti porto, o sol, che vai
A gente che di là piange in disìo,
E una luce da me più viva aspetta!

Con tali pensieri pone il Costa il suo eroe agli studi dell'arte, a cui si consacra. Poi lo abbandona a' viaggi, alla dura prôva de'mari diversi, ne'quali

I larghi flutti misurò che suonano
Per la maggior mediterranea conca
Fra la Tana e lo Stretto, e poi l'estrema
Vide barbara Islanda . . . . . .

Sì che, condottolo al cimento eziandio d'una guerra marittima co'viniziani « *lungo Rocca di Sintra* » ove

. . . . . il genovese
Volentier . . . . si lancia, e non patteggia
Con nessuna viltà . . . . . .

e vinto da maggior possa, e naufrago, ma con l'anima chiusa

. . . . . nel diamante
Che non teme percossa . . . . . .

Su tavola nel periglioso nuoto offertagli da fortuna lo segue fino a che lo depone sicuro a' lidi lusitani, ove

Placidamente fluttuando emerse.

Imperocchè là come in circolo di alte e varie disputazioni avea a trovarsi dall'impeto della fortuna balzatovi in mezzo il Colombo, menatovi dalla mano della provvidenza; la quale per tal modo l'accostò, o piuttosto il mise dentro a' misteri del solenne ed antico suo desiderio. Chè in Portogallo a punto fervea più che altrove a que'dì l'ardore delle marittime imprese; promotori e capitani essi stessi sovente-mente que're, che accomunati alle cure ed agli studi de' lor popoli non isdegnavano, superbi o invidiosi, di secondarne e proteggerne la gloria e l'ingrandimento.

Quivi gioie fraterne, e a nuovi studi
Bella gara concorde, e quel desìo
Che ferve impaziente e persuade
Le difficili imprese: aguzza il guardo
Ciascun prode intelletto, e circonfuso
Per questa general pianura immensa
Ne discerne il contegno. Alto rimbomba
Ne'circoli frequenti e ne'licei
L'alternata contesa, e di racconti
E d'inchieste e d'esami e di remote
Possibili a trovarsi oscure sedi,
È stupenda fatica . . . . . .

Non mi posso contenere, o signori, dal porgervi a considerare questa che quì or segue descrizione, che

a me pare bellissima, de'moti marinereschi che ci dà il Costa, ne'quali s'inspira ed infiamma l'animo del Colombo, che è per muovere e come per volare alla nuova impresa, la qual sopra ed oltre tutt'i mari sino allora conosciuti e' medita, e quasi direi cova in fondo del cuore già da'verdi suoi anni. Sono questi versi il *fervet opus* di Virgilio.

. . . . . Un romoroso
Movimento diverso agita e mesce
I capaci arsenali: altri le corde
E i trefoli commette, altri le vele
E le brande ralinga, o in mille fogge
Attempra il ferro alle magone ardenti:
Questi ritaglia i remi e i grossi fusti
Degli alberi caletta, o inarca i bagli
E le incinte al curvame intorno chioda;
Quei ristoppa i commessi e poi gli spalma
Con pegola tenace, ed i navigli
D'ogni buon fornimento arma ed arreda,
Già molti per le guide fumigando
Sovra i solidi vasi all'onde abbrivano,
Molti salpano l'ancore e spediti
Vanno col vento che li fiede in poppa
. . . . . .

E ad ognuno or è facile l'immaginare qual si agitasse nel petto cuor generoso al Colombo, a quei preparamenti ed a quei moti, e quali e quanti quell'ardire de'portoghesi

A conquisto d'onor, nell'imo petto
Lanciava dell'eroe strali diversi.

E' sì animoso, che nessuno è che lo vinca dell'ardimento de' concetti nuovi; anzi nessuno è che lo agguagli nell'altezza del desiderio che spazia nell'infinito! Onde in quella ripara al ritiramento, a'silenzi; ove libero il suo genio

. . . . . appunta
L'astrolabio e le carte, e per l'obbliqua
Discesa occidentale ingrada il cerchio
Dell'opposto emisperio, i casi impara,
Gli accorgimenti di color che spinte
A più lungo confin ebbon le prode,
Nè s'acqueta giammai . . . .
. . . . . L'amor sublime
. . . . . omai s'incarna,
E bello e in atto di persona viva
Seco indiviso s'accompagna, e seco
Parte i dolci colloqui, i passi, e l'ore.

Ma non però l'assaliva meno e turbava la tempesta de' contrari sgomenti, la novità, l'altezza, i dubbi, la paura dell'impresa. Se non che amore gli soccorre pietoso, felice divertimento ed in un conforto del grave pensiero che sì lo preme. La verità della storia porge quì al poeta bello ed utile episodio negli amori della figlia di Perestrello, de'portoghesi navigatori a nessuno secondo; a'cui parlari e documenti vie meglio s'inanimì il navigator genovese: siccome dalla onesta fanciulla s' ebbe compenso a' presenti travagli dell' ingegno, e compagnia di figliuolo nel futuro pellegrinaggio, per terre tante che discorrerebbe angoscioso, ed infin per l'oceano immenso che

gloriosissimo vincerebbe. E morale insegnamento coglie opportunamente in questo luogo il Costa per virtuose donne, dolce sollievo de'virtuosi ed onorandi mariti; flagellate di acre rampogna le scortesi compagne, *del santo Idumeo*, di Pisistrato, e di Socrate, e del maggior fiorentino, che nè d'un sol verso pure degnò la sua Gemma,

Che almen co'vilipesi in qualche bolgia
Risonasse il (*suo*) nome . . . . .

Ma ecco accingersi il Colombo per ultimo al solenne ardimento: e's'incuora, dicendosi

. . . . . Toscanelli assente,
L'alto dottore, e mi trascina il fato.

Ond'è subitamente in su le acque: muove alla patria a presentar lei prima dell'

. . . . . omaggio
Dell'immensa profferta . . . . . .
. . . . . e ben si avvisa
Ch'ogni brama d'onore, ogni più santo
Fervor di laude che gli bolle in seno
Si confonde alla patria, ed è tormento
Quasi d'amante che per lei sospira.

Ma il libero e lieto navigare dal Tago alle

Piagge d'Italia, cui ricinge indarno
Dall'Isere a Nicea l'alpe frapposta

(come acutamente si piange il poeta!); nè la voluttà del desiderare, e del vagheggiare sì bella « *l'adorna occidental riviera* » ed i

. . . . fiori ed aranci . . . e degli ulivi
la Pallida selva che pe'colli aperti
Accarezzano l'aure e il sol feconda;
nè la maraviglia della . . . folta schiera
De'marmorei palagi . . . . . .
e i templi
A cupole sublimi, e torrioni
Qua e là dispersi e minaccianti in guisa
Di sicario che sta coll'armi occulte
E guerreggia le vie . . . . . .

non valsero che l'eroe non sentisse, anzi per tanto amor della patria più acerba sentì, la puntura del patrio rifiuto. Onde gli tornarono in ombre e turbamento dell'animo le immagini degli antichi prodi e delle immortali glorie della ricca e potente Liguria, le quali testè sì gl' innalzavano, secondando, le speranze di un nuovo mondo, onde si promettea di accrescerne la maestà. Il perchè

Di duol . . . e d'infinito sdegno
S'apprese o forse pietà . . . . . .

e volse altrove *l'arco della speme* . . . .

. . . che dal ciel infusa
Nell'indomito sen per bei principi
Non cresce già, nè per contrari allenta.

E sperò, ma si pianse e sdegnossi di vil tradimento, nel secondo Giovanni di Lusitania: sperò, ma invano nel britanno, a cui non piacque

Menomar le ricolme arche
D'una scarsa moneta . . . . . .

Sperò in fine, ma seppegli sì duro anche nella magnanima Spagna il contrastato, ed a pena dopo lunghi martori conseguito desiderio di offrir tanto dono a'potenti della terra. Ove la tanta potenza di re Ferdinando, che è in sul trionfare contro a'mori, la gloria delle armi spagnuole, le gioie delle presenti vittorie, l'orgoglio e l'ignorante e molle oziosità della corte, si attraversano ostacoli insuperabili all'impresa del Colombo; che or accorato, e quasi di essa disperato, vola a riconfortarsene appresso a Giovanni di Marcena in solitudine, che testè la prima volta pellegrino alla corte lo accolse in ospizio amorevole; anzi, come uom d'intelletto, inteso l'alto concetto,

. . . . di speranza buona
gli Cibò lo spirto che morìa digiuno (11).

Le ambasce dell'eroe erano in ciò che re Ferdinando, non rifiutando e non gradendo il sì alto pensiero di lui, commisene il giudicio (ben disse il poeta, *pauroso giudizio*) al concistoro de'sapienti in Salamanca. O Colombo.

. . . . che speri?
Provar l'assunto invidioso e un raggio

Por nelle cieche menti use alla notte
Delle gelide talpe e al pigro sonno?
Salva la fama tua, salva la vita
Dai crepitanti roghi; altri già pianse
La novità, che gli fu colpa, e il vero.

E non men paurosa tornava al Colombo la corte, che

. . . . intorno ha mille
Pronube tede dall'inganno accese
Sotto l'occhio real che abbarbagliato
Trema l'oltraggio di sì viva idea.

Onde quì strettosi ognora più il nodo dell'impresa del Colombo, il Colombo non trova rifugio che nel silenzio dell' eremo e nel pietoso officio dell' umile francescano da Marcena. Ma saprem grado volentieri alla dolorosa verità della storia, ed ammireremo viemmeglio la fina arte e'l fecondo ingegno del Costa, che per tai nuovi incontri, ne'quali si abbatte il suo eroe, gli riuscì di pennelleggiare a'suoi leggitori di scene novissime, belle e maravigliose nel libro II. La descrizione della « *divina Isabella* » (quasi l'omerica Pallade di questo poema)

Tanto fior di bellezza a tanto raggio
Di severa virtù . . . . . .

E la origine, i trionfi, la barbarie e poi la splendida civiltà degli arabi nella famiglia degli Abbassidi, d'onde

. . . . uscìa l'alba foriera

Lietissima di pace e di consorte
Viver civile e d'onorati studi.

Stupende dipinture: e sì vedi mirabili, da Isabella imitati, e gl'ingegni, e le amenità, e le grandezze, e gli studi in Salamanca. Contuttocciò (miseria de' tempi!) « *Entra* » dice il poeta all' eroe « *Entra* » *Glorioso Colombo* »

Qui si parrà la tua grandezza, e quanto
Le brevi opache viste ecceda un guardo
Che forza di lassù deriva e lume.

Magnifica e terribile è l'assemblea de'sapienti, vero consesso degli dei dell'Olimpo: degnissima di leggersi, e letta e riletta tanto più incanta. Dinanzi da'quali maestoso è l' apparire; ma sconfortato e deriso e poco men che dannato quasi ereticale (che sì move a generoso sdegno) l' argomentar del Colombo. Ed orrendo a vedere è, sì ben dipinto, quel sostar lì impietrito il misero eroe, non inteso e schernito; quel fuggire ramingo, trapassando deserti, con dietrogli, o per mano il fanciullo Diego suo figlio, amendue famelici; quel piatire del figliuolo; quel tristo silenzio della natura che non risponde alle grida degl'infelici . . . . fino a che

Trascinando la vita all'erto, al piano,
Sotto la sferza degli assidui soli,
Pien di torbi pensieri, e qualche asilo
Ed un povero pan dove s'arresta
Limosinando. . . . . .

dopo ben venti giorni di sì doloroso pellegrinaggio, con pietosa preghiera alla Vergine Maria, ristorata la vita che vien meno al garzoncello, ed ancora ben altri due dì in quelle angosce durati,

. . . . . Il sol declive
Precipitava nel secondo occaso,
E correre s'udìa per l'aer queto
Dai cavi bronzi ripercossi il mesto
Suon vespertino, che parea compianto
Della vedova terra al dì che muore;
E la valle romita e la solenne
Ora del tempo un'abito conforme
Teneva al viandante, e assai più grave
E tenebrosa gli facea la notte
De'funesti pensieri . . . . . .
Ma . . . . . alfin raggiunse
L'eremitico ostello . . . . . .

Ed ecco il supremo conforto dell'ospizio di Gio: da Marcena! Ove pur mancasse, che è copia di poesìa in tai versi, è poesìa senza dubbio solenne esso medesimo in sè questo strascinar tanto che fa per tante e sì sconsolate vie il suo immenso dolore l'uom dal fato sospinto e dal fato impedito a conseguire il fine, o, il meno, l'accettazion dell'impresa appresso a'potenti! Ma qui a punto si rinfresca e rinforza l'azion del poema, ne'conforti dell'amico; a cui infin apre tutta il Colombo la divina sorgente dell' invincibile coraggio, onde si attrista, ma non mai, per impedimenti che gli s'attraversino, si scora del tutto della sua fedele idea: la quale si appunta nella celeste in-

spirazione, in quel « *sereno che non si turba mai* » e mai non inganna. « Mi rifiutano i savi, disse; ma no,

. . . non m'inganno, il sommo, eterno
Architettor dell' universo a cerchio
Tutti premea della mondana sede
I conflati elementi, e mal s'appose
Chi negò la vital fiamma celeste
All'opposito sito, e orribil, cupa
Stanza lo fece di silenzio e morte (12).

Ragionando all'amico con mirabil dottrina le ragioni, la forma, il giro, e i noti e gl'ignoti siti della terra: quando « *era la notte* » cominciò, rapito come in estasi . . . . E quì il poeta in lunghi e vaghissimi e dirò anche superbi versi (come in Virgilio Enea a Didone narra le sue sventure e le speranze), con franco pennello ed immagini belle e colori vari fa operar al Colombo il quadro di sua divina visione: d'un cherubino (certo più nobile assai del Mercurio di Omero), che a lui rivelò e pose dinanzi dagli occhi le genti e le terre e i modi della misera vita, che lui aspettava, divin messo, oltre a' mari apportatore della fede di Cristo. E quindi eziandio il solitario e pio Giovanni si rincora; chè figliuolo del *serafico in amore*, nell' amore intende e s'inspira; sì che la mission divina e'l messo rechi confidente e' proprio, a vincere le regie dubbiezze, alla presenza della pietosa Isabella. Ricorre in questo luogo, e'l poeta coglie sapientemente l'importanza del rilevare la grandezza d' animo dell' augusta donna: la qual compagna e scudo all'invitto re Fer-

dinando, amazzone bella e valorosa, è nel campo e negli scontri di guerra presso a Granata ; ultima prôva contro de'mori, che ora discacciano affatto , odiati stranieri, dalla Spagna. Queste parti del poema ; Ferdinando che combatte da leone , Isabella che si lancia sin nella mischia e soccorre allo sposo già balzato di sella , la fiera e gloriosa resistenza e l'indietreggiare di quei barbari, e'l vincerli infine, e lo assidersi i re vincitori nella reggia e sul trono de'vinti, e gli spaventi delle armi, e le amenità de'luoghi conquistati . . . . sono tali e tante bellezze e varietà e sublimità della poesìa del Costa, da concedergli facilmente la palma di vero e grande poeta, non indegno di sedere tra i maggiori, che tanto gloriosamente onorarono l'epica tromba italiana. E per grado di tanto pregio concederemo anche noi volonterosi al Colombo ed al guidator da Marcena l' onore che in mezzo e per inspirazione delle loro vittorie (levati sì d' animo e capaci di altissime speranze) i regî alfin impartirono, dell'accoglimento generoso dell'impresa del nuovo mondo.

Onde senza più dimore facciamci nel libro III a seguir col pensiero il Colombo per la immensità dell'Oceano infino all'opposto emisfero. Ed ecco in tre vele

Striscia le vie senz'orme, e preso il vento
Quella picciola classe i regni iberi
Non che Palo abbandona . . . . .
. . . . . .
Ad ora ad ora attenuati e misti
Per lontananza sfumano gli obbietti.
Non appare veduta: interminabili

Quanto l'occhio può trar d'ala si stendono
Liquidi campi . . . . . .

E sì cominciano le ciurme vedersi, come soli al mondo viventi, a galla trasportati dalle onde: onde, mezzi tra cielo ed acque,

Con le braccia conserte e taciturni
Guatano l'ampio mar che la veloce
Carena insolca. Già da tergo irrisi
Stanno i divieti dell'erculeo guado,
Già disparve l'Europa, e da sinistra
Muor dell'occidental Affrica il lembo;
. . . . . .
Apparian le Canarie, isole conte,
Anzi floride Oasi . . . . . .

quand'ecco Teneriffa

Piramide che tutta si dislaga
E cresce e vola e si raccoglie ed alza
Tanto, che il tuono a lei mugge ne'fianchi.

Maestosa e terribile apparizione in quella immensa solitudine di mare! Onde scoppia fra le ciurme lo spavento sino ad ora chiuso ne' petti, a vulcano tetro che quindi veggono precipitoso irrompere, e non sanno, e « *un qualche negrò* » diceano impaurando

. . . . . un qualche negro
Dimon vi sta con le sue furie, e il dorso
Livido è l'arme che s'affibbia in guerra.

Ve' che solleva i pugni e che si pianta
Su'ferrei piedi, e vomita saette
Dalle fauci roventi . . . . . .

Per la qual cosa, *Incauti*! gridò il Colombo,

. . . . . fia lunge
In picciol tempo e la paruta e il vampo
Dell'innocuo vulcano . . . . . .

e quetolli. Siccome si dice di quel gran capitano che isbigottite le soldatesche per subitanea e non intesa ecclissi del sole, le rasserenò tostamente, tal fenomeno lor ispiegando con pratico ingegno, posto tra i loro occhi e il sole un mantello. Se non che

. . . . . Ora s'allarga
Senza intermission, senza confine
L'atlantico, distesa e sconsolata
Landa di flutti, in cui si perde il guardo,
Impaura il pensier . . . . . .

E quindi « *alti sospiri* . . *fremeano* . . . *tumultuando la ciurmaglia ribelle* . . . » Ma quegli che « *nacque all'imperio* » e la rampogna gli

. . . uscia da'labbri con voce soave,
Con L'altero piglio ed il regal sembiante
Domò la contumace ira de'servi.

Pur nuove e più veementi paure soccorrono per

. . . Sconosciuti mostri e immani corpi
Di natanti balene, e attraversate
Alghe sospette e lievi simulacri
D'isole che sen van disciolte in fumo.

Ond'è nuovo tumultuar delle ciurme, e nuove prove risplendono del *ferreo petto* del Colombo, che

Solca il vasto elemento, e amore e fede,
Gemina stella, ne conduce i passi.

Intanto che meditando ne'giri e negli ordini delle costellazioni, e lo sguardo al cielo ed alla bussola « *lode prima d'Amalfi* » alternando (e in questi luoghi brilla la scienza profonda e limpida astronomica del Costa); il Colombo, con insolita e nuova maraviglia che pare spavento, vide, ed egli primo al mondo vide, perfezione poi somma della scienza della navigazione, che

Colà dove non getta ombra la terra

L'ago magnetico
Fuor del meridian cerchio repente
. . . . . deviò . . . . .
. . . . . .
Sì Chiese, ma indarno, la ragion che attinse
De'moderni l'acume . . . . . .
ed è nelle
Cognate correntìe (dell'aura elettrica, le quali)
. . . . . in lor movenza
Fan dall'orto all'occaso una corona

Tal, che si crea subita forza, e alquanto
Dall'usato tenor l'ago trasmoda.

Ed in tale come quasi sbalordimento piega religioso l'eroe « *in mezzo alla sua famiglia* » il ginocchio alla preghiera, ond'è negli smarriti ogni lume ed ogni conforto: e

. . . . . l'anima assorta
Quasi nell'infinito era più grande
. . . . . .
E volava all'Eterno . . . . . .

Noteremo quì per tutt'i simili luoghi, che se a qualche schifiltoso non gustassero del tutto quei versi e locuzioni del poeta come poco men che aspre e quasi prosaiche espressioni di scientifiche astrattezze, là ove tratta scientifica materia; noi lo pregheremmo a volersi ricordare della malagevolezza della scienza a piegarsi alle forme poetiche. Quì è poesìa didascalica, che non abborrisce da qualche durezza, purchè alle idee si serbi la lor proprietà ed evidenza: ed è tale la poesìa del Costa in sì fatti argomenti; come tale si ammira in Lucrezio Caro, nell'Alamanni, ed in tanti altri. Ma ripigliando la nostra analisi, da quel punto che il Colombo in quei suoi come quasi smarrimenti dell'animo si consolava ed invigoriva il coraggio nella preghiera all'Eterno; il poeta, rannodando i torbidi pensieri delle ciurme fieramente ed ora più che mai mormoranti a quel portento che cresce e fa superstiziose le paure, innesta il tetro episodio dell' ispano Alfonso; macchi-

nator infernale di quelle discordie. Le quali, vil ciurmadore, quasi il Tersite di Omero, o piuttosto l'Argillano del Tasso, eccita cupamente, ed in esse eccitate soffia, fino a che in mille modi e cento mescendo quegli animi plebei, egli

. . . . . audace
Rubator di castella ed omicida
. . . . . fra tesori ed agi
Mollemente nudrito . . . . . .

prosuntuoso e superbo quanto indegno degli avi, e impaziente, o sì veramente invidioso della gloria, e più del comando del Colombo, proruppe

. . . . . d'infesta
Gente seguace, istigatore e duca
E assaliva l'eroe: « Vanne tu solo,
O compagni ti sieno, anzi del ventre
Ti facciano la nave i filiteri,
A cui fra poco ti darem per cibo,
Se non volgi le vele e non t'affretti
Di solcar le arretrate onde infinite. »

Onde tra dolce e grave, e più, preghevole, patteggia il Colombo

. . . . . almen lo spazio
Di tre sole giornate . . . . . .

Ed ognuno s'immagini, e'l Costa maestrevolmente dipinge, le ansietà di sì fatali giornate; duranti le

quali fu un continuo spiare

. . . . . e una lontana riva
Spiato indarno avean gli occhi digiuni.

Per che più forsennati infuriano e s' imperversano i ribelli, che

. . . . . da tutt'i lati
Gli fan impeto e forza: « Indietro, indietro:
. . . . . e il ferro ignudo
Alfonso gli puntava alla gorgiera
Minaccevole in atto; e muoia, muoia,
Gridavano i compagni . . . . .

Al quale sconcio, come Omero gli eroi dell' Iliade poneva sotto allo scudo di propizia divinità nel gran pericolo accorsa, così il Costa provvede per Colombo, dandogli invisibile alcun divino che' l copriva « *col nitid'orbe dell'eterno pavese*: » e'l « *guardo fulminante di Cesare*: » e la voce che simile al tuono uscendo di bocca a Mario mettea spavento nel cimbro. Ed alto disse:

Che presumete voi? Stornar l'impresa
Scritta nel libro che non muta verbo?
Stolti, non anco dileguò la notte . . .

E sì come Virgilio con quel fatale: *vuolsi così colà dove si puote ciò che si vuole*, o con altro simigliante, salvò Dante nella peregrinazione dell'orribil mare dell' inferno; così il Costa fa salvar il Colombo: e come Virgilio stesso per Dante medesimo, che non

gli s'impedisca il fatal viaggio, cibando Cerbero di vil pasto di terra gli ebbe chiuse le orrende fauci; così Colombo con maestrevole e fatal piglio, lanciando pasto di nuova promessa a que'cerberi novelli, gli acquetò.

. . . . Non anco dileguò la notte
. . . . . e forse
Non la vedrete dileguar intera
Che un aperto miracolo non brilli
In quest'orrido buio e non vi sganni.

Or in questo terribile punto il misero, ma pur sempre alto e magnanimo, e non mai del tutto scorato eroe, sol turbato ed ansioso quanto uom e non un Dio si dimostri, si avvolge ne'suoi pensieri: spera e teme, si rincora e rattrista, non posa, si dimena, e guarda, guarda,

Quanto potea distendere la vista
Pel dubbio raggio che piovon le stelle
Alcun segno cercando, alcun prospetto
Di mortale soggiorno, e fuggitive
Immagini che addensa il vario giuoco
Di fantastico lume, e sparsa nebbia
Che ha di piagge talor sito e contegno,
Gli davano incessante esca d'errore
. . . . . .
Quando all'estrema curva orizzontale
Una chiarezza vacillò . . . . .

E s'incanta, dubita, non crede a sua vista: ma infine

. . . . . Ei grida: Terra
Terra, terra, o compagni . . . . .

Ed era già il mondo degli antipodi! Onde, bando alle ire, in mezzo alle comuni esultazioni, trionfante di sua idea, il Colombo, eroe e sacerdote de'due mondi, intuona l'inno al

Signor degli ardui giri, (al sole) . . .
. . . . . o tu che imbianchi
L'una faccia alla terra, e l'altra avvolta
Lasci nel manto di colei che fugge
Quando movi a rincontro, e vien seguace
Quando lungi ne vai scherzosa amica,
Esci dall'oriente, e la gioconda
Vista dell'avverato orbe palesa
. . . . . .

E sfolgorando suoi raggi nell' orizzonte *il ministro maggior della natura*, ecco tutti intenti a vagheggiare attoniti le prossime spiagge, e i piani, e le valli, e i monti.

. . . . . Ognun riguarda
E i profumi ne spira, e in quell'ambiente
Violato s'inebbria e par che voli!

E già prese le rive, e lanciandosi a terra,

Di giù di su per la campagna in fretta
Vengono e van letiziando . . . . .

quelle ciurme testè maledicenti al Colombo, or tut-

te nella gioia presente giubilanti. E Colombo inalbera le regie bandiere, e'l vessillo di Cristo: e

. . . . . fra i doppieri e il fumo
Degl'incensi ch'esalano . . . . . .

presti al rito religioso, onde il ministro dell'altare benedice al glorioso conquisto, vedi

. . . . . la croce
Grandeggiarvi sublime . . . . . .
. . . . . .

E'l gran conquistatore canta:

O primigenia terra, ove si piacque
Stampar del suo valore alti vestigi
L'artefice sovran, come superba
T'ingemma i crini delle balze intatte
L'ardua corona, come lieto è il riso
Dell'eterno smeraldo in cui verdeggi!

Ed in profetica estasi innalzando i sublimi sensi, gioioso del tanto acquisto che si aggiugne all'umana famiglia e al gregge di Cristo, tanto nello avvenire si profonda di quei nuovi regni (e ne'presenti vede la qualità de' futuri spagnuoli!), che n' intravede, e se ne piange, ed esecra lo scellerato scempio che sete d'oro e d' imperio farebbe di quelle pacifiche genti: ed

. . . . . oh maladetti! (Si esclama)
Fia pesato quel sangue ad oncia ad oncia
. . . . . e poi bollente
Sull'Iberia cadrà . . . . . .

È tal si conchiude il libro III, e l'azione principale del poema; chè, a detta d'un dotto comentatore, quì forse meglio che altrimenti potea il poema conchiudersi. Quantunque, a dir vero, altre prove sarebbero così mancate del valore del Colombo, e'l final trionfo della virtù di lui, e'l diletto d'altri morali o politici documenti, e d'altre scene bellissime, onde il poeta si avvisava ammaestrare con dolci versi l'Italia, segreto scopo d'un tanto suo lavoro.

Il IV e il V libro si allargano in vario tessuto di dipinture or curiose, or amene, or amorose, e quando terribili e brutte, e quando utili e gloriose: ampia tela, che come in miniature gentili, ed in auspicî ed esempi ripresenta il nuovo stato che a quei selvaggi incomincia di civiltà nuova, e di nuove miserie, che alla civiltà s'accompagnano. Curioso è il vedere accorrere e sbucare dalle lor caverne e foreste quell'

. . . . . orrido gregge
Di strani abitatori, irto le chiome,
Nudo la pelle rinvergata e tinta
In sanguigno color quasi di rame
Ch'esce dal fuoco . . . . . .
. . . . . .
E Colombo li guata e li conforta
D'avvicinarsi . . . . . .

Ma poi

Viltà li tocca, e fra i compagni indietro
Movon sull'orme carolando eguali.

Sinchè amorevole il pacifico domatore

Lor fea di vetri e lucidi oricalchi
Subita mostra . . . . . .

e quelli a tal nuovo splendore si arrendevano docili come agnelletti. Onde gli si serrano intorno sì tempestosamente che e'

. . . barcollando va sotto il rovescio
Delle turbe selvagge . . . . . .

Le quali quindi si slacciano e sbaragliano, presi di subito e nuovo spavento all'udir primo che fecero del romoreggiar del cannone che in quella tonava dalle navi su l'ancore in mare,

. . . . . spandendo
Lungo i lidi echeggianti un suon lontano
Qual di nera tempesta . . . . . .

Dopo ciò vaghissimo, come quel di Olinto e Sofronia nel Tasso, è l'episodio (credo simbolico) di Diego e di Azema, cui quel garzoncello in quel fuggire de' selvaggi insegue, raggiugne, e di lei, bellissima, s'innamora: fior di bellezza, alla quale

. . . . . dilicato
Vel d'innocenza ricopria la bella
Nudità delle sue membra bambine.

È degno di leggersi: forse troppo gentile, troppo vaga, troppo forbita bellezza per selvaggia che era Azema. Ma non sarà questa mai una colpa: chè Aze-

ma è sangue italiano, bellezza custodita e rifiorita da un Tedisio, venerando vecchio; che terzo veniva da un Tedisio genovese, vinto in naval battaglia « *alla fatal Meloria* » (cittadina guerra lamentabile tra Genova e Pisa), e balzato in quelle spiagge deserte da tempesta di mare; del quale già ricordano le istorie; salpato dal mar di Genova, e non mai più tornatovi. O! quella barba del canuto e cieco Tedisio, quell' aspetto, quella grotta, quell' angiolo di Azema; che pittura, che incantesimo al tenero e baldo figliuol di Colombo! Quel Tedisio mi sa un Evandro del Lazio: quella scena mi è tutto virgiliana: quegli orti della vergine natura, quelle amenità dei sacri boschi che chiudono quell'antro, quelle delizie, quegli amori (quantunque li vorresti più casti e rispettivi!) non ti san punto de'molli e leziosi piaceri degl'incantesimi di Circe, de'giardini di Alcina, e di Armida, de'quali pur hanno tutte le fragranze purissime della incontaminata natura. E non sai qual più fosse se tenero o maestoso l'incontro e l'abbracciarsi nel nuovo mondo, del Colombo e del discendente da Tedisio Doria, amendue sangue italiano, amendue gloriosi, questi di antiche memorie, l'altro di presente grandezza. E in questi dialoghi, in prima tra Tedisio e Diego nella grotta, poi col Colombo in mezzo al fior delle sue genti, risplende come il bello e fecondo ingegno del Costa in pennelleggiare con preziose tinte quelle scene, così l'amor suo magnanimo e sapiente verso della patria, a cui fa rampogna degli antichi errori, e invito con dolci sproni a correre migliore arringo di nuova grandezza, alla qual deve agognare.

Nel V libro sono ad ammirare eziandio, l'affanno del Colombo, che testè credeva smarrito nelle selve, anzi mortogli, il suo Diego; di che quindi tanto più dolcemente confortossi al presentar che il baldo giovinetto gli fece della cara selvaggia e del venerando Tedisio, come già toccammo. Più, la subita e feroce comparizione di orda orrenda adoratrice del demone Canduri (dipintura delle americane superstizioni); spaventevole l'aspetto, e l'imprecare di sì terribile spettro, dalla cui « *incavata orbita* (usciva) *il lampo delle sue lucerne sanguigne e torve* » bestemmiando, e qual, pur troppo, incontrò veramente di poi al Colombo:

. . . . . E tu morrai
Non lacrimato in barbaro confine
Lungi da' cari tuoi col guardo incerto
Il sereno cercando italo sole . . . .

(come il vaticinio del suo grande infortunio a Dante da un de'dannati). Ancora è degno di commemorazione il truce scempio che della bella Azema fece Alfonso, colta in vicino bosco, e ghermitala

. . . . . per la treccia estrema
Del biondissimo crin che sventolava
Dietro la fuga . . . . . .

intanto che semplicetta quella ninfa cercando invocava il suo Diego; martire di sua castità; augurio infelice delle ferocie spagnuole contro alla vergine America: e'l seguìto dolorare dello sposo: e'l pietoso perdonare di Azema: e lo sdegno delle ciur-

me e di Colombo: e' l morirne improvviso di Tedisio, che a tal nuova

. . . . . rizzossi
Con tremito mortal, poi diede un urlo
E stramazzò . . . . . .

Quindi succedono belli, pietosi, e melanconici i versi del VI libro. I conforti del facondo oratore che si fa ed è maestosamente il Colombo: e le solenni esequie a mo'degli europei della sfortunata e vaga Azema e di Tedisio. Alle quali si mischiano gli orridi riti funerei de' selvaggi, a tal lutto in varie torme dalle lor cave e da'monti accorrenti in danze ed urli e modi diversi fieramente paurosi: ed essi rapiscono quei feretri

. . . . . e su pe'rocchi
Della montagna ripivan leggieri
. . . . . .
E Tal di siffatto giogo era l'altezza
Che si stendeva in forma d'una valle
Piantata di gran bosco, e lì dispersa
Religion di cippi e monimenti
Ne variava il giro . . . . . .

Cimiterio de'selvaggi: e là

Gittarono l'incarco e fieramente
Ricominciaron grida e balli e colpi.

In tanto che il sacerdote del Cristo, intonando tra

i nostri,

Dal profondo mio petto alzo la voce
E ti chiamo, o Signor . . . . . .

(bella versione del *de profundis*), benediceva a quelle *anime care*, che sì ben le chiama il poeta: le quali erano cristiane dalla eredità del rito battesimale che lasciò il primo Tedisio:

Ed amen risonò di lingua in lingua
La cattolica schiera, e da più lati
Lungo l'aspre pendici e le caverne
Amen, amen, fremè l'eco dogliosa.

Le quali consolazioni religiose contristate dalla memoria dell'empia cagione, e dallo spettacolo orrendo de' tristi casi e della scellerata e giustissima morte dell'ispano Alfonso nemico degli uomini e bestemmiatore di Dio, dieder luogo e motivo e fretta al Colombo ed alle ciurme raccapricciate di partirsi da quei lidi:

E su presto fuggiamo, o dolorosi
Testimoni di colpe e di castighi,
Esclamava . . . . . .
. . . . . Nè maladetto
Sia l'armato europeo dall'indo inerme.

E sì scioglie dalle piagge; lasciatovi nondimeno a sventolare sublime il vessillo della croce. Ed ora cominciano le nuove scene del ritorno: ed ecco in prima

Le innanellate Oasi, che fioriscono

L'equoreo vezzo occidental dai gioghi
Di Guanaani alla superba Aiti.
E il condottier le salutò passando
Con be'nomi solenni, e qual da Cristo
Redentore appellò, qual da Maria
Senza labe concetta . . . . . .

Ed ecco Cuba,

Cara sede ospital, dove commisto
Tra barbarica gente in comunanza
Di reciproci affetti e di colloqui,
Partecipò le mense ed i covili
Delle ruvide case, e quell' alterna
Gioia d'amor che dell'amore è seme.

(è quell' « amore che a nullo amato amar perdona » certo, parmi, non brutta copia)

E disiato e pianto indi si mosse
Di lido in lido . . . . . .

E quì a punto, per sete d'oro già da pezza straniatosi ribelle, infin il raggiunse Colombo, o quegli raggiunse Colombo, che senza lui volgea ad Europa;

. . . . . Pinzon ribelle,
Esacerbando le sue piaghe antiche
Di torbido veleno . . . . . .

presso a'regni favolosi d'Aiti: forse l' *Ofir eletta* di Salomone, come si avvisa o favoleggia il nostro po-

ta. Ove pone il piede il Colombo, e vi ricoglie « *lamine e merci ricambiate a prezzo Di poca vanità co' dolci inganni* »: onde sì carco d'oro e d'ogni maniera dovizie, qual gli porgea quella miniera, spera l'eroe, sempre pio, d'adunar quindi in Europa armi ed armati, e

. . . . . pugneremo (dicea), e il sasso
Dove il Figlio dell'Uom dormì tre giorni
Fia tolto all'infedele arabo cane:

che era il gran sospiro e la vagheggiata impresa de'cavalieri eziandio del suo tempo; la qual concesse tanta gloria alla tromba del maggior epico italiano, che cantò l'*armi pietose e'l capitano* della prima sì stupenda crociata. Ma da Aiti, volte le vele, intende diritto e move il suo corso inverso Europa il grande navigatore

. . . . . già pago
Della prima corona che gli cinge
La vittoria del pelago . . . . .

Ed ora sì che nuovi argomenti il mare, benchè sì monotono, ma nella sua immensità, e nella mobilità delle onde, sempre poetico, appresta all'alta e facile fantasìa del Costa. La tempesta atra e tremenda; sì che la lingua del *sì* non porti invidia di tal descrizione all'antico idioma del Lazio, che tanto romoreggia e rimbomba in bocca a Virgilio. Eccone un saggio.

. . . . . .

Ecco dinanzi dal crudel girone
In liquid'alpe la marea conversa
Procede ismaniando e s'abbarruffa
E con tutto il crescente arco sovrasta
Alla misera flotta. Andaro i legni
Qua e là sbrancati, e come può l'orrendo
Soffiar della procella, altri fu spinto
In fughe rapidissime . . . . . .
ec. ec.

E la calma più che la tempesta orribile succede; sì che tanto opportunamente a tal pausa invincibile delle navi nuova forma di bellezza ci crei l'italica poesìa in temprar con parole l'armonìa a'dì nostri novissima de'maravigliosi ingegni de'rapidi piroscafi, che vincono le tempeste, e non patiscono le fastidiose dimore delle calme. E quì, illustri accademici, ci ricorda, e facciam debita ed onorata commemorazione di simil dipintura vaghissima in latini versi, ha già qualche anno, nelle nostre ordinarie tornate recataci in mezzo, in queste medesime sale, dall'egregio collega nostro filosofo e poeta P. Giacoletti, che sì dolce ancora me ne suona l'armonìa agli orecchi! Lunga è la descrizione lavoratane dal Costa, e lunga è pure la descrizione della mortal calma; della quale darem quì solo un cenno, come di tal bonaccia, peggiore della tempesta, che fece venir in mente al poeta il beneficio dell'ingegno del vapore con tanto vantaggio sopperito all' incomoda vicenda e mancanza de'venti. La calma incontrata al Colombo è questa:

L'aura che i legni sospingea tranquilla
E intavolata s'arrestò, non diede
Alito pur che ventilasse o fiocco
D'esigue lane o di lucerna il sommo.

Ondechè il mare è

. . . . . una pianura
Vasta, uniforme, immobile, pulita,
Quasi deserto che dardeggia i lampi
Dell'acceso equatore . . . . . .
Ed . . . . . a rimirarsi
Giurerebbe ciascun che le carene
Fosser di piombo: non andava un palmo
La più leggiera, non movea le coste.
. . . . . orribil pausa,
Solitudine infame, ove non suona
Voce d'essere nato, ove lo stesso
Dolorar de'tormenti eco non trova.
. . . . . .

E quindi si scorge come naturale ricorse alla mente del poeta l'immagine delle macchine a vapore, onde incomincia:

E quì la stanca poesìa rinforzi
L'itala musa, i ritrovati ingegni
Ed il principio genitor m'impari
Del moto ch'avvicina ogni favella
E fa il mondo una patria . . . . .

che è la descrizione tanto artistica e non men poetica

de'piroscafi. Ma torniamo al nostro nocchiero in prima travagliato dalla terribil procella, sì che a salvare l'onore del suo nome e della impresa, vicini a morir tutti, getta in mare sacri fogli di tal ricordo, rotolati e chiusi, impegolati di cera, in alvo di

. . . . . leggier barletto
Spalmandone gl'incastri, e sul mezzule
Il noto marchio dell'anello imprime.

Imperocchè d'assai più che la vita, a lui cale, se mai può salvarsi, l'utile gloria d'un nuovo mondo già scoperto! E poscia ancora più caduto d'animo dalla più che mortale calma, come inchiodato in mezzo di gran tavolone della solitudine immensa ed *infame* (come ben la sentenzia il poeta). Se non che dopo sì lungo morire succede la vicenda della fresc'aura del zeffiro: ed oh quindi il giubilo:

. . . . . or che le vele
Portan la classe come augello i vanni!

E trapassate sì lietamente le Azzorre, e di nuovo minaccianti ed imperversantisi Euro e Noto, che balestrano i navigli sin alle foci del Tago; di là, queta la nemica fortuna, alla dolce aura in cui si confortano i naviganti dell' *eterna primavera* di Almeda, volti a dritta lungo le spiagge lusitane, lasciato da tergo il promontorio e i campi d'Algarvia

. . . . . sull'occaso

Ancorarono alfin pieni di gioia
Là dove al fiero corso usciano in pianto.

Maestria di versi, e perizia di scienza geografica, e della difficile arte de'mari, sempre facile e come sua propria nel valoroso cantore del Colombo: che da ingegnoso artista, in ogni, benchè al volgo degli uomini impercettibile, accidente, ed in ogni minimo mutar di forma del cielo, o delle onde del mare, o degli animi de'naviganti, e sin negli occulti pensieri o bisogni del Colombo, al medesimo anche ignoti ma opportuni a servirsene se li conoscesse; ritrova, e vede, e immagina ed opera un ingegno nuovo, che incastra e fa servire all'armonia della macchina del suo poema. Noi, egregi signori, non c'intratterremo di vantaggio a contemplare le gioie de'novelli argonauti allo appressarsi, e al metter piede, gloriosi cotanto, nell' umile terra di Palo, d' onde già mossero all' inaudito navigare, sì ben detto *fiero* corso dal poeta: lasceremo il festeggiar pronto e quasi impetuoso, impeto di allegrezza e di maraviglia, di quegli abitanti; e l' accorrervi delle genti vicine; e le varie dipinture che il poeta v'inframmette degli usi vari degli uomini di contado o di città; e i zeffiri oltre l' usato più ricreanti; e le campagne fiorenti; e'l volare per ogni bocca il nome del Colombo, empirsene ogni città, esultarne, alla nuova, i re protettori dell'impresa, che infine capaci

Rimaser dell'evento, e sì gran gioia
Li rinnovò che fu men alta piena
Quando l'ispan valore aperse il varco

Della vinta Granata, e nella polve
Trasse l'arabo Mela a piè del trono.

Onde per tali varietà ben composte e finamente colorate è non men bello e dilettoso degli antecedenti il libro VII: ove è bellezza, come di araldo olimpico, il messo degli augusti, che chiamano a corte l'eroe de'due mondi: nè cede a maestà di real corteggio la magnifica cavalcata del Colombo che attraversa per lunga tratta quelle immense piuttosto solitudini che campagne della ispana penisola, rotte da valli e monti, per dove, da per tutto, e più in Barcellona regalmente festeggiato, va, trapassando, a rassegnare a' monarchi il grande acquisto. E gli sta bene la seguente similitudine, onde l' onora il poeta.

L'alta Roma così con festa e gioco
Forse vedea tumultuar la plebe
Degli augusti quiriti allorchè Scipio
O il forte domator di Siracusa
Tra i cantici spronava ed i trofei
Delle genti captive il cocchio aurato
Per la nobil Capena, e i lauri illustri
Deponea trionfante in Campidoglio.

Ed entrando anco noi nelle regie sale, ove nel mezzo

Alle splendide veglie ed alle pompe
Di solenni messaggi apparecchiata
S'addentra la sublime aula del trono,

siam presi d'incantesimo in mirare *le finestre adorne*,

i *trofei nobili*, e i *drappi*

Che fluttuando a padiglion ripresi
Fasciano in giro le dorate imposte:

ma ci empie l' animo di reverenza la maestà degli augusti » *ivi* in sul trono *composti*

Di placida grandezza in bei velluti
. . . . . e il serto insigne
L' eburnea verga e la stellata clamide,

sotto veli fiammanti di luce che rimbalza leggiadra da'vetri istoriati, e dolce balena per le sale

. . . . . e tutti
Colora d'inquieta iride i fregi
Del soglio . . . . . .

E pur vie meglio ci piace e rapisce l'umile presenza del Colombo, l' eroe di tanta gloria: il quale dinanzi a quei potenti:

Ringrazio (tolse a parlare dignitosamente, in stile d'uom semplice e grave)

Ringrazio . . . . . .
Dopo Lui che principia e ben consuma
Nella serie mutabile de'casi
Quanto a perfezion quì s'avvicenda,
Ringrazio voi che me stanco ed oppresso
Già dalla soma dell'immenso officio
Sollevaste cortesi, e lena e impulso

Mi deste e vanni da salir potenti.

. . . . . .

Presentando alfine, testimonio e primizie dell' impresa, e speranze e vanto del nuovo mondo scoperto, il « *selvatico drappel* » che

Quivi prostrati al sodo pavimento
. . . supplici batteano il capo e gesti
Faceano ed urli di preghiere istrani.

Ed è a vederne tutta la bella ed orrida dipintura, quale a tal gente si affacea: curiosità tanta e diletto e maraviglia e giubilo incredibile e nuovo a quel regale consesso! Se non che più caldi affetti e vari commosse, quando il Colombo

. . . . . in lamine offria terse ed in polve
I più ricchi metalli; e quel che raggia
Come l'occhio del sole, e quel che imita
La placida beltà di sua sorella

(che sono anche belle perifrasi dell' oro e dell' argento).
Chè allora

I circostanti protendean la testa
Aguzzando le ciglia, e con ingorda
Fame rapace divoravan l'esca
Di sì largo tesoro . . . . . .

(che meglio, ci pare, non si potrebbero ritrarre le ansietà della *sacra fame dell'oro.*)

Ma lasciati a considerar per minuto agli amatori delle varie e vaghe poesìe gli argomenti e le merci ed ogni maniera obbietti novissimi, i quali recò ed offerse del nuovo, all' ammirazione e grandezza del vecchio mondo il Colombo; e n' aperse le miniere, n'augurò i commerci, cresciuta sì grandemente l'umana famiglia, ed ampliato sì il campo delle missioni degli apostoli di Cristo: posto dall'un de'lati lo spettacolo de'torneamenti e delle feste, onde gli spagnuoli monarchi vollero regalmente onorato il nome, e celebrata la vinta impresa del glorioso ligure, in che la musa italiana amò rinnovare le gioie e gli atletici ardiri dell' antico valore de' secoli cavallereschi di Europa: conchiuderemo, accennando al mirabile inno che sciolse Cristoforo Colombo, acceso di pietà immensa davanti agli augusti, che magnanimi e pii gli secondarono quell'idea, che egli dal cielo attinse ed a bene dell' umanità, benedetta dal cielo, dopo tanta guerra d'impedimenti condusse ad effetto. Pel suo Diego, che vinse nel torneo, palpitò di bella gioia l'animo del Colombo. Ma la sua immensa gioia era la vittoria della sua celeste idea. Ed in tali esultazioni sta tutto l'animo dell'eroe. Onde vediamo che in tanto che là dinanzi a'monarchi delle Spagne, benefattori dell'impresa, e primi signori dell'America, per tanto acquisto spettatori e monarchi a tali nuove cose e grandezze trasognati « Dio laudiamo » echeggiavano con unanime grido le regie sale;

. . . . . Dio laudiamo.
Il Padre, il Figlio e lo Spirito Santo
Magnifichi la terra, e nuovo attempri

Salmo la chiesa che la sua milizia
Dai coluri alle zone omai dilata
Co'salmi che la chiesa erge in trionfo . . . .

estatico così imprese a cantare il gran vincitore dell'Atlantico:

. . . . . O del mistero
Che l'È distingue, e non isparte il sono
Ipostasi verace, o tu del Padre
E del Figlio possente Amor che d'ambi
Non generato e coegual procedi
Senza prima nè poi, levi la terra
A te gli osanna, ed in te solo incenso
Abbia Geova impenetrabil uno
. . . . . .

E sì lungamente, e magnificamente, e veramente discorrendo ed isvolgendo i misteri di natura e di grazia, interrompendosi con l'intercalare

. . . . . levi la terra
A te gli osanna, ed in te solo incenso
Abbia Geova impenetrabil uno . . .

usciva in tale conchiusione con profetico accento ad Italia propizio:

Ultima a tanto memorabil regno

(il regno dell'*unità* e della *civil franchezza* dell'universale famiglia dell'umano genere)

Ultima a tanto memorabil regno
Verrà l'Italia, chè sin quì la somma
De'gran mali sofferti ancor non vince
Il carico de'suoi debiti enorme;
E non tardi verrà perch'ella indugi
Espiando ogni labe e rivestendo
La virtù che al poter consiglio ammanna;
Ma più saggia, più forte e radiosa
Il matronal contegno infra l'amiche
Nazïoni vedrem questa elevarsi
Primonata sorella: i negri panni
Vedova si circonda e sola, ahi! sola
Con altèra umiltà pausa e non dorme:
Chè l'etere vivace e le marine,
E il tripudio de'campi, e l'ostinata

(e parmi sì grande questo *ostinata*!)

Memoria del miglior tempo la desta.
Oh! se la piaga . . . Ma la fronte e il core
E i piè che adima nelle sue bell'acque
Son fermi e sani, e non ingiusto è il cielo.

E tale il canto si conchiude; ove in somma mirò sin da prima il patrio amore del nostro poeta.

IV.

Giudizio sul poema in generale, e più specialmente in quanto alla elocuzione.

Della grande azione ed unità ed armonia di tutto il concetto e delle singole o principali parti di

questo poema; siccome de'fini apparenti ed esterni, in quanto è opera d' arte; ed occulti ed interni di esso, in quanto mira a pubblico ammaestramento morale e politico: abbastanza, se non andiamo errati, si è per noi discorso, e nelle considerazioni che preponemmo, e nell'analisi che per quanto ci fu dato breve e limpida eseguimmo di tutta l'orditura dell'opera. Otto libri voi vedeste, egregi accademici, essere siccome una piccola ma assai vaga e ricca galleria, in cui l'autore colorì e dispose belli e varissimi quadri e non pochi ; i quali rappresentano scene tante, terrene e celesti e marittime, ed umane e divine; alcune in miniature certo finissime, e tanto più belle a vedere, quanto per non so qual mistura di colori e di luce e di ombre e di chiaroscuri e in prospetto e di profilo, ti accennano e allargano e distendono in lontananza mirabilmente la veduta nell'orizzonte dell'infinito. Per ciò poi che si riguarda al *carattere*; in solitudine, o in civile usanza, fanciullo, adolescente, od uom grave d'anni e di senno, assorto negli studi de'suoi sublimi amori, o dato a' viaggi, e tra le ciurme, ed al cospetto de'potenti, e ramingo cercando il destin suo, o commesso alla ventura d'incognito oceano; tu vedi nel Colombo l'uom grande sempre « *qualis ab ineepto processerit, et sibi constet* » come vuole il venosino. E sì tutti i personaggi: fiero sempre ed iniquo Alfonso; baldo e ingenuo Diego: venerando Tedisio; Azema, sin morta, bellissima; bella generosa e magnanima Isabella; prode, re Ferdinando; la corte misteriosa e vile; le ciurme rozze ed instabili. E i colori, e le sentenze, e lo stile, piegano e si acconciano a quelle varietà;

manca quella vaga semplicità ed eleganza limpidissima del Tasso, e dell'Ariosto, ma il nuovo argomento e le materie scientifiche non sol ne lo scusano, ma cel fanno ammirare: chè pure in quelle astruserie, chi ben n'intende la frase, è chiarezza ed anche eleganza, quanta basti: onde come quegli disse in lode de'latini: *nec minimum meruere decus, vestigia graeca Ausi deserere, et celebrare domestica facta*: tal possiam noi lodarci d'un fatto nuovo e patrio, sì ben ornato ed ordito, ad onor nuovo delle italiane lettere, dall'ingegno di Lorenzo Costa. Il quale seppe far d'un ardito navigatore un eroe da poema, cavando da tutti i possibili accidenti degli animi e delle cose quel carattere maraviglioso, che è fondamento anima e veste ad epica poesia. In risguardo poi alle speciali bellezze ed al merito della elocuzione; episodî, descrizioni, similitudini, figure d'ogni maniera e colore, sono innumerevoli: varietà stupenda, la qual sarebbe opera infinita a volerne pur toccare, oltre a quello che recammo qua e là in mezzo in questo ragionamento. Noterem solo che è opportuna copia di accennamenti dottissimi ad arti e scienze, e ad antiche istorie o tradizioni, e ad erudizioni moderne; di cui sapientemente si profitta: *non fumum ex fulgore, sed ex fumo dare lucem*: per ornare ed arricchire di sempre nuovi e rari pregi i suoi otto libri, e la poesia d'Italia; anche nella sì ardua impresa di descrivere la difficile e buia armonia del congegno delle macchine creatrici della tanta potenza del vapore. Alcuni schifiltosi n' accusarono in ciò il Costa, accagionandolo di oscuri labirinti di elocuzione: ma tali saran sempre codeste non vol-

gari bellezze a quelli che alle opere d'ingegno benchè descrittive e poetiche si accostano con volgari o scemi intelletti, scarsi delle cognizioni delle cose, e non usi alla pratica de'dizionari della lingua. Ha inoltre similitudini vaghissime; descrizioni, o sì veramente ipotiposi frequenti e piene di evidenza; delle quali è sì ricco che di esse pare come ambizioso il suo ingegno: ma è tal soprabbondanza che nasce da vigore, e non rompe l'armonica unità e la splendida semplicità del poema: delle quali non farem colpa al Costa, siccome nissuno riputò macchie dell'Iliade quelle tante e sì minute, e sempre ammirabili descrizioni degli scudi de'suoi eroi. Similitudini belle paionmi, per mo' d'esempio, queste; come allor che disse i marosi « *simili a torme di lioni in caccia* »; e là dove i castelli posti a tener in freno le città chiama « *torrioni Qua e là dispersi e minaccianti in guisa Di sicario che sta coll'armi occulte E guerreggia le vie* ». Delle sentenze fra l'altre mi piacciono, questa della storia « *che non paventa ostri nè toghe*, e l'altra degli stranieri, il soccorso de'quali « *è lungo oltraggio a chi mal si confida* ». Le metafore sono sempre rapidi lampi di luce che e' sparge, e per la quale or dà vigore agli argomenti, or inleggiadrisce le tinte de'suoi quadri, or fa vivissime le men visibili e le più buie parti del poetico tessuto. È a notare il *ferreo* petto del Colombo; e l'altra, ove dice del medesimo « *chiusa l'anima sua nel diamante Che non teme percossa* ». Nondimeno di alcune cose nè io pure mi contento: come dirò che non mi paiono compite similitudini, nè quella ove nel I libro il Colombo, campato in una tavola a' lidi lusitani,

si paragona a Mosè e a Giona, benchè ancor quelli, ma per meglio dichiarata messione divina, salvi dalle acque; e nè l'altra mi va a versi nel VII, dell'accorrere le genti in Palo al suo ritornarvi dall'America, siccome le genti di Parigi accorrevano in su la Senna a vedervi il convoglio delle ceneri di Napoleone il grande, trasportatevi da s. Elena; chè a Palo era trionfo festivo e di gloria, a Parigi pompositià di funerali: là uom vivo, qua ceneri ritornavano: quantunque, a vero dire, a comporre similitudini basti un lato solo di simiglianza degli obbietti che si avvicinano nel paragone. Nell'uso degli epiteti poi è non sol proprio e riciso, ma sovente felice, ingegnoso ed arguto. Ma non mi passo volonteroso di quel luogo, là ove nel libro VIII toglie d'impaccio il suo eroe (e nè tal impaccio molto mi aggrada); dalla somma reverenza onde dinanzi a Ferdinando ed Isabella in trono pone il gran domatore de'mari come mutulo a prima giunta; con fargli porgere conforto dalla pietosa regina che in quella il rinfrancò guardandolo, come dice il poeta, *donnescamente*: il quale avverbio in tal congiuntura, dico il vero, che a me non va a sangue; nè credo che il Petrarca, il quale tanti conforti trovava ne'begli occhi della sua Laura, il volger dolce e pietoso di quelli avrebbe con simigliante parola significato, che nulla ha di gentile, s'io non m'inganno. Incontra del pari qua e là ma raramente che t' imbatti in versi senza armonia, e parole altre e modi per avventura noterai che non vorresti dir poetici; i quali certo (a quel che sappiamo delle altre sue poesie) avrebbe il poeta ben saputo cambiare in altri più belli

ed armoniosi, se in luogo dello *Sciolto*, avesse, come potea, adoperata la *Rima*; armonia esteriore, senza la quale in grande ed epica poesia sì difficilmente si esprime e sostiene l'armonia interna delle idee e de'concetti: e noi sì, contenti al *numero* poetico che, quantunque non finissimo, non manca negli sciolti, non badando alla musica della rima, vogliamo, a ben giudicarlo, sol ammirare nel Colombo del Costa l'armonia dei pensieri e delle immagini. Ma in sì bello e grande lavoro ti ricorderai che non per tal mancamento, nè per sì fatti nei, come c' insegna il venosino, vorrai offenderti, e quindi miscredere le vere e molte bellezze, onde risplende tutto il poema: nel resto anche Omero alcuna volta dormicchia: anche nel Tasso ha concettuzzi ed artifizî che non piacciono: anche nel maraviglioso Ariosto ha soprabbondanza e lusso di colori e di figure e giri e rigiri ed accidenti, ne'quali si smarrisce come in un labirinto una non abbastanza forte e diritta immaginazione. Ma non posso far a meno di notare per ultimo che non minor pregio del *Cristoforo Colombo* è la proprietà esquisita e l'uso sapiente della patria lingua, di che l'A. si addimostra non pur sollecitissimo, ma peritissimo, nelle parole e forme di dire che con tanto fino criterio volle e seppe scegliere e adoperare sì diverse come richiedevano la natura e gli usi de'subbietti che trattava; scientifici, ove di scienza, in cosa d'arte artistici, marinereschi o militari là dove tocca di stromenti e ingegni di mare o di armi e di guerre. Nel che è ricchezza tanta, che ad alcuni parve lusso strabocchevole, ad altri amore di peregrinità soverchio,

ad altri argomento di oscurità. A' quali tutti, se l'amore e l' ammirazione di tal poema non mi fanno velo all'intelletto, ottimamente si può e vuolsi rispondere, che que'modi e que'vocaboli son là, non cassati o proscritti, ma registrati e come canonizzati, e nel gran dizionario della nostra favella, e ne'parziali dizionari delle arti diverse e delle scienze, e ne' trattati degli autori che versarono in quelle materie, e ne'poemi od epici o lirici o didascalici latini e italiani che cantarono armi, o il mondo, o la natura, o i cieli, o i mari, o le terre, o checchè si fosse oggetto di canto di sapienza e d'arte. Per la qual cosa congratuleremo qui alfine volentieri e ad Italia e al Costa, di sì bello e ricco e magnifico poema; onde quella s'inghirlanda di nuova gloria, che ad un tempo rinfresca le sue glorie antiche, e'l Costa può fregiarsi dell' onore di essere del bel numero uno di coloro, a'quali è duca e maestro

Il signore dell'altissimo canto.

NOTE

(1) Nuda gloria, maggiore d'ogni compenso, come purissima: che gli uomini poi, loro usanza, fecero più grande, ornandola di catene; come il medesimo Colombo se ne pregiò, volendole compagne infin nella tomba; ove trovò da ultimo quell'asilo, che invano cercò su la terra, ei scopritore d'una metà della terra!

. . . chi divinò dell'orbe i regni ascosi
Non ha zolla ove il capo egro riposi!

Come ben disse il Crocco; *Ultime parole* di C. C. . . . ottave, Torino, 1843. Così sempre gli eroi; per l'umanità, non per se compiono le loro mirabili missioni nel mondo. Se non che ben possiamo con le belle parole della Guacci conchiudere, siccome già ella delle sventure di tutti i grandi ingegni e del Colombo cantò sì mirabilmente in una delle sue sublimi inspirazioni:

Vittima sia la polve,
Ma spunti vita libera e serena
All'intelletto che del Ciel è figlio.

(2) Nel mondo cionnostante è stata sempre appresso a' sapienti una credenza, avuta come per tradizione dell'antichità, della esistenza degli antipodi. Seneca in eco a tale tradizione cantò nelle tragedie, all'atto II. della Medea:

. . . venient annis
Saecula seris, quibus Oceanus
Vincula rerum laxet, et ingens
Pateat tellus, Typhisque novos
Detegat orbes, nec sit terris
Ultima Thule.

E Virg. lib. I Georg. v. 247

Illic, ut perhibent, aut intempesta silet nox
Semper, et obtenta densantur nocte tenebrae;

Aut redit a nobis aurora, diemque reducit,
Nosque ubi primus equis oriens afflavit anhelis,
Illic sera rubens accendit lumina Vesper.

Ma ancora in quei tempi il volgo ne rideva, come ci attesta Cicerone (Acad. Quaest. *Lucullus*, c. 123), che intanto, quanto a se, diceva: *ista non aspernor*. E tanto più dunque a' tempi del Colombo, onde cantò il Testi:

Del ligustico eroe derise i vanti
Italia (e sì l'Europa!) allor ch'ei disse
Trovarsi ignoto un nuovo mondo al mondo.

Pur non mancarono eziandio de' ss. padri molti che vi credettero: e fa ben maraviglia che non se ne persuadesse il grande Agostino. Ma bisogna confessare che per la ignoranza di quei secoli la questione non si poneva con limpida espressione di discrete parole: vi s'impigliavano questioni dilicate di credenze religiose. Come a'tempi di papa Zaccaria, che non della sentenza degli antipodi, ma sì d'altri uomini non adamitici, che alcuno pareva ammettesse, ombrò: quando un tal prete tedesco Virgilio (e non, come altri, il vescovo di Tapso Vigilio), tenendo a questa opinione, male si esprimeva, quasi accennasse che ben altri uomini da quei del nostro vivessero nell'opposto emisferio. È degno sopra tali cose da vedersi nel Cancellieri nelle sue brevi ma d'infinita erudizione *Notizie . . . di C. Colombo*, Roma, Bourliè, 1809.: il quale nondimeno parlando qui stesso della *pluralità de' mondi* nel senso di Fontenelle, e d' altri astronomi, non sappiamo con qual fondamento, dandole del *sogno*, se ne ride.

(3) « Cristoforo fece uno studio particolare per l' intelligenza „ de'geografi, lettura per lui giocondissima fin da'più teneri anni. » Perciò applicossi alla geometria, all'astronomia, al disegno; scien„ ze, che sono alla prima compagne indispensabili » (Elog. di Crist. Colom. del marchese Durazzo, pag. 8-9 dell'ediz. degli elog. ital. tom. II, impres. in Venezia, pe'tipi di Marcuzzi senza data). L'Hernera nella sua istoria delle Indie lo fa anche intendente sì di latino, che si dilettava eziandio di comporne versi.

(4) Appresso il soprannominato Durazzo nelle annotazioni sono preziosi documenti le lettere di Paolo Toscanelli fiorentino al Colombo, e, pel re di Portogallo, al can. Martinez; le quali mostrano che fosse a quei tempi la scienza.

(5) Gli eroi veri sono tenerissimi dell' onore: di nulla tanto si sdegnano, anzi spaventano, quanto del pericolo che possa corre-

re la lor buona riputazione. Era abbastanza, anzi oltre ogni comunale pazienza, che ei tollerasse il dolore che alla sua grande profferta tutto il mondo non credeva, sì che *lunga stagione per mezzi indegni*, come sen dolse il Chiabrera,

> Europa disprezzò l'inclita speme,
> Schernendo il volgo e seco i regi insieme
> Nudo nocchier promettitor di regni:

Che sarebbe stato, se, tentata, gli fallisse l'impresa? Ma ei credeva alla sua idea vera, per la cui virtù vinse eziandio gli spaventi d'una possibile infamia.

(6) Prefazione: ove l'A. espone gl'intendimenti de'suoi studi e del poema.

(7) Quali che e'fossero le opinioni degli eruditi intorno le origini di nostra lingua volgare, per quanto varie e quasi infinite cagioni di costumi e pensieri e di lingue d'altri popoli (misere nostre ricordanze) vi abbian potuto contribuire e vi contribuirono loro influssi; il più delle parole nondimeno, e la fisonomia, ritenne, lineamenti di figliale rassomiglianza, dall'antica lingua del Lazio; come al possibile brevemente noi stessi dimostrammo in un nostro opuscolo « *Sul bello e vero scrivere italiano* » stampatoci in Orvieto dal tipografo editore Sperandio Pompei nel 1844. Intorno ai quali studi non raccomanderei mai abbastanza le opere sopra Dante e sopra il trecento dell'egregio e gentil Perticari.

(8) Mutamenti di stati, o di forme di civiltà, possono ben essere per impeto di forze prevalenti, d' onde elle vengano: ma non sono durabili, nè stabiliscono nuovo essere alla civile comunanza, se per lenta continua ed efficace azione dinamica delle idee non vi siano preparati e condizionati gli animi, non di una parte, ma sì di tutti o quasi tutti gli ordini d' un popolo; sì che le nuove instituzioni siano come bisogni sentite e desiderate da'più: e le idee siano fatte sì popolari e sì vive nelle menti che ingenerino gli affetti ne' cuori; tal che poco manchi che divengano azione ed opera. E questa è l'impresa, a cui indirizzano i loro studi, e debbono adempire i sapienti: i quali non debbono affrettare, ma seguire gli avvenimenti; nè illudersi di lor potenza in faccia alla potenza della natura: la quale svolge l'umanità gradatamente, e per via e modi di transizioni misteriose; con legge d'un tal quale sincretismo, che ad umano intelletto è impossibile di conoscer fondo, in ogni effetto morale concorrendovi a produrlo mille e contrarie cagioni. L'opera de'sapienti è lo spargere le grandi idee, fortemente, instantemente; sinchè esse

producano effetti ogni di più men impuri; sinchè, vinta ogni altra concorrente cagione, ne producano purissimi. L'idea pittagorica del sistema del mondo per quante formole mezzo vere e mezzo false, e strane, e stranissime, non è passata, sinchè toccasse la sua splendida purità nell'ingegno del Galilei! E sì, e meglio, vuolsi dire delle trasformazioni civili e politiche delle umane società.

(9) Giulio Rezasco, Genova, tipografia Ferrando, 1847. Il quale ottimamente dice che le vere e grandi opere d' ingegno alto e robusto, che s'innalza a veri solenni e non comunali, non sono mai appieno popolari, ma sì son pasto a'forti intelletti della nazione, che in quelle s'inspirano, e di que'sensi informati, quindi n'ammaestrano e n'accendono la patria. Del rimanente il Costa è popolare e facilissimo a qualunque s' intenda bene della patria lingua, e della storia e delle speranze d' Italia, e non è ignaro e schivo del tutto di quel tanto che e' usò del tesoro nascosto delle scienze.

(10) . . . . La posterità . . . dee far risonare i dovuti plausi, ed ogni regione far » eco onorevole agli universali » benefattori. Così mentre la pensatrice Inghilterra (questo epiteto » or si darebbe meglio all'Alemagna), e la Francia generosa enco- » miano i Pitt ed i Sully, le nazioni tutte in folla debbono pronun- » ziare l'elogio di Cristoforo Colombo . . . Elog. . . Durazzo. » Bene dagli stranieri, e da alcun italiano eziandio, si è tentato di rapire tanta gloria al Colombo: ma ormai questa è istoria sì vera e certa, che quantunque quel nuovo mondo porti il nome piuttosto d'altro navigatore fortunato, che del primo scopritore infelice, pure non è a nessuno possibile nominare America e gli antipodi, che ad un tempo non ricorra alla mente come a quei nomi congiuntissimo il nome del Colombo. È bello il vederne nel Durazzo sopraccitato i diplomi di grande ammiraglio de' nuovi mari, e di vicerè de' nuovi regni; il primo del 1492 da Granata; il secondo del 1493 da Barcellona; speditigli da quei monarchi spagnuoli. Ed è verità inconcussa avere il Colombo più volte fatto quel gran viaggio; sinchè impigliossi nella rete dell'invidia e delle calunnie, che gli tesero i suoi nemici, amici avarissimi dell'oro dell'America. Ha infino una lettera di quei re, del 1502 da Valenza, nella quale gli si condolgono della sua prigionia, rifermandogli la loro grazia e i privilegi concedutigli. Eppure essi re avean mandato il commendatore Bovadilla in quei nuovi conquisti, non sappiamo se spia posta addosso al Colombo, o come giudice e regio magistrato, il quale certo rovinò le fortune di quell'eroe!

(11) E qui siano contenti i leggitori cortesi, che per amore del mio serafico ordine di transito io noti che tal Giovanni da Mar-

cena, come dicono le nostre istorie, e, come ben pose in chiaro il P. Pizzorni in un suo recente opuscolo presentato in Genova a quel congresso degli scienziati del 1846 (Genova, tip. Como), era un figliuolo di colui che Dante si mirabilmente appellò *serafico in amore*: al quale onorando ricevitore, anzi confortatore, e poi anche guida del grande ed infelice ligure alla regina Isabella; oltre le belle e melanconiche scene di solitario e sicuro ostello che vi dipinge il Costa; consacra il moral poeta sonori e lieti versi di gratitudine e di memoria immortale. Il Pizzorni nel citato libro dimostra, che non il solo Gio: da Marcena, ma più francescani aiutarono con forti e pietosi offici in corte il Colombo.

(12) Non vorremmo fraudare il nostro Dante della lode d'aver anch'egli creduto all'esistenza degli antipodi; poichè sembra avere in questi versi del I canto del paradiso veduto e descritto chiaramente come il girar del sole intorno la terra, secondo la volgar veduta, così la *sfericità* e i due *emisperi* di essa:

Surge a'mortali per diverse foci

(i diversi punti della fascia dello zodiaco, che percorre)

La lucerna del mondo . . . . . .
. . . . . .
Fatto avea di là mane e di qua sera
Tal foce quasi, e tutto era là bianco
Quello emisperio, e l'altra parte nera.

Il primo libro delle quistioni accademiche di M. Tullio Cicerone fatto volgare.

(Continuazione e fine.)

6. E questi sono que'tre generi, de'quali la maggior parte estima che ragionino i peripatetici: e non falsamente, mentre questa è la lor divisione. Hanno bensì inconsiderata opinione, se tengono che altri fossero allora chiamati accademici, altri peripatetici. Questa dottrina fu loro comune: ed agli uni e agli altri pareva questo il fine de'beni, l'acquistare cioè que'beni che fossero principali in natura, e o desiderabili per se stessi, o tutti, o i massimi. Massimi poi son quelli che si trovano nello stesso animo e nella stessa virtù. Pertanto tutta quell'antica filosofia tenne sentenza, nella sola virtù esser riposta la vita beata: non però la beatissima, se non vi si aggiungano i beni del corpo e gli altri, di cui sopra è detto, idonei all'uso della virtù. Da questa descrizione traevasi eziandio il principio di fare alcuna cosa nella vita, e il principio del dovere istesso; il che consisteva nella conservazione di quelle cose che prescriveva la natura. Quindi nasceva la fuga dell'ozio, e lo sprezzo de'piaceri, da cui e l'intraprendimento di laboriose imprese, e di molti e grandi affanni per cagione del retto o dell'onesto, e di quelle cose che erano congruenti alla descrizione del-

la natura. Onde veniano e l'amicizia e la giustizia e l'equità, e queste anteponevansi a'piaceri ed alle molte comodità della vita. Tale fu appo loro la scienza de' costumi, e la forma e descrizione di quella parte (1) che io posi siccome prima.

La natura poi (il che veniva in seguito) dividevano in due parti: dicendo che l'una è efficiente, l'altra, che quasi si offre a questa, essere quella di cui alcuna cosa si fa. Nella efficiente pensavano essere una potenza, in ciò che venìa formato una certa materia, in amendue poi l'uno e l'altro: mercechè nè la materia avrebbe potuto starsi unita, ove non fosse rattenuta da alcuna forza; nè alcuna forza avrebbe potuto operare senza materia; poichè non è cosa che non sia stretta ad esistere in qualche luogo. Ciò poi che deriva dall'uno e dall'altro chiamavano corpo, e quasi una certa qualità. E mi concederete per vero, che nelle cose insolite, come fanno i greci stessi, che già da lunga pezza trattano di tali materie, a quando a quando io mi serva di non più udite parole.

7. Per quanto spetta a noi, disse Attico, ti sarà lecito far uso anche di parole greche quando vorrai, se per caso ti mancassero le latine. Bene sta: ma studierommi di parlare latino, salvochè in parole, come sono filosofia, o rettorica, o fisica, o dialettica, delle quali, come di molt'altre, si vale l'uso come fossero latine. Chiamai adunque *qualità* quelle che i greci dicono *poiotetas* (ποιότητας): la qual parola medesima appo i greci non è del volgo, ma

(1) Altri leggono *artis*, di quell'arte.

dei filosofi: e ciò avviene pure di molte altre. Oltre ciò niuna parola de' dialettici è di pubblico uso, ma servonsi delle loro proprie: il che appunto è comune a quasi tutte le arti. Poichè, o debbonsi dare nuovi nomi a cose nuove, o trasportarveli da altre cose. E se ciò adoperano i greci che trattano siffatte materie da tanti secoli, quanto più si ha da concedere a noi che tentiamo trattarne per la prima volta! Tu poi, o Varrone, seguitai io, mi sembra che bene meriterai de' tuoi cittadini, se non solamente li arricchisci coll'abbondanza delle idee, come facesti negli scritti, ma eziandio coll' abbondanza delle parole. Ardiremo quindi, ripigliò egli, dietro la tua autorità far uso opportunamente di parole nuove. Di quelle qualità adunque altre sono prime: altre che nascono da esse. Le prime son tutte ad un modo e semplici: le nate da loro varie, e quasi moltiformi. Pertanto l'*aria* ancora (uso questa parola, come latina) il fuoco, l'acqua e la terra sono prime: nate da queste sono le forme degli animali, e di ciò che la terra produce. Laonde quei principii (per tradurre il greco vocabolo) diconsi *elementi*; de' quali l'aria e il fuoco hanno forza di movere e di operare, gli altri quella di ricevere le azioni in sè, e d' esser quasi passivi: l' acqua dico e la terra. Il quinto genere, cui spetterebbero gli astri e l'anime de'singoli viventi, teneva Aristotele che fosse alcun che dissomigliante da'quattro sovradetti. Ma pensano esservi una certa materia soggetta a tutti, senza alcuna specie, e priva di tutta quella qualità (e servendoci di questa parola facciamo che ella divenga più trita ed usitata), dalla quale materia tutte le

cose siano state tratte e formate; la quale dicono possa ricevere tutte le forme, e in ogni modo cangiarsi, e per ogni parte; e quindi anche risolversi, non in nulla, ma nelle sue parti, le quali possono separarsi e dividersi in infinito; non essendo cosa alcuna, per menoma che sia, in natura che non possa dividersi: quelle cose poi, che muovonsi, tutte dicevano muoversi per intervalli, i quali del pari possono dividersi in infinito. E così movendosi quella forza, che dicemmo qualità; e volgendosi così per ogni parte; pensano che anche tutta la materia istessa possa mutarsi onninamente, e formare quelle cose che chiamano *quali*, da cui in tutta la natura unita e continuata con tutte le sue parti si è formato il mondo: fuori del quale niuna parte di materia esista, e niun corpo: tutto ciò poi, che è nel medesimo, essere parti del mondo, le quali sono contenute nella sentente natura, in cui vogliono sia inerente una perfetta ragione, la quale sia la stessa cagione sempiterna. Affermano poi nulla essere così valente, da cui possa esser fatta perire; la qual forza dicono essere l' anima del mondo, e la stessa mente e sapienza perfetta, la quale chiamano Dio; e come a dire una certa provvidenza di tutte le cose che gli sono soggette; la quale ha principalmente cura delle cose celesti, quindi sulla terra di quelle che appartengono agli uomini: e questa alcuna volta chiamano necessità, perchè null' altro può fare da quanto ha stabilito nella quasi fatale ed immutabile continuazione dell'ordine sempiterno: alcun' altra la dicono fortuna, perchè molte cose fa improvvise e fuor d'ogni nostro pensiero per la oscurità ed ignoranza delle cagioni.

§ 8. Appresso la terza parte della filosofia, che riguardava la ragione e il disputare, così trattavasi dagli uni e dagli altri; e sebbene originava da'sensi, pure il giudicio della verità non consisteva ne'sensi. Volevano che la mente fosse giudice delle cose; avvisando essere la sola, cui si avesse a credere; perchè sola discerneva ciò che sempre è semplice, uniforme, e tale quale si trova. E questa chiamano *idea*, già da Platone così nominata: noi dirittamente la possiam dire *immagine*. Pensavano poi, tutti i sensi essere ottusi e tardi, attalchè non percepissero in modo alcuno quelle cose che sembravano soggette a' sensi, le quali, o erano tanto piccole, che non potessero cader sotto a'sensi, o così mobili e concitate che nulla mai avessero di fermo e costante, nè meno una cosa stessa, perchè tutte erano continuamente scorrevoli e fluide. E quindi tutta questa parte di cose chiamano opinabile. La scienza poi pensavano non essere in nessun altro luogo, se non se nelle nozioni dell' anima e nelle ragioni: il perchè approvavano le definizioni delle cose, e le adoperavano in tutte le disputazioni. Approvavano ancora lo spiegare le parole, cioè il dichiarare perchè ciascuna cosa fosse così nominata; la quale spiegazione chiamavano *etimologia*. Di poi si giovavano degli argomenti, e quasi note guide delle cose, a provare e conchiudere ciò che volevano spiegare: nella qual parte insegnavasi tutta la disciplina dialettica, cioè del discorso ragionato. A ciò arrogevasi, quasi d'altra parte, la oratoria eloquenza di ragionare, esplanatrice del continuato discorso acconcio a persuadere. Questa era la prima filosofia insegnata loro da

Platone; della quale, se vi piaccia, esporrò le dispute che ascoltai. Bene il vogliamo, io dico, a rispondere anche per Attico.

9. E bene hai risposto, ei soggiunse; perocchè ottimamente spiegasi l'autorità de'peripatetici e dell' antica accademia. Aristotele pel primo atterrò le *specie* o *immagini*, di cui parlai poc'anzi, le quali Platone avea mirabilmente adottate in modo che diceva essere in quelle alcuna cosa di divino. Teofrasto poi, uomo e soaviloquente e costumato in guisa che mostrava una certa probità ed ingenuità, infranse in certo modo viemaggiormente ancora l'autorità dell'antica disciplina; mentrechè spogliò la virtù del suo decoro, e più debile la rese: negando che in lei sola fosse riposto il viversi beatamente. Essendo che Stratone a lui discepolo, comechè uomo di vivo ingegno, pur debbesi al tutto separare da quella disciplina: come colui, che avendo lasciata la parte della filosofia sommamente necessaria, che è riposta nella virtù e nei costumi, ed essendosi dato tutto alla investigazione della natura, in questa medesima moltissimo dissentì da'suoi. Speusippo poi e Sonocrate, i quali per primi aveano presa a sostenere la ragione e l'autorità di Platone, e dopo questi Polemone e Crate, insieme con Crantore congregati in accademia, difendevano con diligenza quelle dottrine che da'precedenti loro maestri avean ricevute. Già Zenone ed Arcesila aveano frequentata di continuo la scuola di Polemone. Ma Zenone superando Arcesila di età, e disputando assai sottilmente, e dibattendosi acutissimamente, si sforzò di correggere la disciplina. La qual correzione vi spiegherò ancora

come soleva fare Antioco, se vi piace. A me certo, gli dissi: e vedi Pomponio accennare lo stesso.

10. Zenone adunque per niun modo era tale, che come Teofrasto tagliasse i nervi alla virtù, ma all'incontro riponeva nella sola virtù tutto che apparteneva alla vita beata: nè altro annoverava fra i beni, e null'altro chiamava onesto, se non ciò che è semplice, solo ed unico bene. Le altre cose, quantunque non fossero nè beni, nè mali, nullameno altre diceva essere secondo natura, altre a natura contrarie; altre cose poi contava a queste frapposte ed intermedie. Quelle poi che erano secondo natura, quelle insegnava essere da intraprendere e da riputar degne d'una certa estimazione: delle contrarie diceva all'incontro: lasciava in mezzo quelle che non partecipavano d'alcuna di queste, nelle quali non ponea importanza alcuna. Di quelle che erano ad intraprendersi, altre diceva aversi a stimare più, altre meno. Quelle che più, le chiamava *preposte*: quelle che meno, le diceva *rigettate*. E come avea cangiate queste non tanto nella sostanza che ne' vocaboli, così fra il bene fatto ed il peccato, il dovere e il contro dovere, collocava alcune cose di mezzo, riponendo il sol bene fatto fra le buone azioni, il male, cioè il peccato, fra le cattive: i doveri poi, ed osservati e intralasciati collocava in mezzo, come dissi. E poichè i precedenti filosofi avean detto non consistere ogni virtù nella ragione, ma che alcune virtù originavano da natura e dal costume: questi le riponeva tutte nella ragione; e mentre essi avvisavano non potersi separare que' generi di virtù, di cui ho detto di sopra, sosteneva costui neppur

questo potersi fare in modo alcuno: nè solamente l'uso della virtù, come opinarono i precedenti, ma l'abito ancora essere preclaro per sè stesso: ma che però la virtù non si trova in alcuno, ove sempre non la pratichi. E non togliendo quelli le passioni dell'animo dell'uomo; e dicendo esso per natura aver dolore, desiderio, timore o allegrezza, le raffrenavano e restringevano nondimeno; volle costui che il sapiente fosse privo di tutte codeste, quasi fossero morbi. E dicendo gli antichi, questi affetti essere naturali e privi di ragione, e collocando in altra parte dell'animo la cupidigia: in altra la ragione; egli non assentiva neppure a costoro, mentre riputava anche gli affetti essere volontari, e suscitarsi per giudicio dell'opinione; e teneva che ogni affezione fosse madre d' una certa smoderata intemperanza. E queste cose diceva a un dipresso de' costumi.

11. Intorno alla natura poi era di tal sentimento: primieramente a quei quattro principii delle cose non aggiungeva per quinta questa natura, da cui pensavano formarsi i sensi superiori e la mente. Perocchè stabiliva il fuoco essere la stessa natura che genera tutto, anche la mente e i sensi. Dissentiva pure dai medesimi, perchè pensava per niun modo potersi formare alcuna cosa dalla natura che fosse priva di corpo (del cui genere Senocrate e gli altri sopraddetti dissero essere ancora l' anima, nè però dicevano che ciò che fa alcuna cosa, o vien fatto, potesse essere non corpo. Mutò eziandio moltissimo in quella terza parte di filosofia, in cui spose di prima alcune nuove cose intorno a' medesimi sensi: i quali giudicò essere congiunti da una certa

quasi impulsione fatta loro all'esterno: la quale egli chiamò *fantasia*, e a noi ben lice chiamare *visione*: e riteniamo pure questa parola, poichè avremo a giovarcene sovente nel rimanente del discorso. A queste cose, poichè sono state vedute e ricevute dai sensi, aggiunge l'assenso degli animi, il quale vuole che sia riposto in noi e volontario. Nè a tutte le *visioni* avea fede, ma soltanto a quelle che avessero alcuna propria dichiarazione delle cose stesse che erano vedute: e questa visione, nell'atto che scorgevasi, chiamavala *comprensibile*. Mi passerete voi questa parola? Certamente, risposi: e in qual altro modo diresti *catalepton* (καταλῆπτον)? Ma essendo cosa già ricevuta ed approvata, la chiamava *comprensione* a somiglianza di quelle che prendonsi colla mano; da cui aveva ancora tratto questo nome; della qual parola niuno prima di lui aveva fatto uso in tale materia; ed il medesimo adoperò moltissime nuove parole, trattando egli di nuove cose. A ciò poi che era compreso dal senso, dava pur nome di *senso*; e se era compreso talmente, che non si potesse trarre che colla ragione, lo diceva *scienza*; se altrimenti, *nescienza* lo nominava, dalla quale derivava l'*opinione* che fosse debole, e comune col falso e coll' incognito. Ma fra la scienza e la nescienza collocava quella comprensione che dissi, e non l'annoverava nè fra le cose rette, nè fra le prave; ma diceva doversi credere a lei sola. Ond'è che dava fede eziandio a' sensi: perchè, come dissi superiormente, la comprensione fatta da'sensi vera e fedele gli si mostrava, non perchè comprendesse tuttochè era nella cosa; ma perchè nulla intralasciava che potesse ca-

dere in quella; e perchè la natura avesse dato quasi una norma della scienza e del principio di sè stessa, acciò s'imprimessero poscia negli animi le nozioni delle cose, per mezzo delle quali non solo si scoprirebbero i principii, ma certe vie più ampie a trovar la ragione. Rimoveva poi dalla virtù e dalla sapienza l'errore, la temerità, l'ignoranza, l'opinione e il sospetto, e in una parola tuttociò che fosse alieno da un fermo e costante assentimento. E in ciò consistette pressapoco tutto il cambiamento, e il disentire di Zenone dagli antecedenti filosofi.

12. Le quali cose avendo egli dette, ripigliai io: E in breve in vero, e non oscuramente, hai esposto, o Varrone, la dottrina dell'antica accademia e degli stoici; e stimo esser vero, come piaceva ad Antioco nostro famigliare, che codesta abbia piuttosto a tenersi una correzione dell' antica accademia, di quello che una nuova disciplina. Allora Varrone: Tocca ora a te, disse, che da non molto ti diparti dal sistema degli antichi assentendo alle innovazioni di Arcesila, l' insegnarci come e per qual cagione sia avvenuta la divisione, affinchè vediamo se codesto allontanamento sia bastevolmente giusto. Allora io: Arcesila, come udiamo, assunse tale contesa con Zenone, non per pertinacia o per desio di vincerlo, come pare anche a me, ma per la oscurità di quelle cose che alla confessione della loro ignoranza aveano indotto Socrate, e già innanzi a Socrate, Democrito, Anassagora, Empedocle e quasi tutti gli antichi, i quali asserirono nulla potersi conoscere, nulla percepire, nulla sapere: i sensi essere angusti, deboli gli animi, breve il corso della vita; e (come

diceva Democrito) la verità starsi sepolta in un profondo pozzo: tutte le cose essere preoccupate dalle opinioni e dagli educamenti: niun luogo lasciarsi alla verità: quindi affermarono il tutto essere circondato da tenebre. Pertanto Arcesila negava essere alcuna cosa che si potesse sapere, neppure quello che Socrate avea lasciato a se. Così opinava tutto esser nascosto in occulto: nè essere cosa alcuna che vedere od intendere si potesse: per le quali cagioni non esser mestieri nè professare nè affermare cosa veruna; nè affermarla coll'assenso: e sospendere sempre il giudicio, e ritenere da ogni caduta la temerità, la quale allora sarebbe somma, quando approvasse o false od incognite cose. Nè essere alcuna cosa più turpe del premettere l'assenso e l'approvazione alla cognizione e percezione.

Quello che era consentaneo a siffatto sistema faceva che contro le sentenze di tutti si disputasse molti giorni; talchè nella medesima materia trovandosi ragioni e contrarie e di pari peso, più agevolmente si sospendesse il consentimento da ambe le parti. Questa chiamavano *nuova* accademia, la quale a me sembra *vecchia*, seppure in quella vecchia contiamo Platone, ne'cui libri nulla si afferma, e molto si disputa da ambe le parti, si tratta di tutto e nulla si afferma per certo. Ma chiamisi pure antica quella che esposi, e questa nuova si nomini, la quale condotta infino a Carneade, che fu quarto dopo Arcesila, nel medesimo sistema di Arcesila durò. Carneade poi non ignaro d'alcuna parte di filosofia, e come seppi da quelli che n' aveano uditi i precetti, e massimamente da Zenone epicureo, che

dissentendo da lui moltissimo, pure lo ammirava sovra gli altri, fu di una certa incredibile facoltà . . .

(*E molte parti di questo primo libro, e de' tre rimanenti, si desiderano*).

GIANFRANCESCO RAMBELLI
traduceva.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

INDICE DEL VOL. 346.

SCIENZE

Chelini, Di alcuni teoremi del Gauss relativi alle superficie curve (Continuazione e fine.) . . . . . PAG. 3
Cialdi, Ultime disposizioni date ai lavori sul porto Canale di Fiumicino. » 21

LETTERATURA

Da Rignano, Ragionamento intorno al Cristoforo Colombo del Costa. » 51
Rambelli, Traduzione del primo libro delle quistioni accademiche di Cicerone (Continuazione e fine.). . . » 132

GIORNALE
ARCADICO
DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. 347.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
1848

SCIENZE

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

Sulla riduzione di alcuni integrali definiti ai trascendenti ellittici, ed applicazione a differenti problemi di geometria e di meccanica razionale. Memoria di Barnaba Tortolini.

1.° Gl'integrali definiti, che ci proponiamo ridurre ai trascendenti ellittici potranno tutti dipendere dal valore dell'integrale definito

$$U_{2n}=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{\Delta}\log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)d\varphi$$

nel quale Δ, come intende *Legendre*, sia il radicale $\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\varphi)}$, ed m denoti una costante reale minore, o maggiore dell'unità: quando la costante m si presenti sotto forma immaginaria, il logaritmo iperbolico si trasforma in un arco di tangente eguale ad un multiplo dell' irrazionale Δ. In qualunque ipotesi U_{2n} dipenderà dai trascendenti ellittici di prima e seconda specie. Quantunque ai geometri sia già bastantemente nota la riduzione di questi integrali per qualche caso particolare, contuttociò crediamo utile di presentare qui delle formole generali, le quali trovano eleganti applicazioni a differenti questioni di geometria superiore, e di mecca-

nica razionale, come si vedrà, da quanto verremo ad esporre.

2.° Il metodo del quale faremo uso per la riduzione di questi integrali consiste nella differenziazione e derivazione sotto il segno $\int$ relativamente alle costanti ivi racchiuse. Sia dunque

$$U_{2n} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{\Delta} \log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right) d\varphi$$

ove per $k < 1$ si abbia $\Delta = \sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\varphi)}$. Differenziando il valore di U_{2n} relativamente alla costante m abbiamo

$$\frac{dU_{2n}}{dm} = 2\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi\, d\varphi}{1-m^2\Delta^2} = 2\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi d\varphi}{1-m^2+m^2k^2\operatorname{sen}^2\varphi}$$

Tutto l'artificio di riduzione consiste nella ricerca del nuovo integrale definito, e quindi nell'integrarione relativa ad m. L'integrazione relativa all'angolo φ non si può eseguire senza la separazione dei termini per la divisione, in modo che l'ultimo degli integrali sia quello che converrebbe nella supposizione di $n = 0$. Sia primieramente $m < 1$ è chiaro che ponendo $m = \operatorname{sen}\theta$, avremo

$$\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{1-m^2+m^2k^2\operatorname{sen}^2\varphi} = \frac{\cos^{2(n-1)}\theta}{k^{2n}\operatorname{sen}^{2n}\theta}\left(\frac{k^{2n}\operatorname{tang}^{2n}\theta\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{1+k^2\operatorname{tang}^2\theta\operatorname{sen}^2\varphi}\right)$$

Osservando ora che in generale

$$\frac{z^n}{1+z} = z^{n-1} - z^{n-2} + z^{n-3} - z^{n-4} + \ldots \pm 1 \mp \frac{1}{1+z}$$

ove l'ultimo termine ± 1 proveniente dalla divisione

sarà positivo per valori impari di n, e negativo per valori pari, si avrà

$$\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{1-m^2+m^2k^2\operatorname{sen}\varphi}=\frac{\cot^{2(n-1)}\theta}{k^{2n}\operatorname{sen}^{2n}\theta}\Big((k\operatorname{tang}\theta\operatorname{sen}\varphi)^{2(n-1)}$$

$$-(k\operatorname{tang}\theta\operatorname{sen}\varphi)^{2(n-2)}+(k\operatorname{tang}\theta\operatorname{sen}\varphi)^{2(n-3)}\theta-\ldots\pm 1\mp\frac{1}{1+k^2\operatorname{tang}^2\theta\operatorname{sen}^2\varphi}\Big)$$

Si moltiplichi ciascun termine del secondo membro per fattore comune $\cot^{2(n-1)}\theta$, otterremo anche

$$\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{1-m^2+m^2k^2\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{1}{k^{2n}\operatorname{sen}^2\theta}\Big((k\operatorname{sen}\varphi)^{2(n-1)}-\frac{(k\operatorname{sen}\varphi)^{2(n-2)}}{\operatorname{tang}^2\theta}$$

$$+\frac{(k\operatorname{sen}\varphi)^{2(n-3)}}{\operatorname{tang}^4\theta}-\ldots\pm\cot^{2(n-1)}\theta\mp\frac{\cot^{2(n-1)}\theta}{1+k^2\operatorname{tang}^2\theta\operatorname{sen}^2\varphi}\Big)$$

Moltiplicando il primo e secondo membro per $d\varphi$, integrando entro i limiti $\varphi=0$, $\varphi=\frac{1}{2}\pi$, ed osservando che

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\operatorname{sen}^{2r}\varphi d\varphi=\frac{1.\ 3.\ 5.\ldots 2r-1}{2.\ 4.\ 6.\ldots 2r}\cdot\frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{d\varphi}{\alpha^2\cos^2\varphi+\beta^2\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{\alpha\beta}$$

avremo primieramente col fare $1-k^2=k'^2$

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{d\varphi}{1+k^2\operatorname{tang}^2\theta\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{\pi\cos\theta}{2\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}}$$

e quindi

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi d\varphi}{1 - m^2 + m^2k^2\operatorname{sen}^2\varphi} = \frac{\pi}{2k^{2n}\operatorname{sen}^2\theta}\left(\frac{(1.\ 3.\ 5\ldots 2n-3)k^{2(n-1)}}{2.\ 4.\ 6\ldots 2n-2}\right.$$

$$-\frac{(1.\ 3.\ 5\ldots 2n-5)k^{2(n-2)}}{(2.\ 4.\ 6\ldots 2n-4)\operatorname{tang}^2\theta} + \frac{(1.\ 3.\ 5\ldots 2n-7)k^{2(n-3)}}{(2.\ 4.\ 6\ldots 2n-6)\operatorname{tang}^4\theta}$$

$$\left. - \ldots \pm \cot^{2(n-1)}\theta \mp \frac{\cot^{2(n-1)}\cos\theta}{\sqrt{(1 - k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}}\right)$$

Il doppio di questa espressione rappresenta la derivata dell'integrale U_{2n} relativa alla costante m, perciò abbiamo

$$\frac{dU_{2n}}{dm} = \frac{\pi}{k^{2n}}\left(\frac{(1.3.5\ldots 2n-3)k^{2(n-1)}}{(2.4.6\ldots 2n-2)\operatorname{sen}^2\theta} - \frac{(1.3.5\ldots 2n-5)k^{2(n-2)}\cos^2\theta}{(2.4.6\ldots 2n-4)\operatorname{sen}^4\theta}\right.$$

$$+ \frac{(1.3.5\ldots 2n-7)k^{2(n-3)}\cos^4\theta}{(2.4.6\ldots 2n-6)\operatorname{sen}^6\theta} - \ldots \pm \frac{\cos^{2(n-1)}\theta}{\operatorname{sen}^{2n}\theta}$$

$$\left. \mp \frac{\cot^{2n-1}\theta}{\operatorname{sen}\theta\sqrt{(1 - k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}}\right)$$

dunque moltiplicando per $dm = \cos\theta d\theta$, ed integrando si trova

$$U_{2n} = \frac{\pi}{k^{2n}}\left(\frac{(1.\ 3.\ 5\ldots 2n-3)k^{2(n-1)}}{2.\ 4.\ 6\ldots 2n-2}\int\frac{\cos\theta d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}\right.$$

$$-\frac{(1.3.5\ldots 2n-5)k^{2(n-2)}}{2.\ 4.\ 6\ldots 2n-4}\int\frac{\cos^3\theta d\theta}{\operatorname{sen}^4\theta} + \frac{(1.3.5\ldots 2n-7)k^{2(n-3)}}{2.\ 4.\ 6\ldots 2n-6}\int\frac{\cos^5\theta d\theta}{\operatorname{sen}^6\theta}$$

$$\left. - \ldots \pm \int\frac{\cos^{2n-1}\theta d\theta}{\operatorname{sen}^{2n}\theta} \mp \int\frac{\cot^{2n}\theta d\theta}{\sqrt{(1 - k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}}\right)$$

Tutti gl'integrali ad eccezione dell'ultimo s'integrano algebricamente, e l'ultima dipende dai trascendenti ellittici di prima e seconda specie.

3.° La riduzione dei primi integrali si eseguisce con estrema facilità, col sostituire nuovamente $m = \text{sen}\theta$, per cui

$$\int \frac{\cos\theta d\theta}{\text{sen}^2\theta} = \int \frac{dm}{m^2} = -\frac{1}{m}$$

$$\int \frac{\cos^3\theta d\theta}{\text{sen}^4\theta} = \int \frac{(1-m^2)dm}{m^4} = -\frac{1}{3m^3} + \frac{1}{m}$$

$$\int \frac{\cos^5\theta d\theta}{\text{sen}^6\theta} = \int \frac{(1-m^2)^2 dm}{m^6} = -\frac{1}{5m^5} + \frac{2}{3m^3} - \frac{1}{m}$$

ed infine dallo sviluppo si otterrebbe l'integrale generale di forma algebraica

$$\int \frac{\cos^{2n-1}\theta d\theta}{\text{sen}^{2n}\theta} = \int \frac{(1-m^2)^{2n-1} dm}{m^{2n}}$$

Per l'integrale trascendente osserviamo, che ponendo per brevità

$$\Delta' = \sqrt{(1 - k'^2 \text{sen}^2\theta)}$$

avremo

$$\int \frac{\cot^{2n}\theta d\theta}{\Delta'} = \int \frac{(1 - \text{sen}^2\theta)^n d\theta}{\text{sen}^{2n}\theta . \Delta'}$$

Essendo

$$(1 - \text{sen}^2\theta)^n = 1 - n\text{sen}^2\theta + \frac{n(n-1)}{2} \text{sen}^4\theta$$

$$- \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \,.\, 3} \text{sen}^6\theta + \ldots \mp \text{sen}^{2n}\theta$$

e facendo inoltre

$$Y_{2n} = \int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^{2n}\theta\,\Delta'}$$

otterremo

$$\int \frac{\cot^{2n}\theta d\theta}{\Delta'} = Y_{2n} - nY_{2(n-1)} + \frac{n(n-1)}{2} Y_{2(n-2)} - \ldots\ldots$$

$$\pm n\,Y_2 \mp Y_0$$

Gl'integrali Y_0, Y_2, $Y_4 \ldots Y_{2n}$ son tutti esprimibili in trascendenti ellittici di prima e seconda specie, e di più basterà conoscere i valori di Y_0, Y_2, per avere i rimanenti. Secondo la notazione di *Legendre*

$$F(k, \varphi) = \int \frac{d\varphi}{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\varphi)}},\quad E(k, \varphi) = \int d\varphi \sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\varphi)}$$

abbiamo

$$Y_0 = \int \frac{d\theta}{\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}} = F(k', \theta)$$

Il valore di Y_2 ci vien dato per la differenziazione nella formola identica

$$\frac{\cot^2\theta d\theta}{\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}} = -d.\cot\theta\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)} - d\theta\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}$$

e perciò

$$\int \frac{\cot^2\theta d\theta}{\Delta'} = Y_2 - Y_0 = -\cot\theta.\Delta' - \int d\theta\Delta'$$

d'onde

$$Y_2 = F(k', \theta) - E(k', \theta) - \Delta'\cot\theta$$

Per la determinazione generale degli integrali Y_{2n} premettiamo, che per il nuovo trascendente

$$Z_{2n}=\int\frac{\operatorname{sen}^{2n}\theta d\theta}{\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}}=\int\frac{\operatorname{sen}^{2n}\theta d\theta}{\Delta'}$$

abbiamo da *Legendre* la formola generale (*)

$$\Delta'\cos\theta\operatorname{sen}^{2n-3}\theta=(2n-3)Z_{2n-4}-(1+k'^2)(2n-2)Z_{2n-2}$$
$$+k'^2(2n-1)Z_{2n}$$

nella quale per una successiva sostituzione Z_4 dipenderà finalmente da Z_0, Z_2, Ora se nel valore generico Z_{2n} poniamo $-2n$ invece di $2n$ si avrà la relazione $Z_{-2n}=Y_{2n}$. e perciò sostituendo nella riportata formola di *Legendre* $-2n$ invece di $2n$, otterremo per gli integrali Y_{2n} la nuova formola di riduzione

$$\frac{\Delta'\cos\theta}{\operatorname{sen}^{2n+3}\theta}=-(2n+3)Y_{2n+4}+(1+k'^2)(2n+2)Y_{2n+2}$$
$$-k'^2(2n+1)Y_{2n}$$

ove si vede che Y_4 dipenderà in fine da Y_0, Y_2. Per ridurre la formola ad indici minori di $2n$, od eguali a $2n$ si sostituisca $2n-4$ a $2n$, si avrà

$$\frac{\Delta'\cos\theta}{\operatorname{sen}^{2n-1}\theta}=-(2n-1)Y_{2n}+(1+k'^2)(2n-2)Y_{2n-2}$$
$$-k'^2(2n-3)Y_{2n-4}$$

Sarà dunque dimostrata la riduzione dell' integrale definito U_{2n} ai trascendenti ellittici di prima, e seconda

(*) Fonctions elliptiques tom. 1, pag. 12.

specie. Pongasi in quest'ultima formola $n = 2$; otterremo

$$3Y_4 = 2(1 + k'^2)Y_2 - k'^2 Y_0 - \frac{\Delta' \cos\theta}{\operatorname{sen}^3\theta}$$

e sostituiti i valori di Y_0, Y_2 si ridurrà ad

$$3Y_4 = (2 + k'^2)F(k',\theta) - 2(1 + k'^2)E(k',\theta) - \Delta' \cot\theta \left(2(1 + k'^2) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)$$

Nella stessa guisa per i valori di Y_6 . . . dai quali tutti converrà passare per ottènere i valori degli altri integrali U_0, U_2, U_4, U_6, . . . come vedremo da quanto segue.

4.° Per il valore di U_0 si ha

$$U_0 = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \log\left(\frac{1 + m\Delta}{1 - \Delta m}\right) \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\Delta}$$

quindi l'ultima formola generale del parag. 2.° porge immediatamente per $n = 0$

$$U_0 = \pi \int \frac{d\theta}{\sqrt{(1 - k'^2 \operatorname{sen}^2\theta)}} = \pi F(k', \theta)$$

ove $m = \operatorname{sen}\theta$, $k'^2 = 1 - k^2$.

Nella medesima formola generale pongasi $n = 1$, si avrà

$$U_2 = \frac{\pi}{k^2}\left(\int \frac{\cos\theta d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta} - \int \frac{\cot^2\theta d\theta}{\sqrt{(1 - k'^2 \operatorname{sen}^2\theta)}}\right)$$

ovvero

$$U_2 = \frac{\pi}{k^2}\left(-\frac{1}{\operatorname{sen}\theta} - (Y_2 - Y_0)\right)$$

e sostituendoci i valori di Y_0, Y_2 si trova

$$U_2 = -\frac{\pi}{k^2}\left(\frac{1-\Delta'\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} - E(k', \theta)\right)$$

Sia inoltre $n = 2$, otteniamo egualmente

$$U_4 = \frac{\pi}{k^4}\left(\frac{k^2}{2}\int\frac{\cos\theta d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta} - \int\frac{\cos^3\theta d\theta}{\operatorname{sen}^4\theta} + \int\frac{\cot^4\theta d\theta}{\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}}\right)$$

d'onde per le formole già stabilite nel principio del precedente parag. 3.°, il valore di U_4 diviene

$$U_4 = \frac{\pi}{k^4}\left(\frac{-k^2}{2\operatorname{sen}\theta} - \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} + \frac{1}{3\operatorname{sen}^3\theta} + Y_4 - 2Y_2 + Y_0\right)$$

Rappresentiamo per maggior semplicità con i due simboli F, E i due trascendenti ellittici di prima, e seconda specie, allora per i valori dei trascendenti Y_0, Y_2, Y_4, abbiamo

$$Y_0 = F, \quad Y_2 = F - E - \Delta'\cot\theta$$

$$3Y_4 = -2(1+k'^2)E + (2+k'^2)F - 2(1+k'^2)\Delta'\cot\theta - \frac{\Delta'\cot\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

d'onde si trae

$$3(Y_4 - 2Y_2 + Y_0) = 2(2-k'^2)E - k^2F + 2(2-k'^2)\Delta'\cot\theta - \frac{\Delta'\cot\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

Di qui deduciamo per la sostituzione

$$U_4 = \frac{\pi}{k^4}\left(\frac{-k^2}{2\operatorname{sen}\theta} + \frac{1}{3\operatorname{sen}^3\theta} - \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} + \frac{2(2-k'^2)\Delta'\cot\theta}{3} - \frac{\Delta'\cot\theta}{3\operatorname{sen}^2\theta}\right.$$

$$\left. + \frac{2(2-k'^2)E(k', \theta)}{3} - \frac{k^2F(k', \theta)}{3}\right)$$

In tutte queste espressioni le quantità Δ', θ sono sempre determinate dall'eqnazioni

$$m = \operatorname{sen}\theta\,, \quad \Delta' = \sqrt{(1 - k'^2 \operatorname{sen}^2\theta)}.$$

5.° I differenti integrali di sopra riportati trovano utili applicazioni nella riduzione di qualche integrale definito duplicato ad integrali definiti semplici. Sia per brevità

$$u = \cos p\,, \quad v = \operatorname{sen} p \cos q\,, \quad w = \operatorname{sen} p \operatorname{sen} q$$

e consideriamo l'integrale definito duplicato

$$S = 8 \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p\, dp\, dq \sqrt{(b^2c^2u^2 + a^2c^2v^2 + a^2b^2w^2)}$$

il quale come è noto rappresenta la quadratura di un ellissoide a semiassi ineguali a, b, c. Per integrare relativamente alla variabile p pongasi per brevità

$$A = a^2c^2\cos^2 q + a^2b^2\operatorname{sen}^2 q\,, \; B = b^2c^2 - (a^2c^2\cos q + a^2b^2\operatorname{sen}^2 q)$$

e si faccia

$$S_1 = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p\, dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)}$$

si avrà per l'integrale definito duplicato

$$S = 8 \int_0^{\frac{1}{2}\pi} S_1\, dq$$

Ciò posto dall' integrazione indefinita per $\cos p = x$

abbiamo

$$\int \operatorname{sen} p\,dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)} = -\int dx \sqrt{(A + Bx^2)}$$

$$\int dx \sqrt{(A + Bx^2)} = \frac{x\sqrt{(A+Bx^2)}}{2} + \frac{A}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{(A+Bx^2)}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(A + Bx^2)}} = \frac{1}{\sqrt{B}} \log\left(x\sqrt{B} + \sqrt{(A + Bx^2)}\right)$$

d'onde

$$\int \operatorname{sen} p\,dp \sqrt{(A+B\cos^2 p)} = -\frac{x\sqrt{(A+Bx^2)}}{2}$$
$$-\frac{A}{2\sqrt{B}} \log\left(x\sqrt{B} + \sqrt{(A + Bx^2)}\right)$$

Di qui integrando fra i limiti $p=0$, $p=\frac{1}{2}\pi$, otteniamo

$$S_1 = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p\,dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)} = \frac{\sqrt{(A+B)}}{2}$$
$$+ \frac{A}{2\sqrt{B}} \log\left(\frac{\sqrt{B} + \sqrt{(A + B)}}{\sqrt{A}}\right)$$

Dei valori di A, B abbiamo

$$A + B = b^2c^2\,,\ B = b^2c^2 - a^2c^2 - a^2(b^2 - c^2)\operatorname{sen}^2 q$$

e perciò supponendo $b > c$, $a < b$, $a < c$, e chiamando k un numero minore dell'unità potremo fare

$$k^2 = \frac{a^2(b^2 - c^2)}{c^2(b^2 - a^2)}\,,\quad \Delta^2 = 1 - k^2 \operatorname{sen}^2 q$$

con le quali i valori di A, B si trasformano in

$$B = c^2(b^2 - a^2)(1 - k^2\text{sen}^2 q) = c^2(b^2 - a^2)\Delta^2$$

$$A = b^2c^2 - B = b^2c^2 - c^2(b^2 - a^2)\Delta^2$$

Da queste nuove espressioni di A, B si trae senza difficoltà

$$\sqrt{B} + \sqrt{(A + B)} = c\sqrt{(b^2 - a^2)}.\Delta + bc$$

$$\sqrt{A} = \left(bc + c\sqrt{(b^2 - a^2)}.\Delta\right)^{\frac{1}{2}}\left(bc - c\sqrt{(b^2 - a^2)}.\Delta\right)^{\frac{1}{2}}$$

è quindi

$$\frac{\sqrt{B} + \sqrt{(A + B)}}{\sqrt{A}} = \sqrt{\left(\frac{bc + c\sqrt{(b^2 - a^2)}.\Delta}{bc - c\sqrt{(b^2 - a^2)}.\Delta}\right)}$$

Se dunque facciasi

$$\sqrt{(b^2 - a^2)} = bm$$

avremo

$$\frac{\sqrt{B} + \sqrt{(A+B)}}{\sqrt{A}} = \sqrt{\left(\frac{1 + m\Delta}{1 - m\Delta}\right)}$$

Il valore di S_1 diverrà

$$S_1 = \frac{bc}{2} + \frac{a^2(c^2\cos^2 q + b^2\text{sen}^2 q)}{4c\sqrt{(b^2 - a^2)}.\Delta}\log\left(\frac{1 + m\Delta}{1 - m\Delta}\right)$$

Sostituito nell'integrale definito S, darà

$$S = 4\left\{\int_0^{\frac{1}{2}\pi} bc\,dq + \frac{a^2}{2c\sqrt{(b^2 - a^2)}}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{(c^2\cos^2 q + b^2\text{sen}^2 q)}{\Delta}\log\left(\frac{1 + m\Delta}{1 - m\Delta}\right)dq\right.$$

Sostituiscasi $1 - \operatorname{sen}^2 q = \cos^2 q$, e ponendo come sopra

$$U_{2n} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n} q}{\Delta} \log\left(\frac{1 + m\Delta}{1 - m\Delta}\right) dq$$

otterremo

$$S = 4\left\{\frac{\pi bc}{2} + \frac{a^2}{2c\sqrt{(b^2 - a^2)}}\left(c^2 U_0 + (b^2 - c^2) U_2\right)\right\}$$

Riprendiamo pertanto i valori di U_0, U_2 del parag. 4.° nei quali come si verifica in questo caso $m < 1$, abbiamo

$$U_0 = \pi F(k', \theta),\ U_2 = -\frac{\pi}{k^2}\left(-E(k', \theta) + \frac{1 - \cos\theta\sqrt{(1 - k'^2 \operatorname{sen}^2\theta)}}{\operatorname{sen}\theta}\right)$$

avremo evidentemente da sostituire

$$k^2 = \frac{a^2(b^2 - c^2)}{c^2(b^2 - a^2)},\ k'^2 = \frac{b^2(c^2 - a^2)}{c^2(b^2 - a^2)},\ m = \operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{(b^2 - a^2)}}{b}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{b},\ \Delta' = \sqrt{(1 - k'^2 \operatorname{sen}^2\theta)} = \frac{a}{c}$$

quindi

$$U_2 = \frac{\pi c(a^2 - bc)\sqrt{(b^2 - a^2)}}{a^2(b^2 - c^2)} + \frac{\pi c^2(b^2 - a^2) E(k', \theta)}{a^2(b^2 - c^2)}$$

Sostituendo si ha

$$S = 4\left(\frac{\pi bc}{2} + \frac{\pi a^2 c F(k', \theta)}{2\sqrt{(b^2 - a^2)}} + \frac{\pi(a^2 - bc)}{2} + \frac{\pi c\sqrt{(b^2 - a^2)}.E(k', \theta)}{2}\right)$$

Infine osservando che

$$\frac{a^2 c}{\sqrt{(b^2 - a^2)}} = \frac{bc\cos^2\theta}{\operatorname{sen}\theta},\quad c\sqrt{(b^2 - a^2)} = \frac{bc\operatorname{sen}^2\theta}{\operatorname{sen}\theta}$$

dedurremo per l'intera quadratura dell'ellissoide

$$S = 2\pi a^2 + \frac{2\pi bc}{\operatorname{sen}\theta}\left(\cos^2\theta F(k', \theta) + \operatorname{sen}^2\theta E(k', \theta)\right)$$

Questa espressione trovata per la prima volta da Legendre fu in appresso nuovamente dimostrata da diversi geometri con metodi differentissimi. Non è però la sola superficie ellissoidica alla quale per la sua quadratura convenga la precendente espressione, ma come dimostrai per la prima volta nel giornale di matematica del sig. *Crelle* di Berlino, la quadratura anche della superficie di quarto ordine conosciuta in Ottica sotto il nome di *Superficie di elasticità* coincide con la quadratura di un ellissoide di semiassi

$$\alpha = \frac{bc}{a}, \quad \beta = \frac{ac}{b}, \quad \gamma = \frac{ab}{c}$$

ove a, b, c sieno i semiassi della nuova superficie, la quale come è noto, è il luogo geometrico della projezione ortogonale del centro dell'ellissoide sui piani tangenti.

6.° La quadratura dell'ellissoide trova un' applicazione notabile al problema delle attrazioni di una stessa ellissoide. Riprendiamo infatti la primitiva espressione dell'integrale definito, essa potrà mettersi sotto la forma

$$S = 8abc\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen}p\,dp\,dq \sqrt{\left(\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} + \frac{w^2}{c^2}\right)}$$

e proseguiamo ad indicare con S la superficie di un ellissoide di semiassi $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, vale a dire reci-

proca all'antecedente, la precedente formola diviene

$$S = \frac{8}{abc}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen}p\,dp\,dq\sqrt{(a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2)}$$

Ciò posto osserviamo primieramente che l'integrale definito che ha per coefficiente $\frac{1}{abc}$ rappresenta la quadratura di un' ellissoide nella quale i quadrati dei samiassi sono espressi con

$$\frac{ab}{c}, \frac{ac}{b}, \frac{bc}{a}$$

e nelle stesso tempo rappresenta anche la quadratura della superficie di elasticità, nella quale i quadrati dei semiassi sono a, b, c. L'espressione ultima dipendente dai trascendenti ellittici si dedurrebbe assai facilmente dall'ultima formola dell'antecedente parag. 5.°, ma per conoscere il nesso fra la quadratura dell'ellissoide reciproca, e le forze componenti l'attrazione dell'ellissoide diretta converrà ridurre l'integrale definito duplicato ad un integrale definito semplice per mezzo di una trasformazione di variabili atta a togliere l'irrazionalità. Come ho già praticato in altre memorie pongasi per brevità

$$\xi = \cos\theta, \quad \eta = \operatorname{sen}\theta\cos\omega, \quad \zeta = \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\omega$$

e si prenda

$$\xi = \frac{au}{\sqrt{(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)}}, \quad \eta = \frac{bv}{\sqrt{(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)}}$$

$$\zeta = \frac{cw}{\sqrt{(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)}}$$

Eseguendo tutte le sostituzioni, l'ultima espressione di S, col fare

$$\alpha^2 = c^2(b^2\cos^2\theta + a^2\operatorname{sen}^2\theta) \quad \beta^2 = b^2(c^2\cos^2\theta + a^2\operatorname{sen}^2\theta)$$

si trasformerà in

$$S = 8a^2b^2c^2\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}\theta d\theta d\omega}{(\alpha^2\cos^2\omega + \beta^2\operatorname{sen}^2\omega)^2}$$

Dai noti metodi d'integrazione si ha

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{d\omega}{(\alpha^2\cos^2\omega + \beta^2\operatorname{sen}^2\omega)^2} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{1}{\alpha\beta^3} + \frac{1}{\beta\alpha^3}\right)$$

Facciamo inoltre $\alpha = c\lambda$, $\beta = b\mu$, otterremo

$$S = 2\pi a^2\left(\frac{c}{b}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}\theta d\theta}{\lambda\mu^3} + \frac{b}{c}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}\theta d\theta}{\mu\gamma^3}\right)$$

Pongasi nel primo integrale

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{c}{a}\operatorname{tang}\varphi$$

e nel secondo

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{b}{a}\operatorname{tang}\varphi$$

il limiti degli integrali saranno i medesimi, ed avremo

$$S = \frac{2\pi}{a}\left(\frac{1}{b}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}\varphi d\varphi\sqrt{(a^2\cos^2\varphi + c^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}{\sqrt{(b^2\cos^2\varphi + c^2\operatorname{sen}^2\varphi)}} + \right.$$

$$\left.\frac{1}{c}\int_0^{\pi\frac{1}{2}}\frac{\operatorname{sen}\varphi d\varphi\sqrt{(a^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}{\sqrt{(c^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}\right)$$

Formando ora il prodatto $S\alpha$, e differenziando sotto il segno $\int$, abbiamo

$$\frac{d.S\alpha}{d\alpha} = \frac{2\pi a}{b}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}\varphi\cos^2\varphi d\varphi}{\sqrt{(b^2\cos^2\varphi + c^2\operatorname{sen}^2\varphi)}\sqrt{(a^2\cos^2\varphi + c^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}$$

$$+ \frac{2\pi a}{c}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}\varphi\cos^2\varphi d\varphi}{\sqrt{(c^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi)}\sqrt{(a^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}$$

Ora le componenti A, B, C dell'attrazione esercitata da un ellissoide parallelamente ai tre assi sopra un punto di coordinate α, β, γ situato nell'interno dell'ellissoide o al più sulla sua superficie, sono (*)

$$A = 4\pi\mu f\rho\alpha\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{bc\operatorname{sen}\varphi\cos^2\varphi d\varphi}{\sqrt{(b^2\cos^2\varphi + a^2\operatorname{sen}^2\varphi)}\sqrt{(c^2\cos^2\varphi + a^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}$$

$$B = 4\pi\mu f\rho\beta\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{ac\operatorname{sen}\varphi\cos^2\varphi d\varphi}{\sqrt{(a^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi)}\sqrt{(c^2\cos^2\varphi + b^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}$$

$$C = 4\pi\mu f\rho\gamma\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{ab\operatorname{sen}\varphi\cos^2\varphi d\varphi}{\sqrt{(b^2\cos^2\varphi + c^2\operatorname{sen}^2\varphi)}\sqrt{(a^2\cos^2\varphi + c^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}$$

Di qui si vede che per i valori B, C, avremo

$$\frac{d.S\alpha}{d\alpha} = \frac{1}{2\mu f\rho}\left(\frac{B}{c^2\beta} + \frac{C}{b^2\gamma}\right)$$

Nella stessa guisa

$$\frac{d.Sb}{db} = \frac{1}{2\mu f\rho}\left(\frac{C}{a^2\gamma} + \frac{A}{c^2\alpha}\right), \quad \frac{d.Sc}{dc} = \frac{1}{2\mu f\rho}\left(\frac{A}{b^2\alpha} + \frac{B}{a^2\beta}\right)$$

(*) Poisson, Mecanique tom. 1 pag. 190.

Che se inoltre pongasi

$$\frac{d.Sa}{da} = Pa^2, \quad \frac{d.Sb}{db} = Qb^2, \quad \frac{d.Sc}{dc} = Rc^2$$

si troverà dall'eliminazione per le attrazioni, A, B, C

$$A = \mu f \rho b^2 c^2 \alpha (Q + R - P)$$

$$B = \mu f \rho a^2 c^2 \beta (R + P - Q)$$

$$C = \mu f \rho a^2 b^2 \gamma (P + Q - R)$$

Resta dunque dimostrato che l'attrazione di un ellissoide dipende dalla quadratura di un ellissoide reciproca. Questa osservazione è dovuta al geometra di Dublino sig. *Jellett* (*). I valori di P, Q. R sono espressi, come è chiaro, per altrettanti integrali definiti semplici: ma risalendo al primitivo valore di S per l'ellissoide reciproca, potranno anche esprimersi per integrali definiti duplicati, in modo da essere

$$P = \frac{8}{abc} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\cos^2 p \operatorname{sen} p dp dq}{\sqrt{(a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2)}},$$

$$Q = \frac{8}{abc} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^3 p \cos^2 q dp dq}{\sqrt{(a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2)}},$$

$$R = \frac{8}{abc} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^3 p \operatorname{sen}^2 q dp dq}{\sqrt{(a^2u^2 + b^2v^2 + c^2w^2)}},$$

Infine i medesimi si ridurranno a trascendenti ellittici, che per brevità tralasciamo di fare.

(*) Liouville, Iournal de math: tom. 12 pag. 92. 1847.

7.° Occorrendo per altri problemi la determinazione del valore di U_6, facciamo nell'ultima formola generale del parag. 2.° $n = 3$: risulterà

$$U_6 = \frac{\pi}{k^6}\left(\frac{1.3.k^4}{2.4}\int\frac{\cos\theta d\theta}{\text{sen}^2\theta} - \frac{k^2}{2}\int\frac{\cos^3\theta d\theta}{\text{sen}^4\theta} + \int\frac{\cos^5\theta d\theta}{\text{sen}^6\theta}\right.$$

$$\left. - \int\frac{\cot^6\theta d\theta}{\sqrt{(1 - k'^2\text{sen}^2\theta)}}\right)$$

I primi tre integrali di forma algebraica sono già determinati nel principio del parag. 3.°, come per l'ultimo di forma trascendente si avrà

$$\int\frac{\cot^6\theta d\theta}{\sqrt{(1 - k'^2\text{sen}^2\theta)}} = Y_6 - 3Y_4 + 3Y_2 - Y_0$$

Per il valore di Y_6 pongasi nella formola generale data alla fine del parag. 3.°, $n = 3$: si trova

$$5Y_6 = 4(1 + k'^2)Y_4 - 3k'^2Y_2 - \frac{\Delta'\cos\theta}{\text{sen}^5\theta}$$

Eliminando adesso Y_6 fra queste due ultime dopo di aver moltiplicato per 15, otteniamo

$$15\int\frac{\cot^6\theta d\theta}{\sqrt{(1-k'^2\text{sen}^2\theta)}} = 3(4k'^2-11)Y_4 + 9(5-k'^2)Y_2 - 15Y_0 - \frac{3\Delta'\cos\theta}{\text{sen}^5\theta}$$

ove sostituendo il valore di $3Y_4$ espresso per Y_2, Y_0 come nella fine dello stesso parag. 3.°, si ha ancora

$$15\int\frac{\cot^6\theta d\theta}{\sqrt{(1-k'^2\text{sen}^2\theta)}} = (8k'^4+23k^2)Y_2 - 4(k'^4-11k'^2+15)Y_0 - \frac{3\Delta'\cos\theta}{\text{sen}^5\theta}$$

$$- \frac{(4k'^2 - 11)\Delta'\cos\theta}{\text{sen}^3\theta}$$

Finalmente la sostituzione dei valori di Y_0, Y_2 per i trascendenti ellittici di prima e seconda specie, darà

$$15\int\frac{\cot^6\theta d\theta}{\Delta'}=(4k'^4-12k'^2+8)F-(8k'^4+23k^2)E-(8k'^4+23k^2)\Delta'\cot\theta$$
$$-\frac{3\Delta'\cos\theta}{\operatorname{sen}^5\theta}-\frac{(3k'^2-11)\Delta'\cos\theta}{\operatorname{sen}^3\theta}$$

d'onde e per gli indicati integrali algebrici, e per questo ultimo di forma trascendente, otteniamo

$$15U_6=\frac{\pi}{k^6}\left(\frac{-45k^4}{8\operatorname{sen}\theta}-\frac{15k^2}{2\operatorname{sen}\theta}+\frac{15k^2}{3\operatorname{sen}^3\theta}-\frac{15}{5\operatorname{sen}^5\theta}+\frac{30}{3\operatorname{sen}^3\theta}-\frac{15}{\operatorname{sen}\theta}\right.$$
$$+(8k'^4+23k^2)\Delta'\cot\theta+\frac{3\Delta'\cos\theta}{\operatorname{sen}^5\theta}+\frac{(4k'^2-11)\Delta'\cos\theta}{\operatorname{sen}^3\theta}$$
$$\left.-(4k'^4-12k'^2+8)F(k',\theta)-(8k'^4+23k^2)E(k',\theta)\right)$$

Queste formole trovano delle utili applicazioni a nuovi problemi di geometria superiore.

8.° Ritenendo come sopra

$$u=\cos p\,,\quad v=\operatorname{sen}p\cos q\,,\quad w=\operatorname{sen}p\operatorname{sen}q$$

sia da ridursi l'integrale definito duplicato

$$V=\frac{8}{3}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\operatorname{sen}p\,dp\,dq\sqrt{(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)^3}$$

che rappresenta il volume terminato dall'intera superficie di elasticità e di equazione polare

$$r^2=a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2$$

Facciamo

$$A = b^2\cos^2 q + c^2\operatorname{sen}^2 q, \quad B = a^2 - (b^2\cos^2 q + c^2\operatorname{sen}^2 q)$$

$$W = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p\,dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)^3}$$

per ciò

$$V = \frac{8}{3}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} W dq$$

Prendiamo $\cos p = x$, $A + Bx^2 = X$ avremo per gli integrali indefiniti le diverse formole

$$\int \operatorname{sen} p\,dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)^3} = -\int dx \sqrt{(A + Bx^2)^3}$$

$$\int dx \sqrt{X^3} = \left(\frac{A + Bx^2}{4} + \frac{3A}{8}\right) x \sqrt{(A + Bx^2)} + \frac{3A^2}{8}\int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(A + Bx^2)}} = \frac{1}{\sqrt{B}} \log\left(x\sqrt{B} + \sqrt{(A + Bx^2)}\right)$$

quindi per l'integrale indefinito

$$\int \operatorname{sen} p\,dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)^3} = -\left(\frac{A + B\cos^2 p}{2} + \frac{3A}{8}\right) \cos p \sqrt{(A + B\cos^2 p)}$$

$$- \frac{3A^2}{8\sqrt{B}} \log\left(\cos p \sqrt{B} + \sqrt{(A + B\cos^2 p)}\right)$$

Integrando adunque fra i limiti $p = 0$, $p = \frac{1}{2}\pi$, si troverà

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p\,dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)^3} = \frac{(5A + 2B)\sqrt{(A + B)}}{8}$$

$$+ \frac{3A^2}{8\sqrt{B}} \log\left(\frac{\sqrt{B} + \sqrt{(A + B)}}{\sqrt{A}}\right)$$

Per poter ridurre il secondo membro alla forma logaritmica di sopra stabilita, poniamo $c>b$, $a>b$, $c<a$ e e sia per due quantità k, k' minori dell'unità $k^2+k'^2=1$, allora facendo

$$k^2=\frac{c^2-b^2}{a^2-b^2}\ ,\ k'^2=\frac{a^2-c^2}{a^2-b^2}\ ,\ \Delta=\sqrt{(1-k^2\mathrm{sen}^2q)}$$

avremo

$$\mathrm{B}=a^2-(b^2\cos^2q+c^2\mathrm{sen}^2q)=(a^2-b^2)\Delta^2\ ,\ \mathrm{A}+\mathrm{B}=a^2$$

quindi

$$\mathrm{A}=a^2-(a^2-b^2)\Delta^2=\left(a-\Delta\sqrt{(a^2-b^2)}\right)\left(a+\Delta\sqrt{(a^2-b^2)}\right)$$

Prendendo $\sqrt{(a^2-b^2)}=ma$, otterremo

$$\frac{\sqrt{\mathrm{B}}+\sqrt{(\mathrm{A}+\mathrm{B})}}{\sqrt{\mathrm{A}}}=\sqrt{\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)}$$

Quali valori sostituiti nel secondo membro di questo ultimo integrale definito, senza la sostituzione fuori del vincolo logaritmico nella A espresso per Δ^2, porgeranno evidentemente

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\mathrm{sen}pdp\sqrt{(\mathrm{A}+\mathrm{B}\cos^2p)^3}=\frac{a}{8}(3b^2\cos^2q+3c^2\mathrm{sen}^2q+2a^2)$$

$$+\frac{3(b^2\cos^2q+c^2\mathrm{sen}^2q)^2}{2.8\sqrt{(a^2-b^2)}.\Delta}.\log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)=\mathrm{W}$$

Moltiplicando adunque per $\frac{8}{3}$ ed integrando entro i

limiti $q=0$, $q=\frac{1}{2}\pi$, otteniamo pel richiesto volume

$$V = \frac{\pi a}{6}(4a^2 + 3b^2 + 3c^2)$$

$$+\frac{1}{2\sqrt{(a^2-b^2)}}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{(b^2\cos^2 q+c^2\operatorname{sen}^2 q)^2}{\Delta}\log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)dq$$

Infine richiamando il significato degli integrali definiti U_{2n}, avremo

$$V = \frac{\pi a}{6}(4a^2 + 3b^2 + 3c^2)$$

$$+\frac{1}{2\sqrt{(a^2-b^2)}}\left(b^4U_0+2b^2(c^2-b^2)U_2+(c^2-b^2)^2U_4\right)$$

Dal secondo membro di questa formola si vede che il volume V, dipendente dagli integrali definiti U_0, U_2, U_4, si potrà ridurre in fine ai trascendenti ellittici di prima e seconda specie. Questa riduzione si eseguisce facilmente col sostituire i respettivi valori di quelle quantità, che trovansi nei secondi membri di U_0, U_2, U_4 già riportati nel parag. 4.° Infatti nel nostro caso la costante m è minore dell'unità: e preso $m = \operatorname{sen}\theta$, abbiamo

$$\operatorname{sen}\theta=\frac{\sqrt{(a^2-b^2)}}{a},\quad \cos\theta=\frac{b}{a},\quad k^2=\frac{c^2-b^2}{a^2-b^2},$$

$$k'^2=\frac{a^2-c^2}{a^2-b^2}\qquad \Delta'=\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}=\frac{c}{a}$$

d'onde si trae

$$\frac{2}{3}(2-k'^2)\Delta'\cot\theta-\frac{\Delta'\cot\theta}{3\operatorname{sen}^2\theta}=\frac{bc(a^2-4b^2+2c^2)}{3a\sqrt{(a^2-b^2)^3}}$$

$$-\frac{k'^2}{2\operatorname{sen}\theta}+\frac{1}{3\operatorname{sen}^3\theta}-\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}=\frac{a(9b^2-4a^2-3c^2)}{6\sqrt{(a^2-b^2)^3}}$$

Con questi valori, le espressioni citate di U_0, U_2, U_4 divengono

$$U_0=\pi F(k',\theta),\ U_2=\frac{\pi(a^2-b^2)E(k',\theta)}{c^2-b^2}-\frac{\pi(a^2-bc)\sqrt{(a^2-b^2)}}{a(c^2-b^2)}$$

$$U_4=\frac{\pi(a^2-b^2)^2}{(c^2-b^2)^2}\left(\frac{a(9b^2-4a^2-3c^2)}{6\sqrt{(a^2-b^2)^3}}+\frac{bc(a^2-4b^2+2c^2)}{3a\sqrt{(a^2-b^2)^3}}\right.$$

$$\left.+\frac{2(a^2-2b^2+c^2)E(k',\theta)}{3(a^2-b^2)}-\frac{(c^2-b^2)F(k',\theta)}{3(a^2-b^2)}\right)$$

Di qui componiamo l'espressione

$$\frac{1}{\sqrt{(a^2-b^2)}}\left(b^4U_0+2b^2(c^2-b^2)U_2+(c^2-b^2)^2U_4\right)$$

$$=\pi\left(\frac{a(9b^2-4a^2-3c^2)}{6}+\frac{bc(a^2-4b^2+2c^2)-6b^2(a^2-bc)}{3a}\right)$$

$$+\pi\left(\frac{2\sqrt{(a^2-b^2)}.(a^2+b^2+c^2)E(k'\theta)}{3}+\frac{[3b^4-(c^2-b^2)(a^2-b^2)]F(k',\theta)}{3\sqrt{(a^2-b^2)}}\right)$$

Sostituendo finalmente questo valore nel secondo membro di V, dopo facili riduzioni troviamo

$$V=\frac{\pi abc}{6}\left(\frac{a^2+2(b^2+c^2)}{a^2}\right)+\frac{2\pi\sqrt{(a^2-b^2)}.(a^2+b^2+c^2)E(k',\theta)}{6}$$

$$+\pi\left(\frac{b^2(a^2+b^2+c^2)+b^4-a^2c^2}{6\sqrt{(a^2-b^2)}}\right)F(k',\theta)$$

Questo risultamento è d'accordo con quanto io trovai per la prima volta nel parag. 11.° della mia Memoria inserita nel tom. 31 del giornale del sig. Crelle con un metodo al tutto differente dall'esposto, come in appresso

nel giornale del sig. Liouville per l'anno 1846 verificò nuovamente con altre formole il sig. William Roberts di Dublino.

9.° Applicazioni ulteriori delle medesime formole possono trarsi dalla meccanica razionale nella ricerca dei momenti d'inerzia. È noto, che se X, Y, Z sieno i momenti d'inerzia di un corpo, relativamante agli assi ortogonali delle x, y, z, e dm sia l'elemento della massa, si avrà

$$X = \int (y^2+z^2)dm\,,\quad Y = \int (x^2+z^2)dm,\quad Z = \int (x^2+y^2)dm$$

Supponendo la densità costante, e ridotta all'unità, allora all'elemento della massa potrà sostituirsi dall' elemento di volume: sicchè scegliendo il consueto parallelepipedo rettangolare, si ha

$$dm = dxdydz$$

e quindi per una tripla integrazione

$$X = \int\int\int (y^2+z^2)dxdydz,\quad Y = \int\int\int (x^2+z^2)dxdydz$$

$$Z = \int\int\int (x^2+y^2)dxdydz\ .$$

Gli integrali dovranno essere estesi fra i limiti della superficie occupata dal corpo. Le precedenti formole trovano una facile applicazione al parallelepipedo rettangolare, alla sfera, all'ellissoide, quando anche le integrazioni si eseguiscano relativamente alle stesse variabili x, y, z; ma riescono generalmente di un'estrema complicazione per le superficie di un ordine elevato; il che

rende in molti casi più facile la trasformazione polare. Ponendo adunque per x, y, z, i valori

$$x = r\cos p \ , \quad y = r\,\mathrm{sen}\,p\cos q \ , \quad z = r\,\mathrm{sen}\,p\,\mathrm{sen}\,q$$

all' elemento $dxdydz$ si dovrà sostituire l' elemento $r^2\mathrm{sen}\,p dp dq dr$, d'onde

$$X = \int\int\int r^4 \mathrm{sen}^3 p dp dq dr \,,$$

$$Y = \int\int\int (\cos^2 p + \mathrm{sen}^2 p\,\mathrm{sen}^2 q) r^4 \mathrm{sen}\,p dp dq dr$$

$$Z = \int\int\int (\cos^2 p + \mathrm{sen}^2 p \cos^2 q) r^4 \mathrm{sen}\,p dp dq dr$$

Se l'integrazione relativa ad r, potrà eseguirsi a partire da $r = 0$, da una prima integrazione si otterrà

$$X = \frac{1}{5}\int\int r^5 \mathrm{sen}^3 p dp dq$$

$$Y = \frac{1}{5}\int\int r^5 (\cos^2 p + \mathrm{sen}^2 p\,\mathrm{sen}^2 q)\mathrm{sen}\,p dp dq$$

$$Z = \frac{1}{5}\int\int r^5 (\cos^2 p + \mathrm{sen}^2 p \cos^2 q)\mathrm{sen}\,p dp dq$$

Se la massa viene terminata da una superficie chiusa, le integrazioni potranno eseguirsi in molti casi fra i limiti $p = 0$, $p = \pi$, $q = \pi$, $q = -\pi$. Nel caso di un'ellissoide il coefficiente di $dpdq$ rimane invariabile, quando all'angolo p si sostituisca $\pi - p$, ed all'angolo q, $\pi \pm q$; e

perciò si potrà eseguire l'integrazione fra i limiti $p=0$, $p=\frac{1}{2}\pi$, $q=\frac{1}{2}\pi$, purchè si moltiplichi l'integrale per 8. Operando in questa guisa, od anche facendo uso delle coordinate sferico-polari, i momenti d' inerzia, come è noto, saranno espressi da funzioni algebriche dei semiassi a, b, c.

10.° Affinchè le precedenti formole generali trovino un'applicazione ai trascendenti ellittici, prendiamo, come già si è fatto nel precedente parag. 8.°, la superficie di elasticità e di equazione polare

$$r^2 = a^2\cos^2 p + b^2\text{sen}^2 p\cos^2 q + c^2\text{sen}^2 p\text{sen}^2 q$$

quindi ponendo per brevità

$$u = \cos p\,, \quad v = \text{sen}p\cos q\,, \quad w = \text{sen}p\text{sen}q$$

ed integrando entro i limiti $p=0$, $p=\frac{1}{2}\pi$, $q=0$, $q=\frac{1}{2}\pi$ gl'integrali X, Y, Z, estesi all'intera superficie, diverranno

$$X = \frac{8}{5}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(1-\cos^2 p)\text{sen}p\,dp\,dq\sqrt{(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)^5}$$

$$Y = \frac{8}{5}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(\text{sen}^2 q+\cos^2 p\cos^2 q)\text{sen}p\,dp\,dq\sqrt{(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)^5}$$

$$Z = \frac{8}{5}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(\text{sen}^2 q+\cos^2 p\text{sen}^2 q)\text{sen}p\,dp\,dq\sqrt{(a^2u^2+b^2v^2+c^2w^2)^5}$$

Una prima integrazione relativa all'angolo p, è sempre facile: quindi gli integrali definiti relativamente all'angolo q si ridurranno a trascendenti ellittici di prima e seconda specie. In una massa adunque omogenea terminata dalla superficie di elasticità, i momenti d'inerzia relati-

vamente ai tre suoi assi sono espressi da funzioni ellittiche di prima e seconda specie: ma i coefficienti però ultimi di queste funzioni non potendosi ottenere, che dopo lunghe operazioni analitiche, non faremo che indicare queste riduzioni per il primo integrale. Poniamo come sopra

$$A = b^2\cos^2 q + c^2\operatorname{sen}^2 q\,;\quad B = a^2 - (b^2\cos^2 q + c^2\operatorname{sen}^2 q)$$

$$\cos p = x\,,\qquad \text{d'onde}\qquad \operatorname{sen} p\,dp = -\,dx$$

si avrà primieramente

$$\int(1-\cos^2 p)\operatorname{sen} p\,dp\sqrt{(A+B\cos^2 p)^5} = -\int(1-x^2)\,dx\sqrt{(A+Bx^2)^5}$$

Ora dalle integrazioni indefinite abbiamo

$$\int x^2\,dx\sqrt{(A+Bx^2)^5} = \frac{x\sqrt{(A+Bx^2)^7}}{8B} - \frac{A}{8B}\int dx\sqrt{(A+Bx^2)^5}$$

per cui

$$-\int(1-x^2)\,dx\sqrt{(A+Bx^2)^5} = \frac{x\sqrt{(A+Bx^2)^7}}{8B}$$

$$-\frac{(A+8B)}{8B}\int dx\sqrt{(A+Bx^2)^5}$$

ove sostituendoci

$$\int dx\sqrt{(A+Bx^2)^5} = \left(\frac{(A+Bx^2)^2}{6} + \frac{5A(A+Bx^2)}{24} + \frac{5A^2}{16}\right)$$

$$+\frac{5A^3}{16}\int\frac{dx}{\sqrt{(A+Bx^2)}}$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{(A+Bx^2)}} = \frac{1}{\sqrt{B}}\log\left(x\sqrt{B} + \sqrt{(A+Bx^2)}\right)$$

quindi

$$-\int(1-x^2)dx\sqrt{(A+Bx^2)^5}=\frac{x\sqrt{(A+Bx^2)^7}}{8B}$$

$$-\frac{(A+8B)}{8B}\left(\frac{(A+Bx^2)^2}{6}+\frac{5A(A+Bx^2)}{24}+\frac{5A^2}{16}\right)x\sqrt{(A+Bx^2)}$$

$$-\frac{5A^3}{128B\sqrt{B}}\log\left(x\sqrt{B}+\sqrt{(A+Bx^2)}\right).(A+8B)$$

All'ipotesi $x=0$ corrisponde $p=\frac{1}{2}\pi$; cossicché chiamando X′ l'integrale, avremo

$$X'=-\frac{5A^3(A+8B)}{128B\sqrt{B}}\log\sqrt{A}$$

come per $x=1$ si ha, $p=0$; e denotando l'integrale per X_0, abbiamo

$$X_0=\frac{\sqrt{(A+B)^7}}{8B}-\frac{5A^3(A+8B)}{128B\sqrt{B}}\log\left(\sqrt{B}+\sqrt{(A+B)}\right)$$

$$-\frac{(A+8B)\sqrt{(A+B)}}{8B}\left(\frac{(A+B)^2}{6}+\frac{5A(A+B)}{24}+\frac{5A^2}{16}\right)$$

d'onde dalla differenza $X'-X_0$, e dalla sostituzione nella prima serie di termini, di $A+B=a^2$, ricaviamo

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(1-\cos^2 p)\operatorname{sen}p\,dp\sqrt{(A+B\cos^2 p)^5}$$

$$=\frac{a(A+8B)}{8B}\left(\frac{a^4}{6}+\frac{5Aa^2}{24}+\frac{5A^2}{16}\right)-\frac{a^7}{8B}+(R)$$

ove per brevità

$$(R)=\frac{5A^3(A+8B)}{128B\sqrt{B}}\log\left(\frac{\sqrt{B}+\sqrt{(A+B)}}{\sqrt{A}}\right)$$

Rappresentiamo colla lettera S l' integrale definito che trovasi nel primo membro ; sostituendo nel numeratore dei termini indipendenti da (R) il valore $A=a^2-B$, e nel numeratore del coefficiente del logaritmo nel valore di (R) i valori di A e B ottenuti nel principio di questo paragrafo, si avrà

$$S=\frac{a}{8.48}\left(191a^4-265a^2B+105B^2-\frac{15a^6}{B}\right)+(R)$$

ove per le indicate riduzioni sarà

$$(R)=\frac{5}{128}\left(\frac{a^8}{B\sqrt{B}}-\frac{(11a^6-11a^4b^2+a^2b^4-7b^6)}{\sqrt{B}}\right.$$

$$-\frac{(c^2-b^2)(a^4+2a^2b^2-21b^4)\text{sen}^2q}{\sqrt{B}}-\frac{(c^2-b^2)^2(a^2-21b^2)\text{sen}^4q}{\sqrt{B}}$$

$$\left.+\frac{7(c^2-b^2)^3\text{sen}^6q}{\sqrt{B}}\right)\log\left(\frac{\sqrt{B}+\sqrt{(A+B)}}{\sqrt{A}}\right)$$

Se, come si è praticato nel parag. 8.°, si prenda

$$k^2=\frac{c^2-b^2}{a^2-b^2},\ k'^2=\frac{a^2-c^2}{a^2-b^2},\ \Delta=\sqrt{(1-k^2\text{sen}^2q)}$$

$$B=(a^2-b^2)\Delta^2,\ A=a^2-(a^2-b^2)\Delta^2,\ \sqrt{(a^2-b^2)}=ma$$

il valore di (R) si potrà porre sotto la forma

$$(R)=\frac{5}{128}\left\{\frac{8}{\sqrt{(a^2-b^2)^3}.\Delta^3}-\frac{(A_1+B_1z^2+C_1z^4+D_1z^6)}{\sqrt{(a^2-b^2)}.\Delta}\log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)\right\}$$

ove sia $z=\operatorname{sen}q$.

Moltiplicando il valore della S per $\frac{8}{5}$, e per dq ed integrando entro i limiti $q=0$, $q=\frac{1}{2}\pi$, otterremo il momento d'inerzia X; quindi sostituendo nella prima parte del valore di S il valore di B, ed osservando, che

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{dq}{B}=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{dq}{(a^2-b^2)\cos^2q+(a^2-c^2)\operatorname{sen}^2q}=\frac{\pi}{2\sqrt{(a^2-b^2)}.\sqrt{(a^2-c^2)}}$$

si avrà dopo differenti riduzioni

$$X=\frac{\pi a}{2.40.48}\left(248a^4+315(b^4+c^4)+220(a^2b^2+a^2c^2)+210b^2c^2\right)$$

$$-\frac{\pi a}{2,16}\cdot\frac{a^6}{\sqrt{(a^2-b^2)}.\sqrt{(a^2-c^2)}}+\frac{8}{5}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}(R)dq$$

Infine nell'ultimo integrale presentandosi integrali delle forme

$$U_{2n}=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}^{2n}q}{\Delta}\log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)dq$$

$$V_{2n}=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}^{2n}q}{\Delta^3}\log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)dq$$

otterremo

$$X=\frac{\pi a}{2.40.48}\left(248a^4+315(b^4+c^4)+220(a^2b^2+a^2c^2)\right.$$

$$\left.+210b^2c^2-\frac{120a^6}{\sqrt{(a^2-b^2)}\sqrt{(a^2-c^2)}}\right)$$

$$+\frac{1}{16}\left(\frac{a^8V_0}{\sqrt{(a^2-b^2)^3}}-\frac{(A_1U_0+B_1U_2+C_1U_4+D_1U_6)}{\sqrt{(a^2-b^2)}}\right)$$

Il valore adunque del momento d'inerzia dipenderà dagli integrali U_0, U_2, U_4, U_6, che, come abbiamo dimostrato, si riducono tutti ai trascendenti ellittici di prima e seconda specie, come egualmente si verifica per l'integrale V_0. Per brevità tralasciamo di fare questa riduzione, ed osserviamo soltanto che nell'estrazione dei termini algebrici dagli integrali U_0, . . . svanirà la parte algebrica di forma irrazionale. È facile poi la riduzione dell'integrale

$$V_0 = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \log\left(\frac{1 + m\Delta}{1 - m\Delta}\right)\frac{dq}{\Delta^3}$$

Infatti differenziando relativamente al parametro m si ha

$$\frac{dV_0}{dm} = 2\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{dq}{\Delta^2(1 - m^2\Delta^2)}$$

e facendo la decomposizione in fattori con la sostituzione del valore di Δ,

$$\frac{dV_0}{dm} = 2\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{dq}{(1-k^2\operatorname{sen}^2 q)} + 2m^2\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{dq}{(1-m^2+m^2k^2\operatorname{sen}^2 q)}$$

Ora siccome $k^2 + k'^2 = 1$, così avremo

$$\frac{dV_0}{dm} = \pi\left(\frac{1}{k'} + \frac{m^2}{\sqrt{(1 - m^2)}\sqrt{(1 - m^2k^2)}}\right)$$

Moltiplicando infine per $m = \operatorname{sen}\theta$, ed integrando, si avrà per le formole date da Legendre

$$V_0 = \pi\left(\frac{\operatorname{sen}\theta}{k'} + \frac{F(k', \theta) - E(k', \theta)}{k'^2}\right)$$

Infine la sostituzione dei valori di θ, k', k, porge

$$V_0=\pi\left\{\frac{a^2-b^2}{a\sqrt{(a^2-c^2)}}+\frac{a^2-b^2}{(a^2-c^2)}\Big(F(k',\theta)-E(k',\theta)\Big)\right\}$$

Formole ed integrali somiglianti s'incontreranno per gli altri due momenti d'inerzia Y, Z nella superficie di elasticità.

11.° Riprendiamo ora l'integrale definito

$$U_{2n}=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{\Delta}\log\left(\frac{1+m\Delta}{1-m\Delta}\right)d\varphi$$

e supponiamo $m>1$. Dalla derivazione relativa ad m abbiamo

$$\frac{dU_{2n}}{dm}=-2\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi d\varphi}{(m^2-1-m^2k^2\operatorname{sen}^2\varphi)}$$

quindi, come abbiamo fatto precedentemente, il coefficiente di $d\varphi$ si potrà porre sotto la forma

$$\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{m^2-1-m^2k^2\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{(\sqrt{m^2-1})^{2n}}{m^{2n}k^{2n}(m^2-1)}\left\{\frac{\left(\frac{mk}{\sqrt{(m^2-1)}}\right)^{2n}\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{1-\left(\frac{mk}{\sqrt{(m^2-1)}}\right)^2\operatorname{sen}^2\varphi}\right\}$$

Ciò posto, chiamando k' il complemento di k in modo da essere $k^2+k'^2=1$, pongasi

$$mk'=\frac{1}{\operatorname{sen}\theta},\quad \Delta'=\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)}$$

avremo

$$mk = \frac{k}{k' \operatorname{sen}\theta}, \quad \sqrt{(m^2 - 1)} = \frac{\Delta'}{k' \operatorname{sen}\theta}$$

e quindi

$$\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{m^2 - 1 - m^2 k^2 \operatorname{sen}^2\varphi} = \frac{\Delta'^{2n-2} k'^2 \operatorname{sen}^2\theta}{k^{2n}} \left\{ \frac{\dfrac{k^{2n} \operatorname{sen}^{2n}\varphi}{\Delta'^{2n}}}{1 - \dfrac{k^2 \operatorname{sen}^2\varphi}{\Delta'^2}} \right\}$$

Ma dalla divisione si ha

$$\frac{z^n}{1 - z} = \frac{1}{1 - z} - (1 + z + z^2 + z^3 + \ldots + z^{n-1})$$

per ciò

$$\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{m^2 - 1 - m^2 k^2 \operatorname{sen}^2\varphi} = \frac{\Delta'^{2n-2} k'^2 \operatorname{sen}^2\theta}{k^{2n}} \left\{ \frac{1}{1 - \dfrac{k^2 \operatorname{sen}^2\varphi}{\Delta'^2}} \right.$$

$$\left. - \left\{ 1 + \left(\frac{k \operatorname{sen}\varphi}{\Delta'}\right)^2 + \left(\frac{k \operatorname{sen}\varphi}{\Delta'}\right)^4 + \ldots + \left(\frac{k \operatorname{sen}\varphi}{\Delta'}\right)^{2n-2} \right\} \right\}$$

Moltiplicando adunque il primo e secondo membro per $d\varphi$, integrando entro i limiti $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{1}{2}\pi$, ed osservando che

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen}^{2r}\varphi \, d\varphi = \frac{1.3.5. \ldots 2r - 1}{2.4.6. \ldots 2r} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{k^2 \operatorname{sen}^2\varphi}{\Delta'^2}\right)}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Delta'}{\sqrt{(\Delta'^2 - k^2)}} = \frac{\pi \Delta'}{2k' \cos\theta}$$

si otterrà

$$\frac{dU_{2n}}{dm} = -\frac{\pi\Delta'^{2n-2}k'^2\operatorname{sen}^2\theta}{k^{2n}}\left\{\frac{\Delta'}{k'\cos\theta} - \left(1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{k^2}{\Delta'^2} + \frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{k^4}{\Delta'^4}\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{k^6}{A'^6} + \ldots + \frac{1.3.5\ldots 2n-3}{2.4.6\ldots 2n-2}\cdot\frac{k^{2n-2}}{\Delta'^{2n-2}}\right)\right\}$$

Moltiplicando per $dm = -\frac{\cos\theta d\theta}{k'\operatorname{sen}^2\theta}$, ed integrando termine a termine, si troverà per l'integrale in questione

$$U_{2n} = \frac{\pi k'}{k^{2n}}\left\{\frac{1}{k'}\int d\theta\Delta'^{2n-1} - \left(\int\cos\theta d\theta\Delta'^{2n-2} + \frac{1.k^2}{2}\int\cos\theta d\theta\Delta'^{2n-4}\right.\right.$$

$$+ \frac{1.3.k^4}{2.4}\int\cos\theta d\theta\Delta'^{2n-6} + \frac{1.3.5.k^6}{2.4.6}\int\cos\theta d\theta\Delta'^{2n-8} + \ldots$$

$$\left.\left. + \frac{1.3.5.7\ldots 2n-3.k^{2n-2}}{2.4.6\ldots 2n-2}\int\cos\theta d\theta\right)\right\}.$$

Tutti i termini, ad eccezione del primo, sono integrabili algebraicamente, ed in termini razionali, mentre in questi le potenze di Δ' sono tutte pari, e basterebbe porre $\operatorname{sen}\theta = u$, $\cos\theta d\theta = du$: quindi se il primo termine entro il vincolo integrale si moltiplichi e divida per Δ', avremo senza difficoltà

$$U_{2n} = \frac{\pi k'}{k^{2n}}\left\{\frac{1}{k'}\int\frac{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)^n d\theta}{\Delta'} - \left(\int du(1-k'^2u^2)^{n-1}\right.\right.$$

$$+ \frac{1.k^2}{2}\int du(1-k'^2u^2)^{n-2} + \frac{1.3.k^4}{2.4}\int du(1-k'^2u^2)^{n-3}$$

$$\left.\left. + \ldots + \frac{1.3.5\ldots 2n-3.k^{2n-2}}{2.4.6\ldots 2n-2}\int du\right)\right\}$$

Il primo termine dipende dai trascendenti ellittici di prima e seconda specie. Infatti formando lo sviluppo

$$(1 - k'^2\text{sen}^2\theta)^n = 1 - nk'^2\text{sen}^2\theta + \frac{n(n-1)}{2}k'^4\text{sen}^4\theta \ldots\ldots$$

$$+ \ldots\ldots \pm k'^{2n}\text{sen}^{2n}\theta$$

e ponendo per brevità

$$Z_{2n} = \int \frac{\text{sen}^{2n}\theta d\theta}{\Delta'}$$

si ricaverà

$$\int \frac{(1 - k'^2\text{sen}^2\theta)^n d\theta}{\Delta'} = Z_0 - nk'^2 Z_2 + \frac{n(n-1)}{2}k'^4 Z_4 \ldots$$

$$+ \ldots \pm k'^{2n} Z_{2n}$$

Il segno + è per n pari, ed il segno — per n impari. Ora è noto che gli integrali della forma Z_{2n} si riducono a trascendenti ellittici di prima e seconda specie, e questa riduzione si eseguisce per mezzo di una formola data da Legendre, e già riportata al parag. 3.°, per mezzo della quale con una successiva sostituzione Z_4 si farà dipendere da Z_0 e Z_2 che si esprimono spontaneamente in trascendenti ellittici. Resta pertanto dimostrata una somigliante riduzione non solo per l'integrale, che trovasi nel primo membro, ma ben anche per gli integrali denotati con il simbolo U_{2n} per $m > 1$.

12.° Nell'applicare le precedenti formole generali a qualche caso particolare, riteniamo con Legendre la consueta notazione dei trascendenti ellittici

$$\int \frac{d\theta}{\Delta'} = F(k', \theta), \quad \int d\theta\Delta' = E(k', \theta)$$

e perciò si ha facilmente

$$Z_0 = F(k', \theta)\,; \qquad Z_2 = \frac{F(k', \theta) - E(k', \theta)}{k'^2}$$

Ponendo adunque nell'espressione generale di U_{2n} $n = 0$, si avrà

$$U_0 = \pi \int \frac{d\theta}{\Delta'} = \pi F(k', \theta)$$

per $n = 1$

$$U_2 = \frac{\pi k'}{k^2}\left(\frac{1}{k'}\int d\theta \Delta' - \int du\right)$$

Posto $u = \operatorname{sen}\theta$

$$U_2 = \pi\left(\frac{E(k', \theta)}{k^2} - \frac{k' \operatorname{sen}\theta}{k^2}\right)$$

e siccome $mk' \operatorname{sen}\theta = 1$, così verrà in fine

$$U_2 = \pi\left(\frac{E(k', \theta)}{k^2} - \frac{1}{mk^2}\right)$$

Per $n = 2$

$$U_4 = \frac{\pi k'}{k^4}\left\{\int \frac{(1 - k'^2 \operatorname{sen}^2\theta)^{\frac{3}{2}} d\theta}{k'\Delta'} - \left(\int du(1 - k'u^2) + \tfrac{1}{2}k^2 \int du\right)\right\}$$

ossia

$$U_4 = \pi\left\{\frac{1}{k^4}\left(Z_0 - 2k'^2 Z_2 + k'^4 Z_4\right) - \left(u - \frac{k'u^3}{3}\right)\frac{k'}{k^4} - \frac{k'u}{2k^2}\right\}$$

Sostituendo primieramente $uk' = k' \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{m}$, l'integrale diviene

$$U_4 = \pi\left(\frac{1}{3m^3k^4} - \frac{1}{2m^2k^2} - \frac{1}{mk^4} + \frac{1}{k^4}(Z_0 - 2k'^2 Z_2 + k'^4 Z_4)\right)$$

Ora se nella citata formola del parag. 3.° per la Z_{2n} si faccia $n=2$, avremo

$$\Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}\theta = Z_0 - 2(1+k'^2)Z_2 + 3k'^2 Z_4$$

d'onde sostituendo i valori di Z_0 e Z_2 deduciamo

$$Z_4 = \frac{\mathrm{sen}\theta\cos\theta\sqrt{(1-k'^2\mathrm{sen}^2\theta)}}{3k'^2} - \frac{2(1+k'^2)E(k',\theta)}{3k'^4}$$

$$+\frac{(2+k'^2)F(k',\theta)}{3k'^4}$$

quindi

$$Z_0 - 2k'^2 Z_2 + k'^4 Z_4 = \frac{2(1+k^2)E(k',\theta)}{3} - \frac{k^2F(k',\theta)}{3}$$

$$+\frac{k'\mathrm{sen}\theta\cos\theta\sqrt{(1-k'^2\mathrm{sen}^2\theta)}}{3}$$

$$k'\mathrm{sen}\theta\cos\theta\sqrt{(1-k'^2\mathrm{sen}^2\theta)} = \frac{\sqrt{(m^2-1)}.\sqrt{(m^2k'^2-1)}}{m^3}$$

e perciò

$$U_4 = \pi\left(\frac{1}{3m^3k^4} - \frac{1}{2m^2k^2} - \frac{1}{mk^4} + \frac{\sqrt{(m^2-1)}\sqrt{(m^2k'^2-1)}}{3m^3k^4}\right.$$

$$\left.+\frac{2(1+k^2)E(k',\theta)}{3k^4} - \frac{k^2F(k',\theta)}{3k^4}\right)$$

Poniamo ancora nella formola generale $n=3$, si trae

$$U_6 = \frac{\pi k'}{k^6}\left(\frac{1}{k'}\int\frac{(1-k'^2\mathrm{sen}^2\theta)^3 d\theta}{\Delta'} - \int du(1-k'^2u^2)^2\right.$$

$$\left.-\frac{k^2}{2}\int du(1-k'^2u^2) - \frac{1.\,3.\,k^4}{2.4}\int du\right)$$

Integrando e sostituito $umk' = 1$, otteniamo

$$U_6 = \pi\Big(-\frac{1}{5m^5k^6} + \frac{2}{3m^3k^6} + \frac{1}{6m^3k^4} - \frac{1}{mk^6} - \frac{3}{8mk^2} - \frac{1}{2mk^4}$$

$$+ \frac{1}{k^6}(Z_0 - 3k'^2Z_2 + 3k'^4Z_4 - k'^6Z_6)\Big)$$

Per calcolare Z_6 pongasi nella citata formola del par. 3.° $n = 3$, otterremo

$$5k'^2Z_6 = 4(1 + k'^2)Z_4 - 3Z_2 + \Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}^3\theta$$

quindi per una successiva sostituzione dei valori di Z_6 e Z_4, ... otteniamo

$$15(Z_0 - 3k'^2Z_2 + 3k'^4Z_4 - k'^6Z_6)$$

$$= (15 - 11k'^2 + 4k'^4)Z_0 - 3k'^4\Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}^3\theta$$

$$+ (23k'^4 - 8k'^6 - 23k'^2)Z_2 + k'^2(11 - 4k'^2)\Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}\theta$$

ovvero per l'eliminazione di Z_0 e Z_2 e riduzione

$$15(Z_0 - 3k'^2Z_2 + 3k'^4Z_4 - k'^6Z_6)$$

$$= k'^2(11 - 4k'^2)\Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}\theta - 3k'^4\Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}^3\theta$$

$$- 4k^2(1 + k^2)F(k', \theta) + (23k^2 - 8k'^4)E(k', \theta)$$

La parte algebraica per la sostituzione di m porge

$$k'^2(11 - 4k'^2)\Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}\theta - 3k'^4\Delta'\cos\theta\,\mathrm{sen}^3\theta$$

$$= \frac{\sqrt{(m^2 - 1)}.\sqrt{(m^2k'^2 - 1)}}{3}\Big((11 - 4k'^2)m^2 - 3\Big)$$

per ciò il definitivo valore di U_6 sarà

$$U_6=\pi\left(-\frac{1}{5m^5k^6}+\frac{2}{3m^3k^6}+\frac{1}{6m^3k^4}-\frac{1}{mk^6}-\frac{3}{8mk^2}-\frac{1}{2mk^4}\right.$$

$$+\frac{(11-4k'^2)\sqrt{(m^2-1)}.\sqrt{(m^2k'^2-1)}}{15m^3k^6}-\frac{3\sqrt{(m^2-1)}.\sqrt{(m^2k'^2-1)}}{15m^5k^6}$$

$$\left.-\frac{4k'^2(1+k^2)F(k',\theta)}{15k^6}+\frac{(23k^2-8k'^4)E(k',\theta)}{15k^6}\right)$$

Le riportate formole trovano delle applicazioni.

13.° Consideriamo la superficie del quarto ordine

$$(x^2+y^2+z^2)^2=c^2z^2-a^2x^2-b^2y^2$$

la quale, come è noto, rappresenta il luogo geometrico della proiezione ortogonale del centro dell'iperboloide a due falde su i piani tangenti. Se per la sostituzione polare si faccia

$$z=ru\,,\quad x=rv\,,\quad y=rw$$

$$u=\cos p\,,\quad v=\operatorname{sen}p\cos q\,,\quad w=\operatorname{sen}p\operatorname{sen}q$$

otteniamo

$$r^2=c^2\cos^2p-a^2\operatorname{sen}^2p\cos^2q-b^2\operatorname{sen}^2p\operatorname{sen}^2q$$

Volendo l'espressione del solido terminato da questa superficie, si dovrà calcolare l'integrale

$$V=\frac{1}{3}\int\int\operatorname{sen}p\,dp\,dq\sqrt{(c^2u^2+a^2v^2+b^2w^2)^3}$$

esteso fra certi limiti che verremo a determinare. Infatti dal valore di r^2 si ha la condizione

$$c^2\cos^2p>(a^2\cos^2q+b^2\operatorname{sen}^2q)\operatorname{sen}^2p$$

ossia

$$\cot p > \frac{\sqrt{(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}}{c}$$

e perciò eseguendo una prima integrazione relativamente all'angolo p, i limiti dell'integrale per valori positivi delle coordinate saranno

$$p = 0, \qquad p_1 = \operatorname{arctang.}\left(\frac{c}{\sqrt{(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}}\right)$$

e quindi q compreso fra i limiti $q = 0$, $q = \frac{1}{2}\pi$: di qui moltiplicando per 8 l'integrale, avremo l'espressione dell'intero volume terminato dalla superficie in questione, cioè

$$V = \frac{8}{3}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{p_1} \operatorname{sen} p\,dp\,dq\sqrt{(c^2u^2 - a^2v^2 - b^2w^2)^3}$$

Sia come sopra

$$A = -(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q), \quad B = c^2 + a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q$$

e pongasi

$$W = \int_0^{p_1} \operatorname{sen} p\,dp\sqrt{(A + B\cos^2 p)^3}$$

sarà

$$V = \frac{8}{3}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} W\,dq$$

Ma, come si è riportato al parag. 8, e per $u = \cos p$

$$\int \operatorname{sen} p\,dp\sqrt{(A + B\cos^2 p)^3} = -\left(\frac{A + Bu^2}{4} + \frac{3A}{8}\right)u\sqrt{(A + Bu^2)}$$

$$-\frac{3A^2}{8\sqrt{B}}\log\left(u\sqrt{B} + \sqrt{(A + Bu^2)}\right)$$

quindi la differenza dei valori, che si ottiene dalla successiva sostituzione di $p = p_1$, $p = 0$, darà l'integrale definito W. Ora il valore di p_1 porge per mezzo delle quantità A, B,

$$\cos p_1 = \frac{\sqrt{-A}}{\sqrt{(c^2 - A)}}, \quad \operatorname{sen} p_1 = \frac{c}{\sqrt{(c^2 - A)}}$$

e siccome $A + B = c^2$, così anche

$$\cos p_1 = \frac{\sqrt{-A}}{\sqrt{B}}, \quad \operatorname{sen} p_1 = \frac{c}{\sqrt{B}}, \quad \sqrt{(A + B\cos^2 p_1)} = 0$$

perciò la sostituzione di $p = p_1$, $p = 0$ dà successivamente per W i valori

$$W_1 = -\frac{3A^2}{8\sqrt{B}}\log(\sqrt{-A})$$

$$V_0 = -\left(\frac{A+B}{4} + \frac{3A}{8}\right)\sqrt{(A+B)} - \frac{3A^2}{8\sqrt{B}}\log\left(\sqrt{B} + \sqrt{(A+B)}\right)$$

Dalla differenza $V_1 - V_0$ si ha

$$W = \frac{\sqrt{(A+B)^3}}{4} + \frac{3A\sqrt{(A+B)}}{8} + \frac{3A^2}{8\sqrt{B}}\log\left(\frac{\sqrt{B} + \sqrt{(A+B)}}{\sqrt{-A}}\right)$$

la quale per la sostituzione dei valori di A, B diverrà

$$W = \frac{c^3}{4} - \frac{3c(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}{8}$$

$$+ \frac{3(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)^2}{8\sqrt{(c^2 + a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}}\log\left(\frac{c + \sqrt{(c^2 + a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}}{\sqrt{(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}}\right)$$

Moltiplichiamo il primo e secondo membro per dq, e per $\frac{8}{3}$; facciamo l'integrazione entro i limiti $q = 0$, $q = \frac{1}{2}\pi$, e poniamo per brevità

$$Q = \frac{c + \sqrt{(c^2 + a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}}{\sqrt{(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}},$$

$$Q_1 = \frac{(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)^2}{\sqrt{(c^2 + a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)}}$$

avremo facilmente pel richiesto volume

$$V = \frac{\pi c^3}{3} - \frac{\pi c(a^2 + b^2)}{4} + \int_0^{\frac{1}{2}\pi} Q_1 \log(Q) dq$$

A questa espressione giunsi in una mia Memoria, che trovasi nel tom. 31 del giornale del sig. Crelle di Berlino. Ora vengo a mostrare, che l'integrale definito del secondo membro dipende dagli integrali definiti della nota forma U_{2n}, e quindi si può ridurre ai trascendenti ellittici di prima e seconda specie.

14.° Supponiamo $a > b$, e si prenda

$$k^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + c^2}, \quad k'^2 = \frac{b^2 + c^2}{a^2 + c^2}, \quad k^2 + k'^2 = 1$$

$$\Delta = \sqrt{(1 - k^2\operatorname{sen}^2 q)}$$

avremo

$$\sqrt{(c^2 + a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)} = \Delta\sqrt{(a^2 + c^2)}$$

d'onde

$$a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q = (a^2 + c^2)\Delta^2 - c^2$$

quindi facendone di questo valore la sostituzione nella sola Q, otteniamo

$$Q = \frac{c + \Delta\sqrt{(a^2 + c^2)}}{\sqrt{[(a^2+c^2)\Delta^2 - c^2]}}, \quad Q_1 = \frac{(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)^2}{\Delta\sqrt{(a^2 + c^2)}}$$

Osserviamo inoltre che

$$(a^2 + c^2)\Delta^2 - c^2 = \left(\Delta\sqrt{(a^2+c^2)} + c\right)\left(\Delta\sqrt{(a^2+c^2)} - c\right)$$

d'onde segue che fatto $\sqrt{(a^2 + c^2)} = mc$, si avrà

$$Q = \sqrt{\left(\frac{m\Delta+1}{m\Delta-1}\right)}, \quad \log Q = \tfrac{1}{2}\log\left(\frac{m\Delta+1}{m\Delta-1}\right)$$

e facendone la sostituzione

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} Q_1 \log(Q) dq = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{(a^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)^2}{2\sqrt{(a^2+c^2)}} \log\left(\frac{m\Delta+1}{m\Delta-1}\right)\frac{dq}{\Delta}$$

Infine ponendo

$$U_{2n} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n} q}{\Delta} \log\left(\frac{m\Delta + 1}{m\Delta - 1}\right) dq$$

si trae

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} Q_1 \log(Q) dq = \left(\frac{a^4 U_0 - 2a^2(a^2-b^2)U_2 + (a^2-b^2)^2 U_4}{2\sqrt{(a^2+c^2)}}\right)$$

Osserveremo qui che l'integrale definito U_{2n} non cangerà di valore, quando anche in luogo di $m\Delta - 1$ si sostituisca $1 - m\Delta$, e per conseguenza gli integrali, che s'incontrano in questo caso, sono identici a quei già determinati negli antecedenti parag. 11 e 12 per $m > 1$.

Dunque il volume V sarà per ora espresso da

$$V = \frac{\pi c^3}{3} - \frac{\pi c(a^2+b^2)}{4}$$

$$+ \frac{1}{2\sqrt{(a^2+c^2)}}\left(a^4 U_0 - 2a^2(a^2-b^2)U_2 + (a^2-b^2)^2 U_4\right)$$

Non resta pertanto che a riprendere gli integrali U_0, U_2, U_4 . . . già calcolati nel parag. 12.°, e sostituirvi i relativi valori di m, k, k', ciò che darà

$$U_0 = \pi F(k',\theta), \qquad U_2 = \pi\left(\frac{(a^2+c^2)E(k',\theta)}{a^2-b^2} - \frac{c\sqrt{(a^2+c^2)}}{a^2-b^2}\right)$$

$$U_4 = \frac{\pi}{2}\left(\frac{c(2ab-4c^2-9a^2+3b^2)}{3(a^2-b^2)^2}\right)$$

$$+ \pi\left(\frac{2(a^2-c^2)(2a^2+c^2-b^2)E(k',\theta)}{3(a^2-b^2)^3} - \frac{(a^2+c^2)(a^2-b^2)F(k',\theta)}{3(a^2-b^2)^2}\right)$$

Fattane la sostituzione nel precedente valore di W, dopo brevi riduzioni si ottiene in fine

$$V = \frac{\pi abc}{6} + \frac{\pi}{6}\left(\frac{3a^4-(a^2-b^2)(a^2+c^2)}{\sqrt{(a^2+c^2)}}\right)F(k',\theta)$$

$$+ \frac{\pi}{6}.2.(c^2-b^2-a^2)\sqrt{(a^2+c^2)}.\,E(k',\theta)$$

L'ampiezza θ delle due funzioni ellittiche sarà determinata dall'equazione

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{mk'} = \frac{c}{\sqrt{(b^2+c^2)}}$$

Questo risultamento trovasi già esposto in una mia Nota composta nello scorso novembre, e che verrà pubblicata nelle Memorie della società italiana. Il primo termine del valore di V rappresenta l'ottava parte di un volume ellissoidico. Quando $a = b$, allora $k' = 1$, e perciò

$$E(k', \theta) = \int d\theta \cos\theta = \operatorname{sen}\theta = \frac{c}{\sqrt{(a^2+c^2)}}$$

$$F'(k', \theta) = \int \frac{d\theta}{\cos\theta} = \log\left(\frac{1+\operatorname{sen}\theta}{1-\operatorname{sen}\theta}\right) = \log\left(\frac{\sqrt{(a^2+c^2)}+c}{a}\right)$$

d'onde

$$V = \frac{\pi c^3}{2} - \frac{\pi a^2 c}{2} + \frac{\pi a^4}{2\sqrt{(a^2+c^2)}} \log\left(\frac{\sqrt{(a^2+c^2)}+c}{a}\right)$$

In questo caso V sarà il volume generato dalla rotazione dell'area della curva

$$(x^2 + y^2)^2 = c^2x^2 - a^2y^2$$

attorno all'asse rettilineo $2c$, la qual curva è il luogo geometrico della proiezione ortogonale del centro dell' iperbola sulle sue tangenti. Qui pure, volendo procedere alla ricerca dei momenti d'inerzia, s'incontrano nel caso generale degli integrali considerati nel parag. 12.°, e quindi riducibili ai trascendenti ellittici di prima e seconda specie.

15.° Veniamo ora ad esaminare il caso, nel quale la costante m sia sostituita da $m\sqrt{-1}$, allora avremo

$$U_{2n} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{\Delta} \log\left(\frac{1 + m\Delta\sqrt{-1}}{1 - m\Delta\sqrt{-1}}\right) d\varphi$$

Dalle relazioni fra le espressioni logaritmiche e le funzioni trigonometriche si ha in generale

$$\operatorname{arctang}(z) = \frac{1}{2\sqrt{-1}} \log\left(\frac{1 + z\sqrt{-1}}{1 - z\sqrt{-1}}\right)$$

e perciò U_{2n} si trasforma in

$$U_{2n} = 2\sqrt{-1}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\text{sen}^{2n}\varphi.\text{arctang}(m\Delta)}{\Delta} d\varphi$$

Nelle applicazioni questo passaggio indica un cangiamento di grandezza nei valori dei parametri : per ciò non avrebbe luogo il coefficiente $\sqrt{-1}$, e verrebbe a scomparire da se medesimo, il problema adunque si riduce alla considerazione degli integrali

$$V_{2n} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\text{sen}^{2n}\varphi.\text{arctang}(m\Delta)}{\Delta} d\varphi$$

Per $n = 0$, e per potenze impari, e superiori alla prima di Δ, questi integrali sono stati già esaminati dal sig. W. Roberts nel giornale del sig. Liouville per l' anno 1846, il quale di più ha fatto conoscere la dipendenza di essi con altri integrali dati da Legendre. Venendo adunque ai proposti si avrà dalla differenziazione relativa ad m

$$\frac{d.V_{2n}}{dm} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\text{sen}^{2n}\varphi d\varphi}{1+m^2\Delta^2} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\text{sen}^{2n}\varphi d\varphi}{(1+m^2-m^2k^2\text{sen}^2\varphi)}$$

ove per l'integrazione converrà eseguire la divisione dei termini nel coefficiente di $d\varphi$. Facciamo primieramente

$$m = \text{tang}\theta, \text{ ed, } m^2+1 = \frac{1}{\cos^2\theta}, \quad \frac{m^2k^2}{m^2+1} = k^2\text{sen}^2\theta$$

si troverà facilmente

$$\frac{\text{sen}^{2n}\varphi}{1+m^2-m^2k^2\text{sen}^2\varphi} = \frac{\cos^2\theta}{k^{2n}\text{sen}^{2n}\theta}\left(\frac{k^{2n}\text{sen}^{2n}\theta\text{sen}^{2n}\varphi}{1-k^2\text{sen}^2\theta\text{sen}^2\varphi}\right)$$

quindi osservando che

$$\frac{z^n}{1-z} = \frac{1}{1-z} - (1+z+z^2+z^3+\ldots+z^{n-1})$$

si avrà

$$\frac{\operatorname{sen}^{2n}\varphi}{1+m^2-m^2k^2\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{\cos^2\theta}{k^{2n}\operatorname{sen}^{2n}\theta}\left\{\frac{1}{1-k^2\operatorname{sen}^2\theta\operatorname{sen}^2\varphi}\right.$$

$$\left.-\left(1+(k\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\varphi)^2+(k\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\varphi)^4+\ldots+(k\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\varphi)^{2n-2}\right)\right\}$$

Moltiplicando il primo e secondo membro per $d\varphi$ ed integrando entro i limiti $\varphi=0$, $\varphi=\frac{1}{2}\pi$, ed avvertendo che

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{d\varphi}{1-k^2\operatorname{sen}^2\theta\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\theta)}}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\operatorname{sen}^{2r}\varphi d\varphi=\frac{1.3.5\ldots 2r-1}{2.4.6\ldots 2r}\cdot\frac{\pi}{2}$$

otterremo

$$\frac{dV_{2n}}{dm}=\frac{\pi\cos^2\theta}{2k^{2n}\operatorname{sen}^{2n}\theta}\left\{\frac{1}{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\theta)}}-\left(1+\frac{(k\operatorname{sen}\theta)^2}{2}+\frac{1.3(k\operatorname{sen}\theta)^4}{2.4}\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1.3.5.(k\operatorname{sen}\theta)^6}{2.4.6}+\ldots+\frac{1.3.5.\ldots 2n-3.(k\operatorname{sen}\theta)^{2n-2}}{1.2.4.6\ldots 2n-2}\right)\right\}$$

Facendo la moltiplicazione per $dm=\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$, ed integrando, avremo il valore di V_{2n}, il quale dipenderà e da un sistema di termini algebraicamente integrabili, e da altri esprimibili in trascendenti ellittici di prima e seconda specie, vale a dire

$$V_{2n}=\frac{\pi}{2k^{2n}}\left\{\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^{2n}\theta\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\theta)}}-\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^{2n}\theta}\frac{k^2}{2}\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^{2n-2}\theta}\right.$$

$$\left.-\frac{1.3.k^4}{2.4}\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^{2n-4}\theta}-\ldots-\frac{1.3.5\ldots 2n-3.k^{2n-2}}{2.4.6\ldots 2n-2}\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}\right\}$$

Il primo integrale denotato per Y_{2n} è già occorso nel parag. 3.°, ove si è dimostrata la riduzione ai trascendenti ellittici: i rimanenti poi son tutti algebrici, ed integrabili con le note formole elementari del calcolo integrale. *(Sarà continuato.)*

Dell'economia pubblica in accordo colla morale.
Discorso del prof. Domenico Vaccolini.

A SUA ECCELLENZA

IL SIGNOR PRINCIPE

D. PIETRO ODESCALCHI

VICE PRESIDENTE DELL'ALTO CONSIGLIO
SOCIO ORDINARIO DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA
DI ARCHEOLOGIA
MEMBRO DEL COLLEGIO FILOLOGICO
DELL'UNIVERSITA' ROMANA
ECC. ECC.

Eccellenza

Se di ogni ben locato ufficio tutti si allegrano gli amici della pubblica felicità, più si allegrano i sinceri cultori delle scienze e delle lettere, i quali per esse sono maestri ai popoli di vera civiltà. Io non oserei darmi questo vanto, che sarebbe soverchio per quanto io ami gli studi (e per verità gli amo immensamente); ma non cedo ad alcuno nell'ammirare i grandi pregi della mente e del cuore di vostra eccellenza: dei quali ho avuto ed ho prove continue io medesimo da cinque e più lustri, dacchè ella si degna accogliere con tanta cortesia in questi

volumi i poveri frutti del qualunque mio ingegno, dichiarandoli non al tutto indegni della pubblica luce. Ciò, lo confesso, mi è stato novello stimolo e sprone alla continua fatica in quegli ardui studi, che occuparono la mia prima giovinezza, e i più bei giorni della mia vita. Dai quali parmi avere raccolto assai, benchè altro premio mancasse: essi mi valsero l'amore di que'lumi del Monti, del Perticari e del Biondi, che ancora desideriamo, non che del Betti, del Muzzarelli e di V. E. e di più altri spiriti gentili in Roma e fuori. Ai quali tutti io mi protesto obbligato, troppo bene conoscendo la insufficienza mia. E di gratitudine tanta parte dovendo io a V. E., che mi onora sopra ogni mio merito, non posso tenermi di darlene alcun segno palesemente. E ciò intendo di fare col presente discorso, in cui si fa aperto che *la pubblica economia torna fallace, se si dilunghi dalla morale, colla quale è congiunta essenzialmente allo specchio dell'ordine*: tema che non può non tornarle gradito sopra gli altri ora, tanto più che siede con tanto onore e con comune soddisfazione nell' alto consiglio dopo quella cima d' ingegno dell'ottimo nostro monsignor Muzzarelli: al quale ed agli altri benevoli se vorrà ricordarmi, io le ne avrò obbligo grande; nulla premendomi più, che di essere in grazia di tali uomini, che sono il fiore della presente civiltà. Gradisca il mio buon volere, ed accolga i sensi di stima e di ossequio, con cui ho l'onore di confermarmi

Di vostra eccellenza

Bagnacavallo 10 giugno 1848

Umo dmo ob. servitore

PROF. DOMENICO VACCOLINI

Quella gran mente di Tullio, che in se raccolse tutta l'antica sapienza, considerando le varie opinioni degli uomini, e come altre siano passeggere e fluttuanti; altre stabili e ferme: sentenziava, il tempo spegnere le fantasie delle opinioni; confermare i giudizi della natura. Lo stesso diremmo noi, considerando le vicende della filosofia, che è pure o dovrebb' essere la scienza delle scienze: e come tale aversi sempre dinanzi la luce dell' ordine per ispecchiarvisi. Ma che? i filosofi del passato secolo (almeno i più) troppo donando ai sensi e all' organismo ridussero l'uomo ad una macchina inanimata; mostrando vero quel detto di Dante – che dietro ai sensi la ragione ha corte l'ali. – Da un estremo passando ad un altro, dal cieco sensismo al puro idealismo, i filosofi oggidì troppo forse concedono allo spirito; e perduti nel mondo delle astrazioni, escono dai veri confini, urtando in non so quale soprannaturalismo; per cui altri de'nostri vagheggia l' universalissima delle idee, quella di *ente*; altri predilige il principio, l'*ente crea le esistenze*; altri si accosta al *panteismo*. E (cosa incredibile, ma vera) tra gli stessi corifei della filosofia vi ha chi parteggia oggi con Platone, che ieri stava con Aristotele! Dal quale ondeggiamento si scorge, che nel mare dello scibile, errando senza stella, niuno de'naviganti tocca al porto della verità: donde i più si dilungano per battagliare aspramente fra loro; quando sotto una bandiera; quando sotto un'altra, senza volere o potere nel tumulto ascoltare

la voce di chi grida – pace pace pace. – Almeno facessero tregua inchinando a quella sentenza del Pallavicini, che parlando del bene conchiude: « La buo-
» na filosofia non dee affaticarsi in altro, che in di-
» spiegare agli uomini quello, che in una certa ma-
» niera confusa è noto naturalmente a ciascuno; fa-
» cendo ella quasi la ripetizione e il comento alla
» lezione ed al testo, dettato ad ogni uomo dalla
» natura ». Grande insegnamento, che a chi ben guarda mostra nell'ordine fisico, intellettuale e morale il testo della natura: la quale ponendo nell'uomo la propensione ed il piacere dell' ordine, dà in ciò stesso una breve, ma solenne lezione; quasi dica espressamente – ama l'ordine. - Il quale per poco simile al sole splende alla mente, ed essa vigile e presta al raggio amico va dissipando attorno a se le nubi dell'ignoranza e dell'errore, e si dispone e passa di grado in grado a vera scienza, secondo il più o meno di acume e di attenzione. Ma se esiste graduazione e disposizione ad un fine, esiste l' ordine: se esiste l'ordine, esister dee quasi una catena di fatti tra loro connessi e dipendenti in modo, che ciascuno anello abbia a risentirsi della concorrenza degli altri: e chi lo distacca per istudiarlo isolatamente, senza poi riunirlo come prima per considerarne i rapporti co'precedenti e susseguenti, e con tutto l'insieme, quegli rompe la catena, fa contro la natura, e non abbraccia la scienza; la vera scienza, che è un complesso di cognizioni disposte allo specchio dell'ordine. Quindi abbagli e travisamenti, tanto più perniciosi dove trattisi di scienza morale: di che un esempio ne sia quella, che dicono *Pubblica Econo-*

mia: della quale oggi verrò accennando in parte *come torni fallace, se si dilunghi dalla morale, cui è intimamente congiunta.* L' argomento si raccomanda ad ogni cortese intelletto; ma non vi aspettate, o giovani generosi, alcun fiore di seducente eloquenza: io sarei lieto di offrirvi, come a voi meglio si addice, alcun frutto sincero di quella, che Tullio chiamò *ben parlante sapienza.* Come che sia, voi guarderete, più che alla scorza, al midollo, ed accoglierete benevoli più l'animo che le parole!

L'uomo, secondo gli economisti, è un animale commerciante; se non che tale già non può essere quando non sia previdente e provvidente: cioè quando non usi della ragione combinata colla loquela, onde i patti; e colle mani altresì, onde il lavoro utile. Ma nulla potere esser utile, se non è onesto, lo insegna M. Tullio negli uffici: e veramente un bene non può esser tale agli uomini, non può esserlo compiutamente, se abbia solo apparenza di bene, e non realtà; se conduca ad alcun male reale; e se giovando ad un individuo nuoca poi ad un altro, e peggio alla generalità: nel mentre in colui, che lo cerca con ansietà, appena l' ottiene, anzi che compiacenza desta rimorsi con turbamento di animo. Questa appunto è la pena imposta dalla natura a chi manca alle leggi dell'ordine, e tra esse a quella principalissima, che prescrive l'amore dei simili. Chiunque entra bene addentro ne'segreti del proprio cuore, se non accieca, vi troverà scolpito profondamente questo dettato d'amore, che vuole gli uomini tutti fratelli; così la felicità dell' uno posta in necessaria armonia colla felicità degli altri chiedendo essenzial-

mente l'esercizio dell'umanità, la *beneficenza* vuol regnare dovunque sotto il sole. Chè se la natura esige il più, cioè che si doni; esige di necessità anche il meno, cioè che si lasci a ciascuno il suo, secondo *giustizia*.

Ecco i caratteri dell'*ordine*, che dicemmo sociale, *beneficenza* e *giustizia*: per cui si distingue di gran lunga fra le creature sparse sulla terra l'uomo, capace non solo di conoscere il vero, ma di praticare il bene. A ciò lo ha fatto la natura; laonde se non si specchia nell'ordine, se non vive più agli altri che a se stesso, se non è benefico e giusto, se non si conforma di tal guisa al prototipo, manca alla legge, e non può essere contento e felice.

Ora quando gli economisti ci parlano della scienza della ricchezza, e felice dicono un popolo non in quanto è costumato, ma solamente in quanto è più ricco, snaturano l'uomo. Non avendo in tutto e sempre riguardo a beneficenza e giustizia, fanno del mondo quasi un mercato, dove la parte che vende, come quella che compra, cerca ingannar l'altra: e purchè guadagni, non monta. Così quel fratellevole nodo, che lega gli uomini; quel vincolo d'amore, che fè natura (per dirlo coll'Alighieri), verrebbe sciolto: così un popolo di fratelli, quale dev'essere l'umana generazione, sarebbe un popolo di nemici: e tornerebbe il caso dei figli di Cadmo, che nati fratelli uccidevansi l'un l'altro: così il più di scienza, che come è nell'ordine dee rivolgersi a comune utilità, perchè natura è madre comune e non matrigna, tornerebbe a danno dei singoli e dell'universale: e il soggiorno della pace si volgerebbe in cam-

po di guerra, la guerra di tutti contro tutti, vagheggiata da Hobbes, che ritraeva il suo paese ed il suo cuore, non il mondo e la natura: la quale vuole anzi la pace di tutti con tutti, e non ammette la guerra, che come ultimo mezzo a racquistare la pace.

Tornando al proposito, noi superbiamo in faccia all'antica Grecia, perchè essa non ebbe, siccome noi, la scienza economica distinta dall'arte di regolare le famiglie e lo stato. Ma che? il popolo di Atene rifiutar seppe il partito di Temistocle, che gli prometteva la ruina di Sparta, sua eterna nemica, solo perchè Aristide disse: Utile il partito, ma non onesto. Ed un mercante di Alessandria, portando grano a Rodi in tempo di carestia, stava in forse di poter vendere a caro prezzo il suo grano; perocchè sapeva egli solo, che in abbondanza ne sarebbe presto arrivato nel porto. O veramente delicata coscienza! o antica probità, che non sapeva nè voleva dividere l'economia dalla filantropia, nè l'utile dall'onesto, nè quanto alla nazione il bene materiale dal morale! Ed essi i greci avevano colonie; ma quanto diverse dalle romane e dalle moderne! Le greche colonie fondavansi la più parte da emigrati, i quali portavano con seco sulle terre de' barbari non triboli e spine, ma i germi di nuova civiltà. Invece le colonie romane, stabilite coll'impero della forza, erano più o meno tributarie e dipendenti: e le moderne altresì, fondate sullo stesso modello, o per ambizione, o per amore di guadagno, o per tutt'altro che per sentimento di umanità, non furono che un mezzo di far più ricche e potenti le metropoli. Que-

ste adottandole per figlie trattavanle invece da schiave; in quanto che il più delle volte con un commercio tutto passivo le facevano servire ad un mercato per esse inutile, anzi dannoso; checchè gridassero a cielo giustizia e umanità. Ma nulla di violento può esser durevole: così le colonie, perchè non legate alla madre col vincolo d'amore in eccellenza di ordine, riuscirono di esse sovente le prime nemiche. Somiglianti ad un muro, che per manco d'appoggio o di cemento già crolla; o meglio ad un frutto giunto a maturità: non aspettavano più che od un lieve urto per cadere, od un soffio per distaccarsi; se pure, a sostenerle e conservarle, il potere proteggitore non seppe circondarsi di umanità e di giustizia, quasi colonna di ogni civile ordinamento.

Stanca già di conquiste l'Italia, non di sapienza, fecesi maestra di umanità al mondo intero: e nella beatitudine degli studi produsse la scienza della civile economia: la quale allo specchio dell' ordine si occupò conscienziosa della ricchezza, non pur materiale, ma morale. Questo solenne esempio dovea giovare alle nazioni, aggiunto ai precetti. Invece oltremare ed oltremonte si pensò non più che a ricchezza materiale, quasi unico mezzo di privata e pubblica felicità! Così col nome di economia politica o pubblica non altro s'intese, che la teorica della produzione e distribuzione delle ricchezze puramente materiali: così in cerca di questo unico mezzo non si guardò al fine, che è per l'appunto la felicità de' singoli e dell'universale; felicità, che il danaro, per quanto rappresenti tutte le merci, non può produrre

senza il concorso di un altro elemento quasi divino: dico la virtù in generale, ed in ispecie della umanità e della giustizia, amiche e custodi di ogni bene al mondo. Così ebbe lode il lusso smodato, a' vizi compagno: e ciò si fu col pretesto di animare le arti: così moltiplicate si videro le imposte sotto colore di promuovere coi bisogni l'industria: così all'opera dell'uomo vidersi sostituite generalmente le macchine: così il pauperismo, ruina degli stati, divenne trista necessità!

E che? non siamo noi tutti uomini? nati non siamo di un padre? non siamo tutti fratelli? E si vorrà dai dotti stranieri fare una scienza di arricchire solo un pugno di gente, e impoverire tutto il mondo? E l'utile all'onesto non si vorrà più congiunto allo specchio dell'ordine per la comune felicità? A quello mirarono intensamente gli economisti italiani, occupandosi (a differenza degli estrani, che vennero dopo) della ricchezza con vedute non astratte e assolute, ma relative al ben essere generale. Ciò appunto osserva Blanqui nell'istoria della scienza: ed a lode dei nostri aggiunge altresì, che essi fecero dell' uomo l'oggetto precipuo de' loro studi e delle loro sollecitudini: osservazione non isfuggita all'ingegno del Pecchio, il quale notando i caratteri, che più distinguono gli economisti delle diverse nazioni, guardò in prima alla definizione e trattazione della scienza. « Per gl' inglesi, egli dice, è una scienza » isolata, è le scienza di arricchire le nazioni: è » questo l'oggetto esclusivo delle loro ricerche. Per » lo contrario gl' italiani la riguardano come una » scienza complessiva, come la scienza dell' ammi-

» nistratore, e la trattano in tutte le sue relazioni
» colla morale e colla felicità pubblica ». Così egli nella storia dell'economia pubblica in Italia. Ed è a questo modo, che i nostri considerano tutto l'uomo, dotato com'è di mente, di cuore e di braccia: l'uomo veramente filantropo, pensoso non pure di se, ma degli altri, formanti insieme tutta una grande famiglia. Invece i dotti stranieri non veggono realmente nell'uomo, che un animale commerciante, che sciolto da legge morale diviene agevolmente egoista. Quindi approvano le immense proprietà, senza riflettere ai tristi effetti morali colà, dove la moltitudine estremamente povera non conosce ritegno, se la fame od altro la spinga a tumultuare: testimonio la misera Irlanda, che non è sola in così funesta vicenda! Quindi esaltano le manifatture, senza badare che vi va spesso della salute e del vigore della popolazione più numerosa, che a lungo andare si fa molle ed effemminata, posta com'è eternamente al telaio, e chiusa comunque in un'officina. Quindi promuovono le macchine, senza badare che il minimo di spesa e il più di guadagno per esse lascia mancare il lavoro alle braccia, e produce rigurgiti al commercio. Quindi approvano imposte eccedenti, senza guardare, che vi ha un limite da non sorpassarsi a volere che reggano le famiglie. Quindi lodano per lo più l'accrescimento illimitato della popolazione e del lusso, senza pensare che pel bene individuale e universale, quella vuol essere non solo agiata e costumata; e questo nei termini della moderazione, e dannato nell'individuo, se permesso pure nella classe.

Ora quali buoni effetti ponno aspettarsi da una

scienza tutta calcolo, contenta al materiale progresso, senza una cura al mondo del morale; e intenta solo a guardar l' uomo, non il filantropo? O profondo giudizio di Gianrinaldo Carli, ben riflettevi, che « la scienza della economia, ridotta a mera arit-
» metica, inaridisce il cuore aumentando quell'egois-
» mo e quello spirito di calcolo, che è anche trop-
» po esteso, ed è subentrato a' sentimenti generosi
» i quali ricevono l' impulso del cuore e non del
» computo e del bilancio del dare ed avere »! O greca sapienza, bene scolpivi sulle porte del tempio di Delfo quell'aureo dettato – Nulla di troppo! – E veramente anche le cose buone, tra le quali poniamo pure le ricchezze, abusate si fanno pessime; e vi ha de'certi confini, da non trapassare, a volere che l'utile dall' onesto non si scompagni. Una prudente misura allo specchio dell'ordine seguirono sapientemente gli economisti italiani; pensando che mente e cuore siamo noi uomini, che siamo tutti fratelli, che il più ricco dee spargere sul povero le sue beneficenze, ma con vicenda perpetua: per cui l' uno non dee stancarsi di meritare, l'altro di donare con senno ed amore: così ricchezza materiale non fu divisa da ricchezza morale; anzi entrambe accoppiaronsi a maggior bene comune: così dal commercio è bandito l'egoismo, dalla potenza l'ambizione, dalle città il pauperismo: così agricoltura ed industria formano come una grande catena, che unisce tra loro tutti gli uomini. Il che è nell'ordine sì fattamente, che chi lo togliesse dal mondo civile farebbe peggio, che se al globo terraqueo, anzi al sistema celeste, togliesse l' attrazione; ei ridurrebbe l'uomo a

condizione peggio che i bruti; quando egli, compagnevole per natura, tanto su quelli s' innalza da partecipare del divino! « Negli uomini (bene osservò quel fiore di senno del Genovesi) vi è qualcosa di più sublime e divino, che dee farne un vincolo più forte: e questa è la pietà . . . e la ragione ». Sovvenire ai bisogni fisici non sarebbe un sovvenir tutto l'uomo; quindi l'economia mancherebbe all'uomo e a se stessa, qualora non guardasse altresì ai bisogni intellettuali e morali. Che sia sacra la proprietà sulle cose materiali, non basta: sacra vuol essere altresì la proprietà dell'ingegno: non basta ricchezza materiale; vuolsi dippiù ricchezza intellettuale e morale: attività di braccia non basta; vuolsi dippiù attività di mente e di cuore pel ben essere de'singoli e dell'universale. Chè se Platone in quella sua sognata repubblica assomigliava l' oro e la vita a due pesi di una bilancia, l'uno de'quali non può ascendere senza che l'altro declini, preso l' oro per simbolo di ricchezza puramente materiale, e la virtù per mera astinenza, chiaro si vede, che se alla virtù avesse aggiunta la qualità morale, ed estesa la virtù a tutto il suo regno, trovato avrebbe que' due pesi riguardo alla felicità dover essere in ragione diretta tra loro; onde al crescere dell'uno cresca anche l'altro, e si aiutino e sorreggano scambievolmente! Per fermo la scienza della pubblica economia non sarà piena, se non congiunga l'utile all'onesto; perocchè *essa*, per confessione di un dotto francese (Devillers) *è una scienza essenzialmente morale.* Pei primi mostraronlo gli economisti italiani, quando di un'aurea catena un anello od un altro vennero scoprendo, e

gemme aggiunsero a gemme per formare quasi il monile della scienza allo specchio dell'ordine. Lo ha mostrato tra essi bellamente lo Scialoia ne'suoi *Principii di economia sociale*: dove seguendo quel gran maestro della rettitudine, Dante Alighieri, distinse il valore reale dal potenziale nelle produzioni, e seppe aprirsi di nuove strade nel laberinto della scienza: seppe portare la fiaccola della ragione singolarmente ne'ripostigli del credito pubblico e delle imposte. Certamente egli non perde mai di vista il bene morale; i desiderii dell'uomo (notava) formano uno dei termini di tutti i rapporti economici; la morale ne ricerca l' origine, la natura, lo sviluppo e le conseguenze: la morale adunque vuol essere legata intimamente all' economia. La prima dirige, rettifica, spiritualizza, per dir così, l'idea di *utilità*, ponendola in concordia coll'idea di *virtù*: la seconda vede con compiacenza questa concordia, e servesi della utilità come di un punto di partenza nella spiegazione de'suoi fenomeni: l' una e l' altra vogliono, che ciò che è veramente utile sia preferito a ciò che non ha di utile che l'apparenza. L'economia lo consiglia e se ne giova; la morale lo ha per iscopo e lo comanda: ambe lodano l' uomo attivo, nemico dell' oziosità, inteso a dissipare pregiudizi nocevoli alla comune felicità, ed a migliorare la condizione e le facoltà de'nostri simili: l'una riguarda più specialmente l'uomo come un essere morale e virtuoso; l'altra come un essere economico ed utile. Ma vera utilità non può essere senza virtù; come non può senza equità, nè lusso senza misura, nè guiderdone essere nell'ordine permuta senza giustizia, nè felicità senza beneficenza.

Grave danno alle scienze apportarono que'filosofi, che vollero separarli, considerandoli isolatamente; senza guardare che sono tutti rami di un albero, i quali non potranno mai prosperare se uniti agli altri e alla pianta non danno e ricevono scambievolmente vigore e vita. Ma peggio fecero e fanno coloro, che divisero l'economia dalla morale, alla quale è intimamente congiunta allo specchio dell'ordine, onde le città si conservano e crescono, e l'umana società si mantiene a comune utilità. Meno male farebbe colui, che ad un albero lasciasse la scorza e ne levasse in parte il midollo. Ricomponiamo di grazia ciò che fu pur troppo scomposto: e tutto ritorni nell'ordine! Così la pubblica economia trovi pure i suoi rapporti colla fisica nel suo fenomeno fondamentale della produzione: e colla meccanica quanto allo scopo di ottenere il massimo effetto col minimo di forza e di tempo: e colle matematiche nell'azione reciproca de'rapporti tra le cose e i bisogni! Ma più di tutto colleghisi alla morale ed alle scienze affini; in quanto l'utile non può dividersi dall'onesto, nè ricchezza da giustizia e da umanità, nè il bene de'singoli dal bene di tutti, nè quello di un popolo dal bene universale. Altrimenti dovrebbe dirsi, averlo Iddio e la natura fatto capace di scienza per suo danno e tormento; non per propria e comune utilità, siccome vuole eccellenza di ordine: ordine, che a chiare note è scritto non pure in questo gran libro dell'universo, ma in un altro libro ancora più intimo, il libro del cuore umano. Ivi è il dettato dell'amore, che la religione santissima ha consecrato colla legge di carità per compimento

e perfezione maggiore della legge naturale: legge comune a quanti sono uomini, che vivono sotto il cielo, ed aspirano ugualmente alla felicità. L'economia, che si propone di sodisfare colle ricchezze i bisogni dell'uomo, se vuol toccare la meta, non può non guardare al primo ed ultimo de'bisogni, quello appunto della felicità, che in se abbraccia e comprende tutti gli altri bisogni. Essa l' economia si stringa adunque più forte alla morale in amplesso d'amore, come le insegna la gran maestra delle scienze, l'Italia: e tengasi continuamente allo specchio dell' ordine, che Dio pose chiarissimo nell'universo quando col *fiat* lo trasse dal nulla, e quando col *fiat* secondo lo redense. Così fia chiaro ciò, che parlando della tranquillità dell'animo accennava il filosofo di Cheronea: questo mondo essere un tempio santissimo e degnissimo di Dio, nel quale è introdotto l'uomo nascendo; tempio, nel quale a noi dopo la solenne riparazione risplende più vivo lo specchio dell' ordine morale.

A quello specchio, giova in fine ripeterlo, mirarono mai sempre gli economisti italiani, e più e più a'nostri giorni il Valeriani-Molinari ed il Bosellini, maestri di eletta scuola: il primo de' quali notò espressamente il legame, che hanno tra loro la legislazione civile e la economia mediante gli eterni principii di giustizia: l'altro consigliò una direzione migliore alle ricerche di pubblica economia, giusta il principio altresì del perfezionamento sociale, e colla mira del benessere generale; affermando egli di più, che la morale, la legislazione, l' economia, le finanze non potranno mai progredire felicemente, se

non venga giorno, che tutte le nazioni si ammettano ad una generale comunicazione dei rispettivi prodotti del suolo e dell'industria colla massima fondamentale, che non solo i nostri e i limitrofi, ma tutti i popoli della terra, possono e devono essere felici siccome noi; intanto che la comune felicità viene a ridondare in maggiore felicità di ciascuno. Così il mondo in eccellenza di ordine economico-morale, anzichè un vile mercato, diverrà come un grande convito, a cui partecipino veramente tutti gli uomini, che vivono sotto il sole: il quale la Dio mercè diffonde ugualmente il suo lume benefico sul filo d'erba della convalle, e sulla quercia della montagna. Ma in così bello e universale convito ciascuno dee mettere la sua parte coll' opera non mai intermessa sì del corpo, e sì della mente e del cuore: tutti gli uomini come api industriose fabbrichino il miele, nè fuchi ignavi e rapaci dividansi quella dolce sostanza, frutto di continua fatica. Questo vuole natura, madre e maestra dell' ordine, non solo materiale, ma intellettuale e morale: regni dovunque l' attività con giustizia e con beneficenza: e la morale si abbracci e stringa con nodo eterno alla pubblica economia, non pure tra l'alpi e il mare nel bel paese; ma ovunque respira l' umanità, ovunque alligna la sapienza a render lieta e felice sì la presente, sì le future generazioni: chè Dio ottimo massimo lo ci conceda!

Relazione di A. Coppi, membro della sezione annonaria del consiglio comunale di Roma, sulla tariffa e la libertà di fare e di vendere il pane, letta nell'adunanza dei 16 giugno 1848.

1. Nei secoli di mezzo, allorquando le comunicazioni erano difficili, e le guerre esterne ed intestine frequentissime, tutti i governi procurarono di avere magazzini pubblici per provvedere all' annona, e fissarono inoltre una speciale attenzione ad impedire il monopolio. Questi ordini continuarono eziandio allorquando i lumi erano di già risorti: ma le scienze economiche erano ancora trascurate.

2. In Roma, nello statuto del 1580, si dispose che i conservatori invigilassero sopra i venditori delle cose commestibili (1), e s' infliggessero pene fortissime contro i fornai che vendessero pane di un peso minore di quello stabilito dalla legge (2).

3. Eravi inoltre un prelato che invigilava all'annona frumentaria tanto della capitale, che dello stato (3). Sisto V poi stabilì una congregazione cardinalizia su questo ramo di pubblica amministrazione (4). Diede anche alla medesima scudi 200,000,

(1) Lib. V cap. IV.

(2) Lib. III cap. V.

(3) Bulla Gregor. XIII *Inter cæteras*, 7 mai 1576. Bull. Rom. tom. IV part. III pag. 15.

(4) Bulla-*Immensa*-undecimo kal. ian. MDLXXXVII. Bul. rom. tom. IV part. III p. 392.

affinchè l'impiegasse nel modo più opportuno per mantenere l'abbondanza in Roma (1).

4. Questa congregazione somministrava prestanze ai mercanti di campagna, affinchè seminassero una determinata quantità di grano; dava sussidi ai fornai, affinchè vendessero il pane ad un prezzo inferiore al valore del frumento. Ciò peraltro non impedì che il prezzo del grano ascendesse nel 1798 a scudi 30 al rubbio, cioè al quadrupolo del valore ordinario (2).

5. L'amministrazione dell'annona divenne impotente a soccorrere tali angustie. Dal 1766 al 1798 fece perdite continue, ed infine un fallimento nella somma di scudi 3,293,865 (3).

6. In Toscana erano leggi annonarie simili a quelle di tutta l'Europa. Nel 1766 vi fu minaccia di carestia. L'erario esausto non permetteva di provvedere grani esteri per conto del governo. Leopoldo vi provvide in altro modo. Tolse tutti i vincoli alla libera circolazione dei grani nell'interno; accordò a tutti la facoltà di fare e di vendere il pane; vietò agli *abbondanzieri* d'ingerirsi nel fissare i prezzi sui pubblici mercati, o in qualunque altra maniera (4): ed il risultamento fu che i mercanti fecero venire a proprio rischio e ad esuberanza i grani; i fornai moltiplicarono, e dovunque si trovò pane da com-

(1) Bul. *Abbundantes* decimoseptimo kal. aprilis MDCXXXVIII.

(2) Ann. d'Italia 1798, §. 43, 46, 1799, §. 79.

(3) Nicolai, Memorie sulle campagne di Roma, part. III pag. 156, 159.

(4) Editti dei 6 agosto e 15 settembre 1766.

prare e di qualità salubre, ed i prezzi del grano scemarono invece di aumentare (1).

7. Incoraggiato dall'esperienza il gran duca Leopoldo ampliò nel 1775 la libertà del commercio frumentario, promulgando che fosse assoluta tanto per l'interno, che per l'esterno (2).

8. Pio VII, per consiglio del card. Fabrizio Ruffo, con moto-proprio dei 2 settembre 1800, promulgò per Roma e per le province suburbane, dette *annonarie*, la libertà interna del commercio de'grani (§. 1 e 2); proibì peraltro l' estrazione fuori dello stato (§. 3); dispose che tutti i grani trasportati a Roma per vendersi si dovessero contrattare nei soliti giornalieri mercati di Campo di fiore e di Ripagrande. Il venditore poi dentro le 24 ore fosse tenuto di darne l'assegna, indicando la quantità ed il prezzo (§. 4). Soggiunse poscia: « Sebbene l'uni-
» formità del sistema e la felice esperienza degli al-
» tri dominii sembrassero suggerire che la libertà
» potesse estendersi eziandio alla vendita del pane,
» nulla di meno per un maggior riguardo agl'in-
» teressi de' consumatori, e soprattutto della classe
» più bisognosa del popolo, vogliamo che la ven-
» dita di qualsivoglia specie di pane, non escluso
» quello di lusso, ossia bianco, debba rimanere nel-
» la dipendenza della legge. E a tale effetto dalla
» deputazione dovrà nella sera di ciascuna dome-
» nica pubblicarsi in stampa il *calmiere* o *tariffa*
» *de' prezzi*, e rispettivamente de' pesi di tutte le
» specie particolari di pane da desumersi da prezzi

(1) Zoli, Manuale storico di economia toscana §. 80.
(2) Loc. cit. §. 86.

» del grano che si saranno fatti nel corso della set-
» timana nei due pubblici mercati di Campo di fio-
» re e Ripagrande (§. 10). »

9. Conservò peraltro agli attuali fornai il diritto di privativa di vendita del pane come sino allora avevano goduto; ma coll'obbligo di avere continuamente una provvista proporzionata al consumo ed allo spaccio di due mesi (§. 13).

10. Per la esecuzione di tal legge istituì una deputazione composta di un prelato e di sei cavalieri, ed inoltre di un assessore con voto e di un segretario, onde impedire gli abusi che potessero derivare in pregiudizio della legge (§. 20) (1).

11. Nel 1801 la libertà interna del commercio di grani fu poscia estesa a tutto lo stato (2).

Nello stesso anno si stabilì quindi una tariffa per regolare l' estrazione, e si dichiarò che se il prezzo del frumento fosse di scudi cinque a rubbio, l'estraente avesse un premio di bai. 50.

Dagli scudi sei agli undici pagasse un dazio come segue:

Prezzo			*Dazio*	
6	. . . . .	Sc.	0	05
7	. . . . .	»	0	20
8	. . . . .	»	0	50
9	. . . . .	»	1	50
10	. . . . .	»	2	50
11	. . . . .	»	3	50
12	. . . . . divieto di estrazione (3).			

(1) Moto-proprio dei 2 sett. 1800.
(2) Editto del cardinale camerlengo dei 10 aprile 1801.
(3) Motu-proprio dei 4 nov. 1801.

13. Nell' anno 1817 fu carestia in tutta Italia. Il governo di Toscana (dove il granò ascese a lire 63 il sacco, cioè a scudi . . . . il rubbio), costante ne'suoi principii di libertà illimitata, altro non fece che ordinare pubblici lavori, onde abilitare i poveri a comprare i grani forestieri. E con questo rimediò, per quanto gli fu possibile, alla fame (1).

14. In Roma nel 1817 il prezzo del frumento salì sino a scudi 20. 83 il rubbio. Si temette che nel 1818 accadesse l'istesso, ed allora si fece un altro passo verso la libertà commerciale. Imperciocchè il cardinale Consalvi, segretario di stato, con notificazione dei 15 maggio 1818, pubblicò che « in » conformità di quanto è stato praticato in altri » anni in questa capitale, era permesso a chiunque » di fabbricare e vendere il pane di qualunque spe» cie tanto bianco, quanto baioccante, a peso, ca» sereccio, o misto, purchè sia di buona qualità. »

15. Nel tempo stesso la deputazione annonaria pubblicò l' indicato regolamento per impedire, per quanto fosse possibile, le frodi.

16. Promulgata tale libertà, non vi fu punto aumento di prezzo del pane. Anzi crebbe l'industria. I forni, che per lo innanzi erano 72, si aumentarono in poco tempo a 130, e si trovò dovunque pane buono ed abbondante.

17. Nel 1823 si credette opportuno di fare alcuni cangiamenti nella tariffa pel commercio esterno dei grani. Si determinò che allorquando il prezzo fosse inferiore a scudi quattordici nei porti dell'A-

(1) Zoli, Manuale storico di economia toscana §. 213.

driatico, ed a scudi sedici in quello del Mediterraneo, fosse permessa la esportazione e vietata l'importazione. Giunto a tali mete, fosse all'opposto vietata la esportazione e permessa la importazione (1).

18. Scorsi venti anni, vi fu chi pensò essere opportuno di ristabilire l'antica tariffa. La deputazione annonaria fece riflettere non essere sperabile alcun giovamento al pubblico. Osservò specialmente che le spese di un forno sono minori, quanto è maggiore la quantità del pane che cuoce in un giorno. Quindi, essendosi aumentato quasi al doppio il numero dei forni, le basi dell'antica tariffa non erano più adottabili ad una moderna. Non essere possibile di ridurre il numero dei forni: ma l'industria e l' economia privata supplisca agli antichi calcoli basati sul monopolio.

19. Da tutto ciò ne derivò un mezzo termine. Una congregazione speciale a tal uopo deputata ai 25 di gennaio del 1838 discusse il dubbio:

20. » Se e come convenisse adottare per Roma » un calmiere da tenere nella proporzione più van- » taggiosa al pubblico il prezzo del grano con quel- » lo del pane. »

21. La risposta fu che « per Roma si fissasse » subito il calmiere sulla norma delle tre rubbia » di spiano giornaliero per ogni forno. »

22. Si fecero allora gli analoghi calcoli. Fra le altre cose si determinò, che la spesa dei fornai (compreso il dazio del macinato in scudi 2. 20) sono per ciascun rubbio:

(1) Editto del camerlengo dei 15 febbraio 1823.

Per il pane detto a stufa . . .	sc.	5	25
Per i casareccianti	»	4	11 ½

23. La deputazione annonaria pubblicò una notificazione analoga alla risoluzione della congregazione (1), e si ristabilì la vendita a tariffa.

24. Tale è lo stato delle cose, nel quale si cerca se e quale miglioramento possa farsi nella vendita del pane.

25. Sembra che in primo luogo debba premettersi, che la base dell'attuale sistema consiste nelle contrattazioni dei grani che si devono fare nei mercati di Campo di fiore e di Ripagrande e relative assegne dei prezzi.

26. È noto però che le grandi masse del grano che si consuma a Roma sono depositate in magazzini di più centinaia e talvolta di migliaia di rubbia, ed in essi si contrattano senza esporsi al pubblico mercato di Campo di fiore.

27. I grani che provengono dalle province, e s'introducano per il Tevere, generalmente sono commessi, e contrattati prima del loro arrivo, o pure si sbarcano e si depositano similmente in grandi magazzini, senza esporsi al mercato di Ripagrande.

28. Quindi la base dei prezzi dei mercati divenne nulla.

29. Difatti nelle assegne settimanali, mentre dovrebbero esservi generalmente contrattazioni di circa 1700 rubbia, talvolta ve ne sono che poche centinaia, ed alcune fra speculatori, fornari ec., e perciò sospettosissime.

(1) Notificazione del 1 febbraio 1798.

30. I fornai, secondo il moto-proprio del 1800, dovrebbero tenere una provvista per due mesi. Secondo posteriori disposizioni, questa dovrebbe essere metà in grano e metà in farina.

31. L'osservanza di una tal legge riposa unicamente sulle assegne della vendita giornaliera del pane e delle esistenze in magazzino che danno settimanalmente i fornai ai commissari. Non è duopo rammentare che talvolta, essendosi visitati i magazzini dai deputati, si trovarono notabili mancanze.

32. Di più, un forno che spacci tre rubbia al giorno, dovrebbe avere di scorta novanta rubbia di farina. Tanta massa nella state si riscalderebbe, e perciò ne avrebbe pane cattivo.

33. Il ragguaglio tra i prezzi del grano ed il peso del pane importa necessariamente delle frazioni. Talvola la pagnotta dovrà essere p. e. di once tre $^4/_{10}$. È possibile che il garzone del fornaio abbia l'occhio di fare sempre la pagnotta di un peso così esatto? Essendovi divario, questo sarà sempre a danno del consumatore.

34. Da tutto ciò risulta essere difettoso il metodo, col quale si formano le tariffe.

35. Il senato, sulla relazione della sezione annonaria, con notificazioni del 27 febbraio e 11 giugno, emanò varie disposizioni per migliorarlo. Si ottennero de' forti notevoli vantaggi, ma non sufficienti all' uopo. Converrà dunque pensare ad altri rimedi.

36. Il primo sarebbe quello di abolire il dazio del macinato, che in Roma si paga in scudi 2. 20 per ogni rubbio. Imperciocchè esso aumenta di un

sesto, e talvolta di un quinto, il prezzo del pane. I danni che da ciò derivano all' industria, e specialmente alla campestre, sono immensi. Ma questo dazio produce all'erario annui scudi 313,500, e nelle attuali angustie tale somma è intangibile.

37. Quindi per ora si potrebbe forse adottare un altro rimedio, ristabilendo la libertà assoluta della fabbricazione e della vendita del pane.

Crederei pertanto che si sottoponesse al consiglio e senato la seguente proposizione:

« Se convenga abolire l' attuale tariffa, e promulgare la piena libertà di fare e di vendere il pane ».

LETTERATURA

Quando e da chi sia composto l'ottimo comento a Dante. Lettera al sig. Seymour Kirkup, pittore inglese a Firenze, di Carlo Witte. Colla giunta di alcuni supplementi alla bibliografia dantesca del sig. visconte Colomb de Batines.

Poich'io non trovo chi meco ragioni
Del signor che serviam e voi ed io.
DANTE.

Gentilissimo signore,

Halle sulla Sala 20 nov. 1846.

Non occorrerà dirle con qual piacere io abbia letto l'insigne opuscolo del sig. *visconte Colomb de Batines* sopra due antichi comenti della Divina Commedia, non pervenutomi che il giorno 11 di questo mese; opuscolo, al quale questo dotto dantofilo ha saputo aggiungere nuovo ornamento, mettendogli in fronte il di lei nome, caro a tutti i cultori del sommo vate che ebbero il bene di conoscerla.

Pochi lustri sono, che lo studio di quei buoni antichi, più o meno imbuti di quella sapienza del medio evo, nella quale l'Allighieri, come nessun altro si era inoltrato, giacque negletto e sepolto. Nè

il *Lombardi*, nè il *Biagioli*, nè gli altri coevi a costoro, consultarono gli interpreti, che per la viva voce di Dante, o per prossima tradizione avevano potuto conoscere qual senso l'istesso autore aveva voluto attribuire al misterioso suo poema. Quando, ventitrè anni sono, per richiamare a questo studio l'attenzione dei dotti, diedi nel primo dei piccoli miei lavori relativi a Dante (1) un catalogo di 14 antichi comenti, aggiungendovi l' enumerazione dei codici, nei quali inediti giacevano, non pochi lettori si maravigliarono di un tal numero. Ora le ricerche dei letterati hanno talmente arricchito le nostre cognizioni, che quel catalogo per le tante sue imperfezioni non può giudicarsi che una miseria.

Alessandro Torri, ottimamente merito di tutti gli studi danteschi, ci diede la prima edizione del comento che sino a quel tempo fu giudicato il più antico di tutti: lavoro che, se riuscì meno perfetto di quello che forse si sarebbe potuto desiderare, certamente impone l' obbligo al nuovo editore (sig. *Francesco Cerrotti* a Roma) di corregger i non pochi errori e di riempir le molte lacune.

Grato regalo ci fece poco dopo il sig. *Ignazio Moutier* ristampando il comento, nel quale il certaldese già quasi decrepito sfogò l'ardentissimo suo amore pel padre Allighieri, e levandone molte delle macchie, di cui va lorda la prima edizione fiorentina o veramente napolitana (2).

(1) Nel » *Hermes*, oder Kritisches Jahrbuch der Literatur. » 1824, vol. XXIV f. 134—66. Il catalogo accennato nel testo si trova a c. 139, 40.

(2) Non dico già tutte, e sarebbe stato da desiderarsi che'l chia-

Nè priva d'interesse diremo la pubblicazione del comento sopra la prima cantica, composta verso la metà del quattrocento da Guiniforto delli Bargigi, che dobbiamo al sig. avvocato *Zacheroni*, e che forse avrebbe incontrato anche maggiori applausi, se l'ornatissimo editore non avesse giudicato opportuno di sopprimere quelle parti dell' opera, che secondo il suo modo di pensare gli sembrarono baie e vane cicalerìe.

Di maggior rilievo però, di quanto per tutti questi altri valenti fu pubblicato, si è senza dubbio il comento attribuito a Pietro figlio di Dante, dall'illustre di lei compatriota, e magnifico mecenate degli studi relativi al sommo Allighieri, *milord Warren Vernon*, ultimamente dato alla luce, ed adorno di dottissime osservazioni di quel profondo conoscitore delle antiche lettere italiane, del *Nannucci* (1).

rissimo editore avesse fatto uso di alcune correzioni già prima della sua ristampa proposte. Si confrontino per esempio gli annedoti del *Dionisi* (IV, 30, 99) col testo del *Moutier* a c. 8, 49 e 50. Maggiormente ancora dispiace di vedere nella nuova stampa alcuni errori, de'quali la prima era rimasta immune, come più sotto ne vedremo degli esempi.

(1) Cinque sono i codici, esattamente confrontati dal sig. *Nannucci* per poter renderne più corretto il testo. Se ne citano inoltre due altri. Copia del codice di s. Giustina, perduto in quanto sembra, si sarebbe potuta trovare fra i libri del *Dionisi* alla biblioteca capitolare di Verona. Due altri manoscritti di Pietro di Dante esistono alla barberiniana di Roma (*Pelli*, Memorie per la vita di Dante, ed. 2 p. 174. Na. 53. *Rezzi*, Lettera sopra i comenti mss. barberiniani p. 6, 27), ed uno ancora si trova fra i codici parigini (Fonds de réserve No. 4). Dicesi nella dotta prefazione a c. 13, il comento di Pietro esser composto nel 1340; e sta benissimo per la maggior parte dell'opera (vedi anche a c. 656). Le chiose sugli ultimi canti del Paradiso, per quanto si desume dalla c. 704, non furono però scritte che nel 1341.

Passo sotto silenzio alcuni eleganti opuscoli relativi a tale o a tal altro antico comentatore, e mi rivolgo subito alla lettera direttale dal sig. *visconte de Batines* (4). Ripeterei, se non fossero troppo gentili, le parole colle quali quel chiarissimo bibliografo dantesco parla a c. 141 di un mio lavoro sull' istesso oggetto, stampato 19 anni addietro negli annali di Vienna (5). Somma soddisfazione veramente dovetti provare, vedendo che i profondi studi, da un dotto così distinto condotti a termine nel bel centro dei tesori riuniti nelle biblioteche di Firenze, l' abbiano fatto confermar per veri quasi tutti quei punti ch'io in allora, quasi dall'ultimo confine della Germania (da Breslavia), mi era arrischiato d' asserire. Quattro sono i resultati del suo lavoro, rilevati per tali dal sig. *visconte* a c. 156 e 157: 1. Il comento di *Iacopo della Lana*, stampato nella vindeliniana e nella nidobeatina, è identico col così detto comento *Visconti*. 2. Il comento del Laneo è differente dall'*Ottimo* e da quello *di Iacopo di Dante*. 3. Egli è probabilmente di più antica data che *l'Ottimo*. 4. *L'Ottimo* non merita che in parte l'antonomastica denominazione di *Antico* a lui conferita (Per quanto si dice a c. 145, il sig. *de Batines* reputa il testo pubblicato dal *Torri*, almeno in parte, più recente del

Chi, seguendo l'esempio di milord *Vernon*, volesse donar alla pubblicità il comento attribuito a Jacopo di Dante, oppur quello di Francesco da Buti, il più disteso di tutti, e più degli altri adoperato dai compilatori del vocabolario, o finalmente l'intero comento dell'imolese, farebbe senza dubbio cosa gratissima a tutti gli amatori di questi studi.

(4) Negli « Studi inediti su Dante. » Vol I. Fir. 1846, p. 133-56.

(5) » Wienner Iahrbücher der Literatur.« Vol. XLIV 1828, p. 1-43.

1351). Non è un comento primitivo, ma un'epitome d'altrui comenti, fatta da tre o almeno da due diversi compilatori.

Ora i tre primi di questi punti convengono esattamente coll' opinione nel citato opuscolo da me emessa. La sola differenza che forse rilevar si potrebbe si è, che mentre il dotto francese cerca di dimostrare che *Iacopo della Lana* abbia scritto avanti al 1349, credo di avergli attribuito con certezza storica una data anteriore al 1328. D'accordo siamo ancora che *l'Ottimo* non si possa dire un comento primitivo. L' unico punto dunque, nel quale gli studi del sig. *visconte* gli hanno fatto abbracciar un parere differente dal mio, si è la data dell'*Ottimo* comento, da me, conformemente agli anteriori autori, creduta del 1333 o 34, e dal sig. *de Batines* giudicata più recente di una ventina d'anni.

Non esiterei nè anche un momento di ritrattare un'opinione, tanti anni sono da me emessa, o per dir meglio più sull'altrui fede che sulle proprie mie ricerche da me adottata, se gli argomenti, con cui quell'opinione fu combattuta, mi sembrassero sufficienti (1). Mi dispiace in fatto che non me lo sem-

(1) Fra gli errori, che non sono pochi nell'opuscolo citato, vi è anche quello rilevato dal sig. *De Batines* a c. 135, che Alberico da Rosciate, morto nel 1354, abbia già cessato di vivere nel 1345. Sbaglia però il sig. *visconte*, se contro la precisa mia asserzione (Annali di Vienna l. c. f. 39), attribuisce ad Alberico la traduzione latina del Laneo contenuta nel codice ambrosiano D. 539. Non pochi sono i manoscritti dell'*Ottimo* scoperti dal sig. *De Batines*, ed aggiunti al catalogo ch'io ne avea dato nel 1828, quantunque alcuni fra essi non abbiano che dei frammenti di questo comento, ed in parte siano stati indicati per tali anche nella mia dissertazione a

brino: e la prego che da quell' accorto intendente ch'ella è, o mi rettifichi, oppure mi confermi nel mio parere. Però prima di esporle le mie ragioni, la prego di compatirmi, se privo come sono di tutt'i sussidi letterari, non somministratimi dalla povera mia biblioteca, mi fossi lasciato sfuggire qualche importante notizia.

Gli argomenti, sopra i quali fondai l'opinione, che l'Ottimo comento sia composto nel 1333 e 34, sono i seguenti:

1. L'autore di questo comento dice di aver assistito personalmente ad un fatto accaduto poco dopo i 2 di giugno 1307 (1).

Inf. XXVIII, 55. « Questo fra *Dolcino* . . . fu preso e nella sopradetta terra (di Novara) con suora *Margherita* e molti e molti de' suoi fu arso. E io scrittore ne vidi de' suoi ardere a Padova in numero di ventidue a una volta; gente di vile condizione, idioti e villani. »

2. Riferisce di aver conosciuto personalmente il poeta: Inf. X, 85. « Io scrittore udii dire a *Dante*, che mai rima nol trasse a dire altro che quello,

c. 34, No. 8, c. 36, No. 28. Se poi desidera (a c. 153) « la terza perizia » a farsi per i due codici di San Daniele del Friuli e di Venezia (Libreria marciana No. 56), posso assicurarlo che tutti due contengono *l'Ottimo* comento somigliante a quello che si trova nel codice riccardiano 1004.

(1) Sembra dunque che nel 1334 egli non abbia potuto essere tanto giovane. Il *Torri* crede il contrario (Prefazione p. XIII), appoggiandosi sulla chiosa al verso 89 del canto VII dell' inferno; ma sembra ch'egli non abbia osservato, che chi vi parla della « sua giovanezza » non è già l' anonimo comentatore, ma ser Graziolo de' Bambagioli, cancelliere di Bologna.

ch' avea in suo proponimento; ma ch' elli molte e spesse volte facea li vocaboli dire nelle sue rime altro che quello, ch'erano appo gli altri dicitori usati di sprimere. »

Inf. XIII, 144. « Elli (Dante) fu di Firenze, e però qui recita una falsa opinione ch'ebbero gli antichi di quella cittade, la quale io scrittore domandandoneliele udii così raccontare. »

3. Il comentatore dice vivente *Giovanni re di Boemia*, che morì nella battaglia di Crecy a dì 26 agosto 1326.

Parad. XIX, 124. « A nuovi estrani successori pervenne il regno (di Boemia), prima ad Alberto poi ad Enrico imperadore, del quale oggi porta la corona *Giovanni* suo figliuolo. »

4. L'autore anonimo del comento cita come vivente il pittore *Giotto*, morto nel 1336.

Purgat. XI, 94. « Fu, *ed è Giotto* intra li pintori che gli uomini conoscono, il più sommo, *ed è* della medesima città di Firenze, e le sue opere il testimoniano a Roma, a Napoli, a Vinegia, a Padova e in più parti del mondo. »

5. Il così detto buon comentatore nell' ultima parte del suo lavoro cita l'anno 1333 come corrente o appena passato.

Parad. XII, 79. « Al quale (a s. Domenico) nel ministerio generale succedette .... decimosesto frate Ugo di Valsamano, al presente eletto nel 1333.»

6. Lo dice prossimo passato in una chiosa dell' inf. XIII, 144.

« Cadde (il ponte vecchio) la notte del dì quattro di novembre nel mille trecento trentatrè ». (Il cod.

Laurenz. XL, 19 dice ventitrè, ma vedi la cronica di *Gio. Villani* XI, 1; e *Dionisi*, Anedd. V, 86, Na. 1; *Aless. Torri* nella prefazione al comento dell' *Ottimo* p. XIII, Na. 3) « anno prossimo passato. » — È da notarvi che l'anno 1333, all'uso fiorentino, non finì che colla fine di marzo del 1334.

7. Parimenti all'anno 1334 si riferisce un'altra chiosa sopra un verso dell'istessa cantica XIX, 115.

« Niccola Orsini . . . si fece privilegiare la Romagna e Bologna a Ridolfo imperadore : l'effetto del cui privilegio toccò mentre ch' io scriveva questa chiosa, anni 1333 » (all'uso fiorentino, ossia 1334 dell'era volgare) « a dì 17 di marzo, *Bertrando vescovo d'Ostia e di Velletro*, legato della chiesa apostolica, il quale sozzamente da' bolognesi fu gittato della signoria. » Vedi *Villani*, Cronica XI, 6.

8. Un apografo della prima prefazione all' *Ottimo* comento del Paradiso, fatto, per quel che mi sembra, dal *Pinelli*, e serbatoci in un codice veneto della biblioteca di s. Marco (No. 55) vi appone la data dell'ultimo di febbraio 1333, cioè 1334 dell' era volgare. Somigliantissima è la notizia che l'anonimo autore di una lettera contenuta nel cod. ambrosiano di Milano (s. infra 94) dice di aver estratto da un suo manoscritto, del quale, dopo che *Pier del Nero* si sia portato via l'inferno e'l purgatorio (sarebbe mai quello del sig. *Libri* ?) non gli sia rimasto che 'l paradiso. Ecco la notizia, quale si legge nel codice : « Al nome di Dio, amen, e della vergine madre, madonna santa Maria, e dì tutti e'suoi benedetti santi, anni Dm. M. CCC. XXX. III » (Sembra che il manoscritto dica piuttosto VII) « die ult.

mensis fbr. Qui comincia la dispositione (leggi o spiega *sposizione*) del terzo libro di Dante Alighieri di Firenze, il quale tratta di quegli che sono in Paradiso. » Segue la prefazione del comento al Paradiso.

Tutti questi passi, in gran parte per altro già citati dagli autori, che anteriormente al mio opuscolo aveano scritto sull'*Ottimo* comento, concorrono a farcelo credere lavoro di un contemporaneo del poeta, cominciato, in quanto pare, per le due ultime cantiche, e terminato per l'inferno; essendochè i luoghi riferiti ai num. 6 e 7 si riferiscano a un tempo posteriore alla data della prefazione del Par. (n. 8). Confesseremo che un passo solo, o pur due, permetterebbero forse di supporre che un compilatore più recente, compendiando l'altrui lavoro, abbia copiato alla spensierata anche le parole relative all'epoca dello scritto originale; ma nove o dieci autorità, tutte in perfettissima armonia fra di loro, devono convincerci che l'opera, da cui furono tolte, sia tutta dell'istesso autore, o che non vi si trovino almeno che alcune giunte posteriormente innestate al primo lavoro.

Se ciò non ostante convenni più sopra col sig. *De Batines*, che *l'Ottimo* non sia un comento primitivo, lo feci per aver dimostrato già nella prima mia dissertazione che l'anonimo suo autore abbia preso per fondamento del suo lavoro il comento del *Laneo*, parte copiandolo testualmente, parte abbreviandolo, parte aggiungendovi delle proprie sue fatiche, oppur delle notizie prese da altri interpreti. Ma un' opera fatta coll'aiuto degli altrui lavori è pure tutt'

una, e non si potrà mai dire un composto di squarci qua e là ripescati da qualche ignorante copista. Egli è vero per altro che l'autore dell' *Ottimo* comento non abbia seguito sempre l'istesso sistema. Troviamo, per esempio, nel purgatorio alcuni capitoli materialmente copiati dal Laneo (come il comento ai primi sei canti): altri che non ne hanno che alcuni estratti combinati col proprio lavoro dell'autore (come ai canti 7, 11-19): altri finalmente, in cui nessuna traccia si trova del comentator bolognese (al c. 8-10, 20-33) (1). Quale possa essere la cagione di una disparità tale, mi sembra cosa troppo difficile ad indovinarsi.

Alle autorità riportate di sopra, e dal sig. *visconte De Batines* non citate che in piccola parte, egli oppone alcuni altri passi ch'oramai dovranno esaminarsi. Il primo si trova in quell'istessa chiosa sopra un verso dell'inferno (XIII, 144) della quale anch' io per ben due volte mi sono servito per provar il mio assunto. Il sig. *De Batines* ce la riporta in tal modo :

« Caduto il ponte, sopra 'l quale era la statua, siccome cadde la notte del dì 4 di novembre 1333 anno prossimo passato, la detta statua caduta nel detto fiume d'Arno vi stette dentro per molti anni.»

Se dunque, dice il sig. *visconte*, il comentatore può riferirci che la statua di Marte sia rimasa nel fiume per molti anni dopo il 1333, bisogna che molti anni dopo questo tempo egli abbia vissuto e

(1) Credo questa notizia più esatta di quella data dal sig. *De Batines* a c. 153 e 154.

scritto. Di fatto a prima vista questo argomento non sembra ammettere replica.

Sarebbe dunque fondato il rimprovero fatto dal sig. *De Batines* a tutti coloro, che (prima di lui) aveano citato questo passo per giustificare l'antichità dell' *Ottimo* : vale a dire, di « non aver osservato l'altre parole, che ivi appresso immediate si leggono (« la detta statua » ec.)? « Vediamo; ma prima di giudicarne in definitiva, rileggiamo tutto il passo, rimontando un poco più alto:

« Li antichi ebbero opinione, che la città di Firenze fosse fondata, essendo .... Marte signore dell' ora; onde fu fatto padrone d'essa Marte, e al suo onore . . . fu fatta una statua di pietra . . . . . alla quale rendeano certa reverenza e onore idolatrio. E dicevano che ogni mutamento, ch'avesse la detta statua, sì l'avrebbe la cittade; onde caduto il ponte, sopra 'l quale era la statua (siccome cadde la notte del dì 4 di novembre nel 1333 anno prossimo passato) (e) la detta statua caduta nel detto fiume d'Arno, vi stette dentro per molti anni. Infra 'l qual tempo la città predetta ebbe più guerre . . . e in tutte fu perdente : in tanto che consiglio si tenne, che da mutare era luogo .... Un medico giovane raccontò ciò che avea udito .... di questa statua, e consigliò .... che fosse ritrovata e riposta in suo luogo .... : così fu fatto. La cosa andò poi prosperevole, d'onde l'opinione si rinnovellò ... che quando la statua avesse mutamento, che la città di Firenze l'abbia. »

I « molti anni » dunque, durante i quali la statua di Marte stette nell'Arno, non precedettero immediatamente l'epoca in cui scrisse l'anonimo comen-

tatore, ma si passarono fra la caduta del ponte e'l ben augurato consiglio pel quale il medico, quale altro Camillo, seppe ritenere gli abitanti di Firenze, già risoluti di emigrare. Seguirono poi degli altri tempi, ricchi pei fiorentini di prosperi successi: ed anche questi erano passati, quando fu scritto *l' Ottimo* comento, nel quale tante e tante disgrazie incontrate dal fiorentini si leggono riferite. Sembra inoltre che ognuna di queste tre epoche non sia stata limitata ad alcuni anni, ma che abbia compreso de' secoli. Ora, cosa diremo? Se tutte queste cose non accadettero che dopo il 1333, faremo forse seicentista l'anonimo comentatore? oppure, dubiteremo se, chi suppose quei « molti anni » posteriori al 1333 « abbia osservato l'altre parole che ivi appresso immediate si leggono? »

Se non isbaglio, non manchiamo di testimcni, che, appena esaminati, renderanno cosa fecile il decider la lite. Sentiamo prima la cronica di *Giovanni Villani*:

II, I. « L'idolo dello iddio Marti, ch'e' fiorentini levarono del tempio e puosono sopra una torre » (La città che nel Battista Cangiò 'l primo padrone, dice Dante), « allora cadde in Arno, e tanto vi stette quanto la città stette disfatta » (molti anni). « E così fu distrutta la nobile città di Firenze dal pessimo Totile a dì 28 di giugno negli anni di Cristo 450.»

III, I. « Certi gentili e nobili del contado di Firenze . . . . ordinarono di mandare a Roma ambasciadori . . a Carlo imperadore, e a papa Leone, e a' romani . . . pregandogli che si dovessono ricordare . . . di Firenze . . . acciocch'ella si rifaces-

se . . . . . La loro petizione (fu) accettata . . . E così cominciaro a rifare la città di Firenze . . . e ciò fu negli anni di Cristo 801 all'entrata del mese d'aprile ». (Quei cittadin, che poi la rifondarno Sovra'l cener che d'Attila rimase, dice Dante). « E dicesi che gli antichi » (il medico giovane) « aveano oppinione, che di rifarla non s'ebbe potere, se prima non fu ritrovata e tratta d'Arno l'imagine di marmo, consecrata per li primi edificatori pagani per nigromanzia a Marti, la quale era stata nel fiume d'Arno dalla distruzione di Firenze infino a quello tempo (Molti anni); e ritrovata la puosero in su uno piliere in su la riva del detto fiume, ov'è oggi il capo del ponte vecchio. « (In sul passo d' Arno Rimane ancor di lui alcuna vista, dice Dante) . . . « Volgarmente si dicea per gli antichi, che mutandola, convenìa che la città avesse grande mutazione ».

XI, I. « Negli anni di Cristo 1333 . . . il giovedì . . . a dì 4 di novembre l'Arno giunse sì grosso alla città di Firenze, ch'egli coperse tutto il piano di S. Salvi . . . Nell'ora del vespro . . . ruppe la pescaia d'Ognissanti . . . incontanente rovinò e cadde il ponte alla Carraia . . . E incontanente appresso . . . cadde il ponte da Santa Trinità . . . e poi il ponte vecchio. . . . E cadde in Arno la statua di Marte ch'era in sul pilastro a piè del detto ponte vecchio di qua. E nota di Marte, che gli antichi diceano e lasciarono in iscritto, che quando la statua di Marte cadesse o fosse mossa, la città di Firenze avrebbe gran pericolo e mutazione ».

Se mai si volesse dinegar fede al miglior cronista italiano, chiamiamo in suo aiuto messer *Giovanni da Certaldo*.

Comento a Dante XIII 144, ediz. *Moutier*, III 148, 49. « Lasciato da'cittadini divenuti cristiani l' error gentiligio, fu questa statua di Marte tratta del detto tempio, e . . . fatto sopra la coscia del ponte vecchio un pilastro, la vi poser suso . . . E in su quella torre dimorò insino al tempo che Attila disfece la città, e allora . . . questa statua cadde in Arno, e in quello dimorò tanto, quanto la città si penò a riedificare. Poi riedificata al tempo . . . di Carlo Magno, fu ripescata e ritrovata, ma non intera; perciocchè dalla cintola in su la immagine di Marte era rotta (» quella pietra scema Che guarda'l ponte, dice Dante) ... E così diminuita, dicono che fu posta . . . ad un pilastro in capo del ponte vecchio: del quale poi, essendo negli anni di Cristo 1333 » (Così correttamente l'edizione del 1724, mentrechè nella ristampa moderna si legge 1343) . . . » cresciuto « (questa voce manca nell'ediz. *Moutier*) » Arno . . . ne menò via il ponte vecchio, e il pilastro e la statua, la qual mai poi nè si trovò nè si ricercò ».

Somigliantissima è ancora la chiosa di *Benvenuto da Imola* nelle antichità del *Muratori* I. 1056.

Sono persuaso che anche senza questi passi paralelli, che sembrano terminar la controversia, V. S. avrà perfettamente inteso il vero senso delle parole dell'*Ottimo* comentatore: avrà veduto come, parlando della prima caduta del ponte vecchio, avvenuta al tempo di Attila, quell'antico autore abbia interrotto la sua narrazione, per frammettervi a guisa di parentesi brevissima menzione di un consimile, ma recentissimo fatto: e dall'istessa di lei casa, situata all'altra estremità del ponte, V. S. avrà determinato il

punto, dove elevarsi doveva la torre abbattuta da Attila, ed avrà riconosciuto il sito del pilastro, il quale, quando dopo tre secoli e mezzo quella statua equestre fu ripescata, le servì di piedistallo, sinchè dopo altri cinque secoli e quel che vi avanza, cadde un' altra volta per non ritrovarsi mai più. Convengasi dunque, che le parole dal sig. *Visconte de Batines* addotte in prova di una più recente data dell'*Ottimo* comento, da lui supposta, purchè siano intese bene, servono di fortissimo argomento all'opinione contraria, mostrando chiaramente che quel passo non possa essere scritto che nell'anno immediatamente successivo all'inondazione del 1333.

Non voglio però passar sotto silenzio, che un altro passo dell'istesso comento potrebbe far nascer il dubbio, se la prima caduta, mentovata dall'anonimo autore, non sia di una data assai posteriore. Nella chiosa sopra quell'altro verso della divina commedia, in cui Dante riparla della statua di Marte (Parad. XVI, 145), si leggono queste parole:

« E dice scema, però che rotta e corrosa per lo lungo stare che fece nell' acqua d' Arno, quando il ponte vecchio cadde, anni 1178 a dì 25 di novembre, e fu riposta per li circostanti di Semifonte ».

Di fatto sappiamo anche altronde, che intorno a quel tempo una grandissima piena dell' Arno fece cadere il ponte vecchio:

Ricordano Malespini, istoria fiorentina c. 80: « . . . questo fu di giugno anni di Cristo mille cento settanta sette . . . E questo medesimo anno per soperchio d'abbondanza d'acqua d'Arno cadde il pon-

te vecchio, che ancora fu segno di future avversitadi alla nostra città ».

Le stesse parole letteralmente ripetute si leggono anche nella cronica di *Giov. Villani* (V. 8).—A dirle schiettamente quel ch'io ne credo, m'immagino che nella chiosa del Paradiso l'antico comentatore riporti un fatto storico, e che illustrando i versi dell'Inferno, posti in bocca a chi « fè gibetto a se delle sue case, » si attenga alla tradizione popolare, riferitagli, per quel ch'e' ci dice, dall'Allighieri stesso. Sia però comunque si voglia, siansi passati i molti anni dal tempo di Attila sino a quello di Carlo Magno, oppure dal 1178 sino al giorno in cui gli circostanti di Semifonte ripescarono la pietra scema, sempre rimarrà cosa certissima ch' essi furono non posteriori, ma anteriori al 1333.

Passiamo adesso al secondo argomento del sig. *de Batines*, fondato sulla seguente chiosa al verso 100 del canto XIII del Purgatorio.

« Fia bisogno che li frati e li religiosi . . . comandino » (alle donne fiorentine) « che portino tali panni, ch' elle non mostrino per dileggiatezza le mammelle e'l petto. E così fu, che fu nel 1351, essendo vescovo un messer Agnolo Acciaioli ».

Potrei rispondere, che' l sig. visconte, avendo asseverato a c. 154, che le chiose al canto XIII del Purgatorio non appartengano alla « parte veramente originale del prefato comento », non sia più in diritto di tirarne degli argomenti relativi alla data dell'opera intera; ma mi pare che, anche credendo quelle chiose parto legittimo dell' anonimo interprete, si possa restar persuasi che l'*Ottimo* comento sia

composto prima del 1351. Egli è certissimo che' l codice laurenziano (XL, 19), dal quale il professore *Torri* tolse il testo da lui stampato, rappresenta assai infedelmente l' opera originale. Molte vi sono le lacune, non solamente di alcune parole, ma di chiose intiere (a cagion d'esempio: Purg. XXVIII, 115, 127, 134), e nel medesimo tempo non poche le altrui chiose posteriormente aggiunte (come al Purg. VII 61 67, XI 109 in f., XV, 87, XXII 130 in f.). Or sembra che con moltissima verisimiglianza si possa supporre che anche le ultime parole della sopradetta chiosa siano una tal giunta di mano più recente. L'istesso modo di dire (« E così fu che fu ») sembra assai più rozzo che quello dell'*Ottimo*. Inoltre le notizie dateci dall'anonimo si distinguono per la gran precisione de'fatti riportati: mentrechè, Angelo Acciaioli non avendo occupato la sedia vescovile di Firenze che sino al 1345 (*Visc. de Batines* l. c. p. 149, na. 37), vi è errore aperto nella chiosa che crediamo aggiunta. Sembra che' l vestire delle fiorentine sia stato indecentissimo nel trecento, come a tacere di più altre prove si rileva da quanto 'l *Boccaccio* assai pateticamente dice contro il costume degli uomini del suo tempo (Comento a Dante, Alleg. del canto V, ed. *Moutier* II, 72, sq.). Un tale scandalo avrà provocato più volte delle censure ecclesiastiche, e vi è ogni ragione di credere, che la profezia contenuta nel preallegato passo del Purgatorio, come le altre profezie della div. com., si riferisca ad un fatto già accaduto quando scriveva il poeta. Rammenta il *Villani* (IX, 245) che gli arbitri eletti nel mese d'aprile 1324, « feciono molti

capitoli e forti ordini contra i disordinati ornamenti delle donne di Firenze ». Altre leggi ed altri interdetti, dei quali ci mancano i ricordi, saranno stati emanati. Nulla dunque di più naturale che di veder un possessore del libro di Dante aggiungere alla chiosa sopra quel verso profetico la menzione di un consimile decreto di data recente.

Sarebbe da esaminarsi ancora se gli argomenti, sull'autorità de'quali l'*Ottimo* comento fu giudicato composto nel 1334, siano o non siano refutati dal sig. *visconte de Batines*. Non trovo però ch'egli ne alleghi più di uno solo (quello riportato di sopra sotto il no. 5), ed anche questo non mi sembra confutato, ma tutto al più infievolito. Dice il dotto francese (a c. 149), « questo passo non esser bene interpunto dall'editore dell'*Ottimo*, e doversi locar meglio la virgola dopo la parola al presente, sinchè il senso e la lezione sia: Ugo di Valsamano al presente generale dell'ordine sanfrancescano, eletto nel 1333 ». Correggo di passaggio l'errore, per cui in vece di s. *Domenico* fu scritto *s. Francesco*, e rimetto nell'arbitrio de'dotti connazionali dell' *Ottimo* di decidere se un parlare ellittico, come quello supposto dal sig. *de Batines*, corrisponda al genio della lingua italiana; in ogni caso però è cosa evidente, che se la detta chiosa talmente interpretata non importa più la necessità di supporla scritta nel 1333, o subito dopo, egli resta pure incontrastabile ch'ella non possa esser composta dopo la morte del Valsamano, cioè che sia anteriore non solamente al 1351, ma puranche al 1341 (*De Batines* l. c. na. 38).

Se V. S. conviene meco, che sinora non si sia

veduto argomento alcuno, per cui l'*Ottimo* comento dovesse dirsi composto dopo il 1334, non rimane da esaminarsi che la quistione, se mai l' autore del comento sul Paradiso sia differente da quello delle chiose sopra l'inferno e'l purgatorio. Dice a questo riguardo il sig. *de Batines* a c. 149: « Dimostrerò più innanzi colla sottoscrittura di due codici, che il comento del Paradiso è compilazione di diversi comenti e fatta inoltre da tutt' altro autore, « ed a c. 154: » Quanto al comento al Paradiso, egli è ad evidenza d'autore diverso; e ciò che concorre a provarlo non è unicamente il numero . . . dei codici che lui solo contengono, ma inoltre la soscrittura seguente, colla quale si chiude il comento nel codice magliabecchiano del sec. XIV in f., scritto in carta velina (codd. di s. Marco, no. 121):

« Finiscono le glose accolte et compilate per A. L. N. F. sopra la commedia di Dante alleghieri fiorentino in laude di Cristo, amen ».

E soscrittura interamente simile sta appiè del codice vaticano no. 4776, della fine del sec. XIV, in f. e su carta velina (9) ».

(9) Corrisponde a questa notizia sopra'l codice vaticano anche quella che alcuni anni sono mi pervenne da Roma. Sembra però che il codice sia membranaceo e non cartaceo. La soscrizione è materialmente compagna di quella del cod. magliabecchiano, e non differisce che in cose senza rilievo:

« Finite le chiose accolte e compilate per A. L. N. F. sopra la commedia di Dante Alleghieri della cittade di Firence. Ad honore et laude di Cristo, amen ».

Alcune postille interlineari in lingua spagnuola, per quanto sembra dell'istesso amanuense del codice, fanno credere, che spagnuolo sia stato ovvero il copista, oppure il primo possessore del libro.

L'asserzione del sig. *de Batines*, che il comento del Paradiso sia compilazione di diversi comenti, sembra dunque unicamente fondata sulle parole « accolte e compilate », che nella soscrizione dei due codici si leggono. Credo però che questi termini non siano che un modo di parlare più modesto invece di dire « composte e scritte », e me lo provano gli esempi recati dalla crusca alla voce « compilare ». Vedemmo per altro, che anche il comento sopra l'inferno, l'autenticità del quale è fuori di dubbio, non è a tal segno primitivo, che ogni chiosa sia proprio parto dell'ingegno di chi scrisse *l' Ottimo* comento; anzi indicai già sopra, qual'uso l'anonimo interprete abbia fatto del comento di *Iacopo della Lana*, e si sa d'altronde ch'egli profittò pur anche delle chiose di *Graziolo de'Bambagioli* e di *Accorso Bonfantini*. Se dunque insister si dovesse sulle parole « accolte e compilate », intendendole al modo del sig. *de Batines*, si potrebbe dire con ogni ragione, anche'l comento dell'inferno esser una compilazione di diversi comenti. Ora esaminando con attenzione le chiose dell'*Ottimo* sopra il Paradiso, credo di riconoscervi l'istessa mano e'l medesimo modo di procedere come nel comento sulla prima cantica. Anche quì'l lavoro del *Laneo* serve come di base: anche quì le chiose da lui tolte sono in parte abbreviate, in parte corrette da uno scrittore più intendente della storia e degli autori classici latini: anche quì si ritrova, tanto nella prefazione del codice veneto di san Marco, quanto nelle chiose, la data del 1334, che ricorre nelle tre parti principali dell'opera. Non vedo dun-

que perchè il comento sul Paradiso ad altro autore attribuir si debba.

Ottimamente però, seguitando le pedate del *Mehus* osserva il sig. *visconte* a c. 154, che supponendo le lettere ricorrenti nei due codici dell' epilogo riferito di sopra, essere le inizial i del nome dell' autore, esse non senza probabilità si possano intepretare:

Andrea Lancia Notar Fiorentino.

Mi sembra bellissima questa congettura, e credo che se ne debba molta lode al dotto francese; ma non vedo perchè, se pel comento al Paradiso si è scoperto il nome dell'autore, le chiose sopra le altre due cantiche debbano rimanersene senza. Già prima di conoscere la scoperta del sig. *de Batines*, giudicai erronea l' opinione che l' anonimo comentatore sia stato religioso. Ecco la chiosa, sulla quale il *Torri* cercò di appoggiarla:

Purg. XXVI 97. « Dicesi padre per generazione, siccome Abraam fu padre d' Isaac; padre per etade, come noi diciamo li santi padri; padre per professione, siccome quì è l'abate padre de'monaci ».

Crede il *Torri*, che questo « quì » si riferisca al monastero, in cui scriveva il chiosatore; ma mi sembra che l'andamento del pensiero sia questo: Diciamo padri anche quelli che non lo sono per generazione, come i santi padri, già da tanti secoli passati a vita migliore; ma anche quì, in questa vita, diciamo padri gli abati. Le molte ed accurate citazioni del corpo di diritto romano, che in tutte le parti dell'opera si ritrovano, già da molto tempo mi fecero credere, che giurisconsulto sia stato l'autore dell'*Ottimo* comento (purg. VIII 70, XIII 106, XIX

133, Parad. VI, 10). Se poi, per asserire ch'ei sia stato toscano, non bastasse la purità della sua lingua, credo che ne abbiamo una prova più positiva nella chiosa seguente:

Purg. XIII. 112. « Oh quante volte in questa provincia di Toscana cotali prieghi sono stati fatti per mali cittadini, perocchè non hanno lo stato che elli vorrebbono » !

Tutto dunque concorre a farci credere che *Andrea Lancia notaro fiorentino* vivente nel trecento (« ineunte saeculo XIV, » dice *Mehus* vita Ambr. Camald p. 183), del quale ci pervennero molte traduzioni di poeti e di prosatori latini, sia quel giurisconsulto toscano, tanto ben versato nella classica letteratura, che nel 1434 compose *l' Ottimo* comento (1).

V. S. accolga graziosamente queste piccole osservazioni, e mi creda per sempre, il di lei

devotissimo ed affezionatissimo servitore
Carlo Witte,
professore di leggi

(1) Mi prevalgo del piccolo spazio, appiè di questa facciata rimasto, per rivendicar ad un illustre defunto la bella emendazione proposta dal sig. *Lelio Arbib* in un altro articolo degli studi inediti (face. 161-66). Il *marchese Gian Giacomo Trivulzio,* dopo quindici anni che ora manca ai vivi, non meno caldamente che al giorno della sua morte dai cuori gentili compianto, mi dimostrò già molti anni sono, che nel penultimo verso della quarta strofa della prima fra le canzoni della *vita nuova* sia da leggersi:

» Voi le vedete Amor pinto nel riso. »

Rendendone poi il merito a chi si doveva, pubblicai questa emendazione nel mio comento sopra le poesie liriche di Dante (*Dante Alighieri's* lyrische Gedichte. Lipsia 1842, vol. II, f. 24).

POSCRITTA

Quando sul principio del mese decorso, appena ristabilito da fierissima malattia, risalutai per pochissimi giorni la dolce italica terra, sua eccellenza il sig. *marchese Giorgio Teodoro Trivulzio*, con quella liberalità che nell'illustre di lui famiglia è ereditaria, mi favorì una copia della « Bibliografia dantesca » del sig. *visconte Colomb de Batines*. Quantunque il tempo avanzatomi dagli affari, da cui rimpatriato dopo lunga ed involontaria oziosità mi vidi quasi oppresso, non abbia potuto essere che poco, pure mi è pienamente bastato, per farmi ammirar le laboriose ricerche e la somma diligenza di quell' indefesso dantofilo, e per rendermi gratissima un'opera da tanti anni universalmente desiderata.

Vedo che la scelta di lei libreria dantesca, ricca di tanti oggetti preziosi e rari, abbia somministrato al sig. *de Batines* non poche belle notizie: e credo un dovere d' ogni ricoglitore, di contribuire per quanto può al compimento di un lavoro così insigne, come quello del dotto di lei amico. Suppongo percio che forse le possa essere cosa non discara, s'io le copio alcune osservazioncelle, che passando in rivista la piccola mia raccolta, e limitandomi per ora al solo catalogo delle edizioni della divina Commedia, notai sui margini dell' opera del sig. *de Batines*. Se V. S. poi dovesse giudicare, che in maggior parte esse non siano che delle minuzie, la prego di riflettere, che in fatto di bibliografia anche le minuzie sono essenziali.

Alcuni supplementi alla bibliografia dantesca del sig. visconte Colomb de Batines.
(Parte prima §. I. Serie delle edizioni della divina commedia.)

F. 24, lin. 3 1477.
Venezia. Vendelino da Spira.

Il numero dei versi non è uniforme ad ogni colonna. Poche ne arrivano a 49 versi; la maggior parte varia fra 46 e 48.

Lin. 7, 8. Gli spazi lasciati in bianco non dovevano esser riempiti da miniature, ma bensì dalle figure geometriche, alle quali si riferisce il comento, e che si trovano in non pochi codici manoscritti del Laneo.

F. 25, lin. 6. La protesta del comentatore non si legge dopo la sottoscrizione, ma la precede, come parimenti le va innanzi il *credo* del comentator bolognese.

F. 26, lin. 15. L' ultimo verso della seconda quartina dice:

« per cui il texto a noi è intellectivo ».

Lin. 24. Non trovo veramente che'l testo della vendeliniana sia più scorretto di quello della maggior parte delle altre edizioni stampate nel quattrocento. Egli è però vero, che'l settimo canto dell'inferno è mancante della sesta terzina.

F. 28, lin. 16. Non conosco appresso i *vocabolaristi* che pochissime citazioni dell' « *Ottimo comento* » che al *Laneo* si debbono riferire (come a cagion d'esempio alle voci « *acciaiuolo* » e « *cancelliere* »).

Anche i *deputati* addussero alcuni pochi passi come provenienti dal « *buon comentatore* », che appartengono a *Iacopo della Lana* (a c. 16, 86 e 116 dell' edizione originale. Inf. XX, 116; Purg. XXX, 43; Inf. XIX, 5). Il *Salviati* poi confonde assolutamente i due comenti (Avvertimenti della lingua. Ediz. del 1584, I. 114-16). Non vedo però che in alcuna di queste opere sia fatto uso dell'edizione vendeliniana; anzi la sola stampa nominata dal Salviati è quella del Nidobeato.

1491.

Venezia. Pietro Cremonese.

F. 54, lin. 22. Le incisioni sono quadrate, di 3 pollici parigini. Alcune sono più piccole di una mezza linea o poco più.

F. 55, lin. 10. Quantunque la numerazione non oltrepassi il 14, sono veramente 17 canzoni, essendo che ciascuno dei numeri 8, 10, 14 ne comprende due.

Lin. 18. La terzina omessa è la decima nona. In contracambio i versi 24-28 del Purg. c. XXV sono stampati due volte.

1502.

Venezia. Aldo.

F. 60. Inf. Non vedo per qual ragione il sig. *de Batines* dica, che'l *Volpi* nell' edizione *cominiana* abbia adottato il testo *aldino*, essendosi sempre creduto, che questa stampa riproduca il testo degli *accademici*, purgandolo solamente dalle mende dell'edizione del *Manzani*. Lo stesso *Volpi* dice nella sua prefazione a'lettori: « Abbiamo scelto il testo fatto imprimere dagli accademici della crusca fin l'anno 1595,

in Fiorenza presso *Domenico Manzani* » ; e più avanti: « Gli altri testi stampati presso che tutti, anche *l'aldino* a proporzione, . . . sono difettuosi, sparsi di grossi errori di stampa e di cattive lezioni, rozzi in quanto all'ortografia, e in somma da non potersene valere senza pericolo d'abbaglio ». Che poi il *Volpi* abbia corrisposto col fatto a queste sue promesse, lo prova ogni più piccolo confronto.

In un mio articolo, pubblicato negli annali di letteratura, che si stampano a Berlino (1838, col. 638-40), ho cercato d'indicare i codici, dai quali il *Bembo* abbia potuto attingere il testo seguito nell' edizione aldina.

1506.

Firenze. Giunta.

F. 65, lin. 15. Sono due i dialoghi di *Girolamo Benivieni*; l'uno composto a norma dei propri detti di *Antonio Manetti*, che ne forma l'interlocutore principale: l'altro (che principia a c. 393) aggiuntovi dal *Benivieni* per supplimento ai lavori del *Manetti* interrotti dalla di lui morte. Le figure, che illustrano questi dialoghi, sono sette, e non sei.

Il testo dell'edizione *giuntina* differisce assai da quello dell' *aldina*. Sembra però che il *Giunta* si sia limitato a ricorreggere quest'ultimo sull' autorità di buoni codici, senza seguirne uno a preferenza, e senza formarsi un testo tutto nuovo.

Senza data.

Alessandro Paganino.

Fog. 67, lin. 8. Il mio esemplare non ha che quattro incisioni in legno : vale a dire il sito e la

forma dell'inferno, e gli alberi dei peccatori per l' inferno e per il purgatorio. Lo spaccato dell' inferno somiglia moltissimo a quello della seconda *aldina*: ma è meno nitido, e manca di alcuni nomi e misure che in quello si trovano.

Si suppone universalmente, che questa stampa dei *Benacensi* sia contraffazione della prima aldina: ma degli accurati e ripetuti esami mi hanno pienamente convinto, che'l *Paganino* abbia letteralmente copiato l'edizione del 1515, colla quale il di lui testo consuona dapertutto, dove le due aldine differiscono fra di loro. Si cessi dunque di assegnare a questa stampa la data del 1506, e le se ne dia una posteriore al mese di agosto 1515.

1507.

Venezia. Bart. de Zanne.

F. 68, inf. Alla fine della commedia, oltre al *Credo*, si leggono anche il *Pater* e *l'Ave* attribuiti a Dante. L'ultima carta, che è bianca nel verso, è veramente numerata, e porta il numero CCXCVIII.

È giustissima l'osservazione del sig. *de Batines* che le stampe accompagnate del comento *landiniano*, ma posteriori alla prima *aldina*, contengono quasi tutte il testo di questa, assai di spesso differentissimo da quello adottato dal *Landino*. Sbaglio però il sig. *visconte* applicando un tal rimprovero all' edizione del *Zanne*, unica, per quel ch'io sappia, fra quelle del cinquecento a riprodurre il testo *landiniano*, o più precisamente quello dell'edizione di *Pietro Cremonese*.

1515.

Venezia. Aldo.

F. 71, lin. 19. Trovo qualche piccola differenza fra'l mio esemplare e quelli descritti dal chiarissimo autore. La soscrizione della mia copia è tale :

« Impressi in Vinegia nelle case d'Aldo (*) d' » Andrea di Asola suo suocero nell'anno M. D. XV. » del mese di agosto ».

Quanto poi a f. 72, lin. 2, si attribuisce al verso della terza carta, sta sul retto del mio esemplare, e viceversa.

1520.

Venezia. Stagnino.

F. 78, lin. 17. Manca la parola « novamente » da inserirsi fra « diligentia » e « in littera ».

Ivi, in f. L'ultima carta è segnata 441, ma dovrebbe dire 440, essendo saltato il 439.

Il testo di questa edizione è quello della prima aldina.

1544.

Venezia. Marcolini, col com. del Vellutello.

F. 83, lin. 10, 11. Le figure occupano sempre tutta la larghezza, e sono inserite a quel luogo del testo, al quale si riferiscono: dimodochè non istanno che di rado al principio dei canti.

L'ortografia è tutta rimodernata a confronto delle edizioni *aldine*: e molte buone varianti, attinte ad autorevoli codici, si vedono introdotte nel testo.

(*) Altri esempl. da me veduti hanno veramente : « Impresso in V. n. C. d'Aldo ec. »

1551, 52.

Lione, Rovillio.

F. 86, 87. Dei due esemplari miei, l'uno porta la data del 1551, l'altro quella del 1552. Per il resto il frontispizio è perfettamente identico, cioè conforme a quello riferito dal sig. *de Batines* a facc. 87. Dei reiterati confronti mi hanno provato, che con tutta ragione asserisca *Apostolo Zeno* (Annotaz. alla bibliot. dell'eloquenza ital. di monsig. *Giusto Fontanini* I, 299, nota 1) le copie con data diversa non appartenere che ad una sola edizione. Non solamente i più manifesti errori tipografici ricorrono senza mai esser corretti (come a f. 6 « e chiarezza » invece di « e chiar »: a f. 9 « Capaldino » per « Campaldino »: a f. 231 « SEGGA » in luogo di SECCA »): ma puranche le lettere mal riuscite e mozze negli esemplari colla data del 1551, hanno la stessa stroppiatura nelle copie, che sul frontispizio portano il 1552 (Così, per esempio, l' *l* nella parola « picciol » a f. 6).

Per quanto al testo, le edizioni rovilliane riproducono quello della seconda aldina.

1564.

Venezia. Sessa.

F. 92, lin. 1, 2. Le figure incise in legno sono identiche con quelle della ediz. del 1544.

Ivi, lin. 7. Il proemio alla repubblica fiorentina è quello del *Landino*.

Il testo è copiato dall' aldina, e raramente corretto sulle indicazioni del comento del Vellutello.

1568.

Venezia. Fino, col com. del Daniello.

Facc. 93, lin. 21. Nel mio esemplare lo stemma dello stampatore non si trova sull' ultima delle carte preliminari, ma bensì sull'ultima dell'opera.

Anche il *Daniello* prese per fondamento del suo testo quello dell' aldina, introducendovi però gran numero di notabili correzioni.

1569.

Venezia. Farri.

F. 95, lin. 9. Il sonetto attribuito al *Boccaccio* è quello stesso, stampato da *Vindelino da Spira*, e riferito dal chiar. autore a f. 25.

Quantunque ci dica il *Dolce* della diligenza colla quale, sulla fede di « un esemplare trascritto dal proprio scritto di mano del figliuolo di Dante » (vedi sopra a f. 91), egli abbia emendato il testo, le sue edizioni non sono che ristampe delle *aldine* coll'ortografia rimodernata un poco, e con qualche rarissimo esempio di lezione variata.

1571.

Lione. Rovillio.

F. 95, lin. 16. Il frontispizio è questo: « Dante con nuove, et vtili ispositioni. Aggiuntoui di più una tauola di tutti i vocaboli più degni d'osseruatione, che à i luoghi loro sono dichiarati. In *Lione*, appresso *Guglielmo Rouillio* 1571. 627 facce numerate, e 12 non num. »

È mera ripetizione dell'ediz. del 1551, meno il privilegio che non è ristampato.

1572.

Firenze. Sermartelli, col com. del Buonanni.

F. 96, lin. 6. Si aggiungano alla fine altre 5 facc. non numerate che contengono l'indice.

Non essendomi riuscito sinora di procurarmi l'opera del sig. *Bernardoni*, che forse renderà inutile la mia osservazione, aggiungo che, oltre alle stravaganze dell' ortografia, adottata dal *Buonanni*, anche le varianti da lui introdotte nel testo, quantunque fondate sull'autorità di codici, se se ne eccettuino alcune poche, non sono tali da soddisfare una sana critica.

1595.

Firenze. Manzani, ediz. degli accademici.

F. 99, lin. 7. Oltre ai 52 testi di ragione privata, Bastiano de'Rossi cita « intorno a quaranta » codici della libreria di s. Lorenzo.

Ivi, lin. 14. Il foglio *Nn* non è quaderno, ma mezzo foglio. Non occorrerà poi di osservare che alla dedicatoria (lin. 22) l'anno 1495 non abbia potuto essere assegnato che per mero errore tipografico.

Nell'articolo degli annali di Berlino, già di sopra citato col. 643-48, ho cercato di rintracciar il metodo seguito dagli accademici per la correzione del testo.

1629.

Padova. Pasquardi.

F. 102, lin. 15. Le prime carte sono comprese nella numerazione, di modo che la prima facciata del poema è contata per quinta.

Ivi, lin. 19. L'edizione del *Pasquardi* corrisponde facciata per facciata all'

1629.

Venezia. Misserini.

Ivi. Tutte tre le edizioni del seicento riproducono il testo del *Dolce*.

1716.

Napoli. Laino.

F. 103, lin. 25. Non sono che 570 facciate.

F. 104, lin. 6. Le annotazioni sono prese dalle stampe rovilliane.

1726.

Padova. Comino.

F. 104, lin. 24. Il secondo volume ha 557 facc.

Ivi, lin. ult. F. 105, lin. 1, 2. Il ritratto di Dante, dipinto da *Bernardino* India, si conservava nel museo di *Daniele* Lisca. Le carte, non le facce, preliminari sono in numero di 16.

1749.

Verona. Berno.

F. 109, lin. 8, 9. L'autore del comento (padre *Pompeo Venturi*) non è nominato sul frontispizio. Le facciate del primo volume sono LXII e 336.

Ivi, lin. 15. Il ritratto di Dante sembra tirato dall'istesso rame, che servì per l'edizione cominiana.

Ivi, lin. 22. L'articolo (sopra Dante e i suoi posteri) tratto dagli « Scrittori veronesi » è di *Scipione Maffei*.

1752.

Bergamo. Lancellotti.

F. 111 in f. Sono facciate 640. – Non vedo per altro che 'l *Serrassi* abbia riveduto il testo sopra il codice *Albani*; anzi egli asserisce nella dedicatoria di

non essersi « voluto scostar pur un punto » dalla lezione cominiana, e vi aggiunge « benchè l'avessi potuto fare – con la scorta » del suddetto codice.

Fra le appendici, non menzionate dal sig. *de Batìnes*, le due tavole « de'vocaboli più oscuri usati da Dante » e « de' nomi propri e cose contenute nell'opera » sono prese dalle edizioni procurate dal *Dolce*. Afferma però il *Serrassi* di aver fatto delle aggiunte notabili alla prima di esse. Il « Rimario di tutte le desinenze », che occupa l'ultimo luogo, fu dal medesimo Serassi compilato di nuovo.

1755.

Lipsia. Heinsio.

F. 112. La Divina Comedia di Dante Alighieri dell'Inferno, poemetto morale e filosofico; colle annotazioni distinte, ch'esplicano chiaramente il testo. Da *Nicolo Ciangulo* poeta cesareo, e lettor pubblico italiano. Lipsia, appresso *Giov. Samuel Heinsio* heredi, 1755. I vol. in 8, di 256 facc.

È la prima edizione, stampata in Germania, dedicata al conte *Holzendorf* ed al sig. *de Globig*. Sul principio il Ciangulo non ne avea pubblicato, che i primi quattro canti; poco dopo però vi aggiunse il rimanente dell'inf. La stampa è piuttosto bella per quel secolo, ma poco corretta. Il testo è quello degli accademici. Le note sembrano propria fatica del Ciangulo, fatta sulle pedate del Venturi.

1760.

Venezia, Zatta.

F. 114, lin. 20. La Divina Commedia di Dante

Alighieri, edizione corretta, illustrata ed accresciuta, siccome dalla seguente prefazione apparisce. *Venezia, Zatta*, 1760. 3 vol. in 8 di XXX e 414; VIII e 423; VIII, 470 e 120 facciate

Le ultime 120 facc. del terzo volume contengono le « Osservazioni di *Filippo Rosa Morando* » e le tre dissertazioni del padre *Gian Lorenzo Berti*, agostiniano « Della dottrina teologica, contenuta nella Divina Comedia. »

Il testo delle edizioni del Zatta è quello degli accademici.

1768.

Parigi. Prault.

F. 115. Il primo volume comprende, oltre alle 192 facciate preliminari, l'Inferno in 212 facc. Il secondo volume (Purgatorio e Paradiso) è di 432 f.

Gli editori seguirono il testo della crusca.

1784.

Norimberga. Schneider.

F. 118. L'inferno della Divina Commedia di Dante Alighieri, tratto da quella che pubblicarono gli accademici della crusca l'anno MDXCV. Col comento del M. R. P. Pompeo Venturi della compagnia di Gesù. *Norimbergo*. Presso *Adamo Theofilo Schneider*, 1784. 8, di 302 facc.

Le 22 f. preliminari contengono un « Avviso agli studiosi della lingua toscana », la prefazione del padre *Venturi*, e la vita di Dante di *Leonardo Bruni*. L'avviso non parla che dell'inferno solo, e sembra che l'editore vi si sia limitato.

1787.

Parigi. Iacob.

F. 118, in f. Ogni volume ha'l suo frontispizio separato (« Inferno, poema di Dante » ec.), senza che ve ne sia uno comune a tutta l'opera.

Il numero delle facciate è di 236, 236 e 233.

Il testo degli accademici, riprodotto in questa edizione, vi è sfigurato di ben molti errori tipografici.

1788.

Berlino. Lange.

F. 118 in. f. La Divina Commedia di Dante Alighieri. Edizione di *Giuseppe de'Valenti*. Berlino e Stralsunda, presso Amadeo Augusto Lange, 1788. 8. VIII e 462 facc. ed una carta di Errata-corrige.

Le 8. facc. preliminari contengono la « Vita e costumi di Dante Alighieri, e diverse notizie sopra di esso e le sue opere », meschinissimo lavoro dell'editore. Anche gli argomenti sembrano da lui composti.

Il testo è quello della crusca.

Ignoro se le due altre edizioni del *Valenti* (Berl. e Strals. 1797, 1799-1804) esistino come tali, o se forse non abbiano che'l solo frontispizio cambiato.

1804.

Milano. Tipografia dei classici.

F. 125, lin. 5. Il primo volume è di LXVII e 336, il secondo di LI e 441 facc.

Ivi, lin. 20, 21. In un canto, da me confrontato per saggio, non ho trovato che quattro vere *varianti* della nidobeatina (lasciando fuori di conto le

sole differenze di ortografia) adottate dal padre *Lombardi*; mentrechè in quell'istesso canto il *Portirelli*, oltre a queste, ne ha introdotto nel suo testo non meno di quattordici altre. Contuttociò rimangono ancora ben molte buone lezioni della nidobeatina, trascurate dall'uno e dall'altro di questi editori.

1804.

Penig. Dienemann.

F. 127, lin. 10. Il terzo volume è di 236 facc.

Ivi, lin. 13. Mi sembra cosa più che dubbia, che'l *Fernow* abbia avuto cura di questa edizione.

Ivi, lin. 18. È verissimo che « Gli editori » dicono nella prefazione a f. XVII, di aver « esattamente riscontrato » l'edizione romana con quella del Zatta; sbaglierebbe però chi credesse che questi riscontri abbiano servito ad introdurne delle correzioni nel testo. Gli editori, assicurando di aver fedelmente copiata la stampa veneta, e di esservisi attenuti anche nell'ortografia, promettono di dare in un quarto volume, che tuttora si sta aspettando, tutte le varianti delle due edizioni, e di aggiungervi un compendio delle note storiche del comento Lombardi, omettendone le chiose filologiche.

1804.

Penig, Dienemann.

F. 127, in f. Le due edizioni dell'istesso tipografo, citate dal sig. *de Batines*, non sono veramente che una sola con variata disposizione delle colonne.

Non solamente la disposizione delle colonne è variata, ma la stampa, quantunque copia fedele dell'

edizione in quarto, è di un carattere più minuto. Il numero delle facciate è di XIV, 267, 265 e 265.

È verissimo per altro, che l' edizione del 1843 (Breslavia. Schletter) sia identica con quella del 1804.

Gli esemplari non venduti di questa edizione, fatta con qualche lusso, passarono più volte in altre mani, e suppongo che una stampa, annunziata colla data di *Breslavia* 1843, sia di quell' istessa provenienza.

1807.

Livorno. Masi.

F. 128. Adottò il *Poggiali*, come lo dice il frontispizio, il testo degli accademici, riformandone però in alcuni punti l'ortografia, e rendendola in qualche modo più somigliante all'uso del secolo di Dante.

1807.

Gotha. Steudel e Keil.

F. 129. Il frontispizio è questo:

« La Divina Commedia di Dante Alighieri. Edizione di *Giov. Giorgio Keil.* Cantica I. *Gotha*, appr. *Steudel e Keil* 1807, di 236 facc. »

Forma il duodecimo volume della bibl. ital. del *Keil.*

A giudicar da quanto riferisce il sig. *de Batines*, vi sono degli esemplari che portano un'altra firma di libraio, essendosi vendute, in quanto sembra, le copie non ispacciate dal primo editore.

Ignoro, se le altre due cantiche siano o non siano pubblicate.

Il testo è quello della crusca, con gli argomenti del *Gozzi.*

1807.

Iena. Frommann.

F. 130. « La Divina Commedia di Dante Alighieri » ec.

I tre volumi sono di XLII e 324; XVI e 348; XXII e 352 facc.

1809.

Milano. Mussi.

F. 133, lin: 29. Le facciate sono in numero di XIV e 623.

Ivi, lin. 30, 31. Le varianti non si riferiscono che all'Inferno ed al Purgatorio, le due sole cantiche contenute nel codice, che fu del *Bossi* (Vedi a f. 132 l. 22). Il testo è quello della crusca.

1810.

Brescia. Bettoni.

F. 134, lin. 12. Il primo volume di LIII e 487 facc. abbraccia l'Inferno e 'l Purgatorio. Le prime 245 facc. del secondo volume contengono il Paradiso. L' aggiunta critica del *Dionisi* comprende le facc. 247 a 335. Le rime di Dante formano il rimanente del volume.

1810.

Roma. De Romanis.

F. 135, lin. 4. La Divina Commedia è preceduta dalla vita di Dante del *Serassi*.

1811.

Venezia. Vitarelli.

F. 135, lin. 14. Il primo volume (di VII, XXVII e 613 facc.), nel quale sono contenute tutte le tre

cantiche non ha per frontispizio che le parole: « La Divina Commedia di Dante Alighieri. Edizione formata sopra quella di Comino del 1727 ». Il resto del titolo, riportato dal sig. *de Batines*, forma il frontispizio del secondo volume. Il mio esemplare di questo (II e 539 facc.) porta la data di « Venezia, 1819. *Molinari* ». Sembra però fuori di dubbio, ch' esso faccia parte della ripetizione della stampa vitarelliana, citata a f. 145 in f.

1815-17.

Roma. De Romanis.

F. 139, lin. 35. L' « Esame della Divina Commedia di Dante » del degnissimo *cav. Gius. di Cesare*, pubblicato (a Napoli ?) nel 1807, in 4 picc., è composto di tre discorsi, l'ultimo de'quali (« Tratti filosofici della Divina Commedia ») fu omesso a gran torto, tanto dal *De Romanis*, quanto dagli editori padovani. Vedi più sotto a c. 155, lin. 35.

1816.

Avignone. Seguin.

F. 140 in f. I tre volumi sono di XII e 287; 287 e 311 facc.

Il testo è quello della crusca. Un gran numero di contrassegni, ideati dall' editore per facilitar la pronunzia, rende questa stampa dispiacevolissima all'occhio.

Ogni cantica è preceduta di ben lunghi argomenti. Appiè di pagina si trovano delle brevissime note, estratte, per quanto si dice nella prefazione, dai comenti di *Landino*, *Vellutello*, *Volpi* e *Venturi*.

1817.

Firenze. Ancora.

F. 142, lin. 6. Sono incerto se l'articolo sull' « Allegoria della Divina Commedia » possa esser lavoro dell'illustre conte *Marchetti*, al quale non vedo che gli editori lo attribuiscano.

(Ivi, lin. 9). Certissima cosa mi sembra invece, che le annotazioni non contengono nè poco, nè molto del comento di *Iacopo della Lana*, ma bensì dei ricchi estratti dell'*Ottimo* comento (*).

1818.

Parigi. Dondey Dupré (col com. del Biagioli.)

F. 143 in f. I tre volumi sono di XLIV e 634; XVI e 574; XV e 583 facc.

Il mio esemplare non ha ritratto di Dante.

Il testo adottato dal *Biagioli* è quello degli accademici.

1819.

Londra. Zotti.

F: 148, lin. 4. Questa seconda edizione del *Zotti* è mancante della dissertazione del *Merian*, e delle *Rime* di Dante non vi si trovano che due canzoni della Vita nuova (**).

1820.

Roveta. Fantoni.

F. 148, lin. 7. Il frontispizio dice: « La Divina

(*) Queste picciolissime osservazioni non si riferiscono veramente alla magnifica edizione dell'Ancora, da me non posseduta, ma alla ristampa fattane cinque anni dopo dal *Vannini* a *Prato*. Vedi più sotto a f. 156.

(**) Do questa notizia sulla fede di un ricordo, molti anni sono, da me preso.

Commedia di Dante Alighieri, manoscritta da Boccaccio » ec., e non vi trovo la data del 1823.

1820.

Roma. De Romanis.

F. 150, lin. 5. I tre volumi sono di LXXXIV e 474; IV e 494; IV, 492 e XXI facc.

F. 151, lin. 2. I tre volumi sono di XXXVII 704, 628 e 620 facc. I due ultimi portano la data del 1821.

Sembra certissimo per altro, che l'edizione del 1819, citata dal sig. *de Batines* a f. 145 lin. 1, non esiste.

1820.

Parigi. Lefèvre.

Facc. 151, lin. 15. Il numero delle facc. è di XVI e 239, 230 e 239; le 11, 10 e 7 ultime delle quali contengono delle « Osservazioni » sopra le tre cantiche. « Note non vi sono.

Il testo è quello del padre *Lombardi*.

1821.

Firenze. Pallade.

F. 152, lin. 27. Il ritratto di Dante non è copiato da quello del *Morghen*, ma l' incisione dello *Scoti* fu diretta dal di lui maestro *Morghen*.

Le note sono prese dalla sola edizione romana del 1810 e non da quella dell'*Ancora*.

1822.

Padova. Minerva.

F. 153, lin. 9. Il primo volume è di XXXV e 747, il quarto di IV e 430 facc.

F. 154, lin. 23. Il mio esemplare non ha ritratto di Dante.

F. 156. Promisero gli editori di dare nel volume degli appendici le varianti dei codici *romani* pei primi XII canti, e quelli del codice *antaldino* pei primi XIX canti del Paradiso, omesse nel terzo volume; sembra però che non se ne siano più ricordati.

1822.

Prato. Vannini.

F. 156, lin. 29. Le annotazioni, poste alla fine, non già de' volumi, ma dei singoli canti, sono identiche con quelle del quarto volume dell'edizione dell'*Ancora*, cioè sono estratte dai comenti dell'*Ottimo*, di *Pietro di Dante*, di *Francesco da Buti*, e del falso *Boccaccio*, e dalle postille del *Lamî* e del *Gori*. Avendo però gli editori dell'Ancora riferita qualche rarissima volta tale o tal altra osservazione di un comentatore più recente, il *Vannini*, per toglier la taccia di rancidume, data al lavoro da lui ristampato, potè dire, nel breve suo avviso ai lettori, quelle annotazioni essere « state raccolte da' migliori comentatori, compreso il comento del padre Venturi. »

1823.

Londra. Corral e Pickering.

F. 156 in f. Sembra che a questa graziosissima edizioncina, che ben a ragione vien detta « *Diamond-edition* », sia da attribuirsi la data del 1822, che riccorre sui due frontispizi stampati, mentrechè il 1823 non si trova che sul frontispizio intagliato in rame ed ornato di fregi (secondo del primo volume).

1823.

Parigi. Lefèvre.

F. 157, lin. 11. La Divina Commedia è contenuta nelle facc. 237-510 del primo, e nelle 494 f. del secondo volume.

Il testo è quello del *Lombardi*.

Ivi, lin. 18. Dagli accademici della crusca il *Buttura* non prese nè potè prendere delle note dichiarative, ma bensì delle varianti. Oltre agli autori mentovati dal sig. *de Batincs*, la tavola delle abbreviature (f. VII) cita come spogliati per la compilazione delle note, scarsissime per altro, l'*anonimo cassinese*, un incerto (non so chi sia, ma non è l'*Ottimo*), il *Muratori* (?), il *Portirelli*, *Rosa Morando*, il *Soave*, il *Tassoni*, il *Venturi* e'l *Volpi*.

1823.

Udine. Mattiuzzi.

F. 157, lib 27. Dovrebbe dire: « tipogr. *Pecile*. »

Ivi, lin. 31. Ho dimostrato negli annali di Berlino (1838, col. 651, 52), che'l *Viviani*, invece di dare un'edizione « fatta sul codice *bartoliniano* », si è limitato di sceglierne ad arbitrio un piccolo numero di varianti, convenienti al suo capriccio, tacendone i molti spropositi, e trascurandone un bel numero di buone varianti. Si dica dunque che'l testo di questa edizione è veramente quello della crusca, qua e là cambiato sull'autorità del codice bartoliniano.

F. 158, lin. 21. Il rame della grotta di Tolmino è disegno di Giov. *Derif*, ed incisione dell'*Aliprandi* sotto la direzione del *Miliara*.

1823.

Venezia. Andreola

F. 159, in f. La Divina Commedia di Dante Alighieri, illustrata di note da vari autori. *Venezia*, 1823. *F. Andreola*. 3 vol. in 16, di 236, 252 e 256 facc.

Il testo è copiato da quello degli accademici.

Gli argomenti del Gozzi precedono i singoli canti,

Le note sono scarsissime e di nessuna importanza.

1824.

Londra. Knight.

F. 160, lin. 3. Si aggiunga al frontispizio: « Difficili, e delle voci antiquate e fuor d'uso. Il tutto riscontrato sulle migliori edizioni della Divina Commedia da *I. C. Tarver* » ec.

Il primo volume, che contiene il testo colla traduzione, è di XVI e 375 facc.

Il secondo volume, tutto di note, ha 404 f.

Il testo è quello della crusca.

1824.

Verona. Libanti.

F. 160, lin. 18. Il frontispizio non dice « Divina Commedia », ma « Commedia di Dante Alighieri ».

1825.

Firenze.

F. 162, lin. 7. Editore fu il *Magheri*.

Le note sono quelle dell' edizione romana del 1810, e tutta la stampa corrisponde a quella dell' insegna di Pallade 1821 (Vedi sopra a f. 152).

1825.

Londra. Pickering.

F. 162, lin. 12. A norma del manifesto d'associazione, che si trova unito al mio esemplare, il prezzo per gli associati non era che di 12 scell. per volume.

Non credo però che un discorso critico sul testo di Dante possa trovar luogo nel catalogo delle edizioni della Divina Commedia.

1826.

Firenze. Ciardetti.

F. 163, lin. 22. I tre volumi sono 400, 373 e 403 facc.

1826.

Bologna. Cardinali.

F. 164, lin. 4. L'avviso dei librai editori « a chi legge » non parla di nuove annotazioni per questa ristampa somministrate da *Salvator Betti* e da *Luigi Biondi*, ma dice solamente che il comento del *Costa* vi sia riveduto ed arricchito di varie giunte. La lettera del *Perticari*, inserita nell' appendice del Purgatorio, è di molto anteriore a questa edizione, e troverassi, per quel ch'io credo, già nella stampa del 1819. Vedi sopra f. 146.

Il testo è quello del *Lombardi*.

1826.

Lipsia. Ern. Fleischer.

F. 154, lin. 15. I versi intitolati a *Goethe* non sono sciolti ma terzine. Essi sono compresi nell'istessa numerazione di facciate coll'*Introduzione*; men-

trechè per il Saggio sopra Dante ne comincia un' altra. Il rame dei quattro poeti fa faccia al frontispizio. Un piccolo mio articolo, sull'epoca in cui furono pubblicate le tre cantiche, è inserito nel detto Saggio f. XVI-XVIII.

Ivi, lin. 27. Giudicherebbe male dell'indefesso e coscienzioso lavoro di *Adolfo Wagner*, ora già da più anni defunto, chi volesse fidarsi alla biliosa ed ingiusta critica della *Biblioteca italiana*; articolo al quale oggimai nessuno dei tanti e tanti italiani, che sono non meno colti e gentili che dotti, vorrebbe apporre il suo nome. Non ho trovato scorretto il testo, ma si può dire che l'editore seguì pur troppo ciecamente l'autorità del codice bartoliniano!

Giudiziosamente, e con maggior cortesia che la Bibliot. ital., parlò di questa edizione il professore *Blanc* nella « Allgemeine literatur-Zeitung. » 1827. No. 312, 13.

Un esemplare unico della sola Divina Commedia col suo comento in carta velina stragrande sta presso di me.

1826, 27.

Londra. Murray col comento del Rossetti.

F. 165, lin. 11. La parafrasi non è posta in piè di pagina, ma precede il comento di ogni terzina.

Ivi, lin. 22. Mancano nel secondo volume, oltre la parafrasi, anche le sposizioni (chè così, e non dichiarazioni, sono dette nel tomo primo). Le note aggiunte non procedono oltre i canti XII e XIII.

Ivi, lin. 31. Si aggiungano il *Quarterly Review*, 1828. LXXIII. Ian., e l'importante articolo di *Augusto Guglielmo Schlegel* nella *Revue des deux mon-*

des. Agosto 1836, ristampato nelle « Oeuvres de M. *A. G. Schlegel* écrites en français ». T. II, p. 307-332. Un mio articolo fu pubblicato nei fogli di conversazione letteraria (Blätter für literarische Unterhaltung, 1829. No. 57, 58 p. 225-31.)

Ivi, in f. L'articolo del *Foreign Review* fu tradotto dall' istesso autore, il sig. professore *Antonio Panizzi.*

I paradossi del *Rossetti* trovarono benevolo interprete nella persona del sig. *Giuseppe Mendelssohn,* negoziante di Berlino non meno dotto che agiato: « *Bericht über Kossetti's Ideen zu einer neuen Erläuterung des Dante und der Dichter seiner Zeit.* » Berlino. Al. Duncker, 1840, 8 gr.

1827.

Pisa. Capurro, col com. dell'Ottimo.

F. 166. Il primo e'l terzo volume sono di 668 e di 679 facc.

1827.

Firenze. Borghi.

F. 169, lin. 6. Il testo è quello della crusca, cambiato alcune rarissime volte sulla fede di altre edizioni.

I ben lunghi argomenti e le brevi note sono proprio e lodevole lavoro di *Giuseppe Borghi.*

1827.

Milano. Bonfanti.

Lin. 169, lin. 12. I frontispizi dicono: « Dalla tipografia di *Angelo Bonfanti*, presso *Gaetano Schiepati* ». I tre volumi sono di XXIV e 283, 349 e 331 facc.

Il testo è quello del *Lombardi*, già seguito dal *Costa*; dice però la prefazione che gli editori in qualche raro caso abbiano giudicato opportuno di allontanarsene.

1828.

Milano. Bettoni.

F. 170, lin. 23. Anche questa edizione riproduce il testo del *Lombardi*, correggendolo in alcuni pochi passi.

Le note sono propria compilazione degli editori.

1828.

Napoli. Criscuolo.

F. 170. La Divina Commedia di Dante Aldighieri. *Napoli*, dalla tipografia di *Criscuolo* 1828, in 4, a due colonne, di 179 facc.

È una ripetizione letterale del testo della *nidobeatina*, fatta in ristrettissimo numero di esemplari a spese del rev. *Giov. Feder. Nott*, canonico di Winchester (editore dell' « Avventuroso Ciciliano », e, per quanto visse, svisceratissimo cultore di Dante). Le due carte non numerate, che seguono il frontispizio, contengono la dedicatoria del *Nidobeato*, come anche alla fine di ogni cantica si legge la soscrizione della stampa milanese. Le molte correzioni di proprio pugno del *Nott*, inscritte nello splendido esemplare, ch'io tengo qual preziosissimo dono di S. E. il sig. cavaliere *Bunsen*, ambasciatore prussiano presso S. M. britannica, provano che gli stampatori napolitani abbiano tradito pur troppo le premure dell'accuratissimo editore!

1830.

Firenze. Insegna di Dante.

F. 172, lin. 8. Questa edizione è mancante della vita di Dante, che si trova nelle anteriori di Bologna e di Milano.

1832.

Halle. Schwetschke.

F. 178, lin. 6. Il frontispizio, al pari degli altri titoli riportati in lingua tedesca, crudelmente sfigurato nella *Bibliografia Dantesca*, dovrebbe star così:

« Die beiden ersten Gesänge der göttlichen Komödie, mit Rücksicht auf alle früheren Erklärungsversuche erläutert von *Lud. G. Blanc.* »

In questo insigne opuscolo del sig. professore *Blanc*, che spiegò già da molti anni, e spiega tuttora la Divina Commedia a scelta adunanza di bramosi scolari, non si trova nè il testo dei primi due canti, nè quel che propriamente si chiama un comento, ma bensì un accurato ragguaglio sulle differenti opinioni relative all'allegoria principale del poema, e non poche nuove interpretazioni, alcune delle quali furono posteriormente da altri spacciate per nuove scoperte, fatte da loro.

1837.

Firenze. Formiglì.

F. 181, lin. 19. Il primo volume è di XL e 432 facc.

Il testo è quello della crusca, qualche volta variato, ma non sempre migliorato (Vedi, a cagion di esempio, l'errata-corrige dell'Inf. V. 69).

1837.

Venezia. Gondoliere, col com. del Tommaseo.

F. 183. Sembra che'l testo del *Lombardi* abbia servito per base; ma si conosce benissimo, che l'accorto editore abbia maturamente ponderato le varianti degli altri testi, fra i quali preferì di spesso la lezione del *Dionisi*, dagli altri editori moderni quasi sempre trascurata.

1837.

Firenze. Le Monnier.

F. 184, lin. 4. Quantunque si legga sul frontispizio: « *Firenze. Felice Le Monnier* e compagni, tipografi », l'ultima carta del primo volume (di IV e 600 facc.) dice: « Coi tipi *Borghi* e compagni ».

Ivi, lin. 17. I codici del march. *Pucci*, consultati per questa celebre ed eccellente edizione, sono in numero di dieci.

Ivi, lin. 26. Il mio articolo, citato dal sign. *de Batines*, si trova negli annali di Berlino, 1838. No. 78-80. Col. 638-56.

1838.

Marsiglia. Mossy.

F. 186, lin. 17. Sembra che gli esemplari differiscano anche più di quel che si dice a f 187, lin. 17. Il mio porta questo frontispizio:

« Lo Inferno della Commedia di D. Al. col comento di Guinif. d. Barg. tratto da due MS. ined. del sec. XV con introduzione e note dell'avv. Gius. Zacheroni. Di cinque carte, XXIV f., altre quattro carte, e 766 facc.

Quantunque la mia copia abbia la data del 1838, vi manca pure, oltre alla dedicatoria ed all'introdu-

zione alla gioventù italiana, l'articolo francese sull' originalità di Dante.

1838.

Parigi. Lefevre.

F. 187, lin. 28. Sono 683 facc.

La prefazione e le considerazioni sono identiche con quelle dell'ediz. del 1820. Vedi sopra a f. 151.

1840.

Torino. Pomba.

F. 188, in f. Per quanto mi fu detto a Torino, questa edizione non esiste, e non fu citata che per iscambio con quella del 1830 sopra f. 175.

1840.

Firenze. Passigli.

F. 189, lin. 20. Questa graziosa edizioncina è ristampa della grande edizione del 1838, ricca di tutt'i comenti della padovana, ma, come già s'intende, per il solo testo.

1841.

Napoli. Chiari.

F. 191. La Divina Commedia di Dante Alighieri con note di Paolo Costa. *Napoli. L. Chiari.* 3. vol. in 12, di 355, 331 e 362 facc.

Dice l' editore nel suo avvertimento di essersi attenuto a preferenza all'edizione del *Bettoni*, Milano 1825 (sopra a f. 161), consultando però anche le edizioni *padovana* (f. 153) ed *udinese* (f. 157). Le note si dicono riprodotte sull' edizione « pubblicata in quest'anno a Firenze per cura del tipografo *Molini* »; edizione ch'io non conosco, e che non è re-

gistrata dal sig. *de Batines*. Vi furono aggiunte, per quanto riferisce l'avvertimento, alcune note, inserite in que'luoghi che meritavano maggior dilucidiazione, e restavano tuttora oscuri.

1842.

Firenze. Piatti.

F. 192, lin. 26. Nel mio esemplare il nome dell'illustre editore è stampato a tutte lettere: « per uso degli stranieri da *lord Vernon*. »

Ivi, lin. penult. I preliminari cominciano colla dedica al sig. Mariano Armellini e colla prefazione al lettore.

1842.

Benevento. Tipogr. camerale.

F. 193. La Divina Commedia di Dante Alighieri, secondo la lezione del padre *Lombardi*. Volume unico. *Benevento*, *tipografia camerale*. In 4 a 2 col. di 156 facc.

Il poema è preceduto dalla vita di Dante del *Serassi*, ed è corredato di brevissime annotazioni di poca importanza.

1844.

Firenze. Le Monnier.

F. 199, lin. 18. Il frontispizio, e la figura che gli sta dirimpetto, sono identici con quelli dell' edizione all'insegna di Dante del 1830.

Le note del *Bianchi*, che sono ben molte ed ottime, sono in parte al suo luogo frapposte a quelle del *Costa*: in parte, come appendice, aggiunte alla fine de'rispettivi canti.

1846.

Firenze. Le Monnier.

F. 200. La Divina Commedia di Dante Alighieri col comento di Paolo Costa notabilmente accresciuto da Br. Bianchi. Seconda edizione con nuove giunte e correzioni. *Firenze*, *Felice Le Monnier* 1846, 12 gr. di XXXIV e 837 f.

Nitida edizione, fatta sul modello di quella del 1844, con economia di stampa anche maggiore; mancante del frontispizio ornato di fregi e della figura incisa in acciaio, ma arricchita di nuovi argomenti, e di gran numero di nuove e sensatissime annotazioni del dotto editore. Anche la lezione del testo fu migliorata in alcuni luoghi.

1846.

Brusselles. Meline.

La Commedia di Dante Alighieri con illustrazioni antiche o moderne, pubblicata da *Marco Aurelio Zani de' Ferranti*. *Parigi*, *Baudry*; *Londra*, *P. Rolandi*; *Brusselles*, *Meline*, 1846; 8 grandiss. di XXIV e 231 f.

Questa prima dispensa non comprende che i primi tre canti. L'opera intiera non deve però oltrepassare le 1500 facc.

Per l'emendazione del testo il chiar. editore, oltre alle varianti riferite nelle stampe anteriori, si servì di alcuni codici *parigini*, di un codice di *Brusselles*, e di uno *ardilliano*.

Il comento è in gran parte estratto da lavori anteriori, fra i quali è anche il comento inedito di *Iacopo di Dante*. Le proprie note del sig. *Zani* sono

ricche di nuove interpretationi (fra le quali non poche saranno applaudite dagli intendenti), e spirano un caldissimo amore per la bella Italia, ed un santo, benchè non sempre giusto, sdegno contra tutti coloro, ch'egli crede gli autori delle di lei disgrazie.

PRINCIPE D. PIETRO ODESCALCHI
DIRETTORE RESPONSABILE

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

INDICE DEL VOL. 347.

SCIENZE

Tortolini, Sulla riduzione di alcuni integrali definiti ai trascendenti ellittici ec. . . . . . PAG. 129
Vaccolini, Dell' economia pubblica in accordo colla morale. . . . » 185
Coppi, Relazione sulla tariffa e sulla libertà di fare e di vendere il pane. » 201

LETTERATURA

Witte, Quando e da chi sia composto l'ottimo comento di Dante . . » 210
— *Alcuni supplementi alla bibliografia dantesca del visconte Colomb de Batines* . . . . . » 233

GIORNALE
ARCADICO
DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

Vol. 348.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE BELLE ARTI
1848

SCIENZE

Sulla riduzione di alcuni integrali definiti ai trascendenti ellittici, ed applicazione a differenti problemi di geometria e di meccanica razionale. Memoria di Barnaba Tortolini (Continuaz. e fine).

16. Poniamo, $n = 0$, $n = 1$ si ha

$$V_0 = \frac{\pi}{2}\int\frac{d\theta}{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\theta)}} = \frac{\pi}{2}.F(k, \theta)$$

$$V_2 = \frac{\pi}{2k^2}\left(\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\theta)}} - \int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)$$

ossia

$$V_2 = \frac{\pi}{2k^2}\left(Y_2 + \cot\theta\right)$$

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

ma dalle formole del parag. 3.° facendo

$$\Delta_1 = \sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\theta)}$$

si trae

$$Y_2 = F(k, \theta) - E(k, \theta) - \Delta_1\cot\theta$$

perciò

$$V_2 = \frac{\pi}{2k^2}\left(F(k, \theta) - E(k, \theta) - \Delta_1\cot\theta + \cot\theta\right)$$

Sia $n = 4$, avremo

$$V_4 = \frac{\pi}{2k^4}\left(Y_4 - \int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^4\theta} - \frac{k^2}{2}\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)$$

ma dallo stesso parag. 3.°

$$3Y_4 = (2 + k^2)F(k, \theta) - 2(1 + k^2)E(k, \theta)$$

$$- \Delta_1 \cot\theta \left(2(1 + k^2) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)$$

$$\int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta} = - \cot\theta, \int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^4\theta} = - \cot\theta - \frac{\cot^3\theta}{3}$$

dunque

$$V_4 = \frac{\pi}{2k^4}\left\{\frac{(2 + k^2)F(k, \theta)}{3} - \frac{2(1 + k^2)E(k, \theta)}{3}\right.$$

$$\left. - \frac{\Delta_1 \cot\theta}{3}\left(2(1 + k^2) + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\right) + \cot\theta + \frac{\cot^3\theta}{3} + \frac{k^2 \cot\theta}{2}\right\}$$

Nello stesso modo calcoliamo il valore di V_6, che ci occorrerà in un problema di geometria, e sia $n = 3$, allora la consueta formola generale darà

$$V_6 = \frac{\pi}{2k^6}\left(Y_6 - \int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^6\theta} - \frac{k^2}{2}\int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^4\theta} - \frac{3k^4}{2.4}\int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)$$

ove osservando che

$$\int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}^6\theta} = - \cot\theta - \frac{2\cot^3\theta}{3} - \frac{\cot^5\theta}{5}$$

si avrà per i precedenti integrali

$$V_6 = \frac{\pi}{2k^6}\left\{Y_6 + \cot\theta + \frac{2\cot^3\theta}{3} + \frac{\cot^5\theta}{5}\right.$$

$$\left. + \frac{k^2}{2}\left(\cot\theta + \frac{\cot^3\theta}{3}\right) + \frac{3k^4 \cot\theta}{2.4}\right\}$$

Tralasciamo di fare la sostituzione del valore di Y_6, che ci occorrerà in appresso.

17. I problemi di sopra risoluti sulle differenti quadrature, e cubature possono anche risolversi per mezzo dei nuovi integrali V_{2n}, perchè si faccia un cangiamento nell'ordine di grandezza sulle costanti racchiuse negli stessi integrali, ciò che verremo a mostrare con qualcuno dei medesimi esempii. Così ritenendo

$$u = \cos p\,, \quad v = \operatorname{sen} p \cos q\,, \quad w = \operatorname{sen} p \operatorname{sen} q$$

la quadratura dell'ellissoide dipende dall'integrale definito duplicato

$$S = 8\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p\,dp\,dq\sqrt{(b^2c^2u^2 + a^2c^2v^2 + a^2b^2w^2)}$$

o ponendo come sopra

$$A = a^2(c^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q) \quad B = b^2c^2 - a^2(c^2\cos^2 q + b^2\operatorname{sen}^2 q)$$

$$S_1 = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p\,dp\sqrt{(A + B\cos^2 p)}$$

si ha

$$S = 8\int_0^{\frac{1}{2}\pi} S_1\,dq$$

Ora integrando per archi di tangente si ha

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(A + Bx^2)}} = \frac{1}{\sqrt{-B}} \cdot \operatorname{arctang}\left(\frac{x\sqrt{-B}}{\sqrt{(A + Bx^2)}}\right)$$

quindi troveremo facilmente

$$S_1 = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \operatorname{sen} p dp \sqrt{(A + B\cos^2 p)}$$

$$= \frac{\sqrt{(A+B)}}{2} + \frac{A}{2\sqrt{-B}} \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{-B}}{\sqrt{(A+B)}}\right)$$

Di più abbiamo

$$A + B = b^2c^2, \quad -B = c^2(a^2 - b^2) - a^2(c^2 - b^2)\operatorname{sen}^2 q$$

d'onde supposto $a < c$, e $c > b$, $a > b$, e ponendo

$$k^2 = \frac{a^2(c^2 - b^2)}{c^2(a^2 - b^2)}, \quad \Delta = \sqrt{(1 - k^2\operatorname{sen}^2 q)}, \quad m = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{b}$$

si avrà

$$\sqrt{-B} = \Delta . c\sqrt{(a^2 - b^2)}, \quad A = a^2[c^2 + (b^2 - c^2)\operatorname{sen}^2 q]$$

e perciò

$$S_1 = \frac{bc}{2} + \frac{a^2[c^2 + (b^2 - c^2)\operatorname{sen}^2 q].\operatorname{arctang}(m\Delta)}{2c\sqrt{(a^2 - b^2)}.\Delta}$$

Moltiplicando adunque per dq, ed integrando entro i limiti $p = 0$, $p = \frac{1}{2}\pi$, otterremo

$$S = 4\left(\frac{\pi bc}{2} + \frac{a^2[c^2 V_0 + (b^2 - c^2)V_2]}{c\sqrt{(a^2 - b^2)}}\right)$$

Nel nostro caso

$$m = \operatorname{tang}\theta = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{b}, \quad k^2 = \frac{a^2(c^2 - b^2)}{c^2(a^2 - b^2)}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}, \quad \Delta_1 = \sqrt{(1 - k^2\operatorname{sen}^2\theta)} = \frac{b}{c}$$

per cui

$$\cot\theta - \Delta_1\cot\theta = \frac{b(c-b)}{c\sqrt{(a^2-b^2)}}$$

I valori V_0, V_2 del precedente parag. 16.° divengono

$$V_0 = \frac{\pi F(k\,,\,\theta)}{2}\,,$$

$$V_2 = \frac{\pi c^2(a^2-b^2)}{2a^2(c^2-b^2)}\left(F(k,\theta) - E(k,\theta) + \frac{b(c-b)}{c\sqrt{(a^2-b^2)}}\right)$$

quali sostituiti daranno

$$S = 2\pi b^2 + \frac{2\pi a^2 c}{\sqrt{(a^2-b^2)}}\left(\frac{b^2F(k\,,\,\theta)}{a^2}\,, + \frac{(a^2-b^2)E(k,\theta)}{a^2}\right)$$

ove essendo

$$\text{sen}^2\theta = \frac{a^2-b^2}{a^2}\,,\quad \cos^2\theta = \frac{b^2}{a^2}$$

essa si riduce ad

$$S = 2\pi b^2 + \frac{2\pi ac}{\text{sen}\theta}\left(\cos^2\theta.F(k,\theta) + \text{sen}^2\theta.E(k,\theta)\right)$$

Quest' espressione ha il medesimo significato di quella alla quale siam giunti al parag. 5.°, ove si supponea $a < b$, $b > c$, $a < c$, vale a dire che a fosse il semiasse medio, mentre qui abbiamo supposto esser b. Sarà utile di far vedere come una sostituzione immaginaria per l'ampiezza di una funzione ellittica possa ricondurre un'espressione all'altra. Supponiamo adunque, che per

la quadratura dell'ellissoide siasi trovato come al parag. 5

$$S = 2\pi a^2 + \frac{2\pi bc}{\operatorname{sen}\theta}\left(\cos^2\theta.F(k', \theta) + \operatorname{sen}^2\theta.E(k', \theta)\right)$$

ove

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{(b^2-a^2)}}{b}, \quad \cos\theta = \frac{a}{b}, \quad k'^2 = \frac{b^2(c^2-a^2)}{c^2(b^2-a^2)}$$

Se ora vogliamo supporre $b < a$ è evidente che $\operatorname{sen}\theta$ sarà un' espressione immaginaria, perciò come già per altre ricerche fece il sig. *Iacobi* (*) porremo

$$\operatorname{sen}\theta = \sqrt{-1}\,.\,\operatorname{tang}\psi$$

Di qui ponendo

$$k^2 = 1 - k'^2 = \frac{a^2(c^2-b^2)}{c^2(a^2-b^2)}$$

troviamo

$$\cos\theta = \frac{1}{\cos\psi}, \quad d\theta = \frac{\sqrt{-1}.d\psi}{\cos\psi},$$

$$\sqrt{(1-k'^2\operatorname{sen}^2\theta)} = \frac{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)}}{\cos\psi}$$

$$F(k', \theta) = \sqrt{-1}.F(k, \psi), \; E(k', \theta) = \sqrt{-1}\int\frac{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)}}{\cos^2\psi}d\psi$$

Integrando per parti si ha successivamente

$$\int\frac{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)}}{\cos^2\psi}d\psi = \operatorname{tang}\psi\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)} + k^2\int\frac{\operatorname{sen}^2\psi d\psi}{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)}}$$

$$\int\frac{k^2\operatorname{sen}^2\psi d\psi}{\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)}} = F(k, \psi) - E(k, \psi)$$

(*) Fundamenta nova theoriae funct. ellipt. pag. 34.

così avremo

$$E(k', \theta) = \sqrt{-1}\left(F(k, \psi) - E(k, \psi) + \operatorname{tang}\psi\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)}\right)$$

Fatte le sostituzioni nel valore di S, ed osservando che per la parte algebraica

$$2\pi a^2 - 2\pi bc\operatorname{tang}^2\psi\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\psi)} = 2\pi b^2$$

si otterrà in fine

$$S = 2\pi b^2 + \frac{2\pi ac}{\operatorname{sen}\psi}\left(\cos^2\psi . F(k, \psi) + \operatorname{sen}^2\psi . E(k, \psi)\right)$$

Quest'espressione è quella a cui siam giunti per mezzo degli integrali V_{2n}.

18.° Per un'altra applicazione proponiamoci di determinare la quadratura della superficie curva, inviluppo dei piani perpendicolari condotti all' estremità dei diametri di un'ellissoide data, e della quale io già feci indagini con altri integrali (*). Sieno a, b, c i quadrati dei semiassi di un'ellissoide, e sieno X, Y, Z le coordinate della nuova superficie corrispondenti ad un punto (x, y, z) dell'ellissoide; se per l'equazione dell'ellissoide pongasi

$$x = \sqrt{a} . \cos p , \quad y = \sqrt{b} . \operatorname{sen} p \cos q ; \quad z = \sqrt{c} . \operatorname{sen} p \operatorname{sen} q$$

e si faccia per brevità

$$u = \cos p , \quad v = \operatorname{sen} p \cos q , \quad w = \operatorname{sen} p \operatorname{sen} q$$

(*) Raccolta scientifica. Roma, ottobre 1846.

si avrà come ho dimostrato altrove (*)

$$X = \frac{u}{\sqrt{a}}\left(au^2 + (2a - b)v^2 + (2a - c)w^2\right)$$

$$Y = \frac{v}{\sqrt{b}}\left(bv^2 + (2b - a)u^2 + (2b - c)w^2\right)$$

$$Z = \frac{w}{\sqrt{c}}\left(cw^2 + (2c - a)u^2 + (2c - b)v^2\right)$$

Ora la quadratura delle superficie curve considerando Z, come funzione delle X, Y dipende dall'integrale duplicato

$$S = \int\int dX\, dY \sqrt{1 + \left(\frac{dZ}{dX}\right)^2 + \left(\frac{dZ}{dY}\right)^2}$$

Quando X, Y, Z sieno funzioni di due variabili p, q, allora indicando con X', Y', Z' le derivate parziali delle X, Y, Z relativamente a p, e per le X_1, Y_1, Z_1, le derivate delle medesime relativamente a, q, e si faccia per brevità

$$U = X'Y_1 - X_1Y', \quad V = X_1Z' - X'Z_1, \quad W = Y'Z_1 - Y_1Z',$$

L'integrale proposto si trasforma in

$$S = \int\int dp\,dq \sqrt{(U^2 + V^2 + W^2)}$$

Formando adunque pel proposto esempio le derivate parziali delle X, Y, Z relativamente a p e q, e facendo

(*) Raccolta scientifica, maggio 1846. Crelle, Iournal de mathe. Berlin. tom. 34.

per brevità $\operatorname{sen} q = z$

$$M = (2c-b)(2a-b) + 2(c-b)(2b-c-3a)z^2 + 3(c-b)^2 z^4$$

$$M_1 = (b-a)(3c+a-2b) + (c-b)(c-5b+6a)z^2 - 3(c-b)^2 z^4$$

$$B = b - a + (c-b)z^2$$

$$R = M + 2M_1 \cos^2 p + 3B^2 \cos^4 p$$

si troverà dopo tutte le riduzioni richieste

$$U = \frac{R \operatorname{sen} p \sqrt{c} . \operatorname{sen} p \operatorname{sen} q}{\sqrt{abc}}, \quad V = \frac{R \operatorname{sen} p \sqrt{b} . \operatorname{sen} p \cos q}{\sqrt{abc}}$$

$$W = \frac{R \operatorname{sen} p \sqrt{a} . \cos p}{\sqrt{abc}}$$

Sostituendo questi valori nel valore generale di S, ed integrando entro i limiti $p = 0$, $p = \frac{1}{2}\pi$, $q = 0$, $q = \frac{1}{2}\pi$ si otterrà l'ottava parte della superficie, e perciò riflettendo ai valori di u, v, w l'intera quadratura sarà espressa dall'integrale definito

$$S = \frac{8}{\sqrt{abc}} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} R \operatorname{sen} p \, dp \, dq \sqrt{(au^2 + bv^2 + cw^2)}$$

Aggiungendo ai valori di M, M_1, B

$$A = b \cos^2 q + c \operatorname{sen}^2 q = b + (c-b) \operatorname{sen}^2 q$$

si trova $A - B = a$, ed $A = a + B$, ed il valore di S diviene

$$S = \frac{8}{\sqrt{abc}} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} R \operatorname{sen} p \, dp \, dq \sqrt{(A - B \cos^2 p)}$$

Eseguiamo una prima integrazione relativa all'angolo p, e posto $\cos p = x$, $\operatorname{sen} p dp = -dx$, ai limiti $p=0$, $p=\frac{1}{2}\pi$ corrisponderà $x = 1$, $x = 0$, e perciò rovesciando i limiti dell'integrazione col cangiare il segno, si avrà

$$S = \frac{8}{\sqrt{abc}} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \int_0^1 (M + 2M_1 x^2 + 3B^2 x^4) dx dq \sqrt{(A - Bx^2)}$$

Pongasi

$$X = \sqrt{(A - Bx^2)}$$

avremo le differenti formole d'integrazione simultanea

$$\int \frac{dx}{X} = \frac{1}{\sqrt{B}} \operatorname{arctang} \left(\frac{x\sqrt{B}}{\sqrt{(A - Bx^2)}} \right)$$

$$\int X dx = \frac{Xx}{2} + \frac{A}{2} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int X x^2 dx = -\frac{xX^3}{4B} + \frac{A}{4B} \int X dx$$

$$\int X x^4 dx = -\left(\frac{x^3}{6B} + \frac{Ax}{8B^2} \right) X^3 + \frac{A^2}{8B^2} \int X dx$$

Integrando fra i limiti $x = 0$, $x = 1$ si ha primieramente

$$\int_0^1 \frac{dx}{X} = \frac{1}{\sqrt{B}} \operatorname{arctang} \left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{(A - B)}} \right)$$

ed osservando che per $x = 1$ il radicale X si riduce

ad $\sqrt{(A-B)}=\sqrt{a}$, avremo da una successiva sostituzione

$$\int_0^1 X dx = \frac{\sqrt{a}}{2} + \frac{A}{2\sqrt{B}} \text{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)$$

$$\int_0^1 X x^2 dx = \frac{A\sqrt{a}}{8B} - \frac{\sqrt{a^3}}{4B} + \frac{A^2}{8B\sqrt{B}} \text{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)$$

$$\int_0^1 X x^4 dx = \frac{A^2\sqrt{a}}{16B^2} - \frac{A\sqrt{a^3}}{8B^2} - \frac{\sqrt{a^3}}{6B}$$

$$+ \frac{A^3}{16B^2\sqrt{B}} \text{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)$$

Moltiplichiamo adesso la prima per M, la seconda per $2M_1$, e la terza per $3B^2$, e pongasi

$$R_1 = M\int_0^1 X dx + 2M_1\int_0^1 X x^2 dx + 3B^2\int_0^1 X x^4 dx$$

risulterà dalla sostituzione

$$R_1 = \frac{M\sqrt{a}}{2} + \frac{M_1 A\sqrt{a}}{4B} - \frac{M_1\sqrt{a^3}}{2B} + \frac{3A^2\sqrt{a}}{16} - \frac{3A\sqrt{a^3}}{8}$$

$$-\frac{3B\sqrt{a^3}}{6} + \left(\frac{MA}{2\sqrt{B}} + \frac{M_1 A^2}{4B\sqrt{B}} + \frac{3A^3}{16\sqrt{B}}\right) \text{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)$$

Per mezzo dell'equazione $A - B = a$ si elimini A nel secondo termine, e B nel quinto, e facciamo inoltre

$$L = \frac{\sqrt{a}}{16}\left(8M + 4M_1 + 3A^2 - 14aA + 8a^2\right)$$

$$L_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{AM}{\sqrt{B}} + \frac{M_1 A^2}{2B\sqrt{B}} + \frac{3A^3}{8\sqrt{B}}\right)$$

verrà

$$R_1 = L - \frac{M_1\sqrt{a^3}}{4B} + L_1 \,.\, \text{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)$$

Quando il valore di R_1 ridotto ad una sola funzione dell'angolo q, si moltiplichi per dq e si eseguisca l'integrazione fra i limiti $q = 0$, $q = \frac{1}{2}\pi$, sostituito nell' espressione di S, darà

$$S = \frac{8}{\sqrt{abc}} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} R_1 dq$$

Tal'è l'integrale definito semplice che come vedremo dipendendo dagli integrali della forma V_{2n} si ridurrà in fine ai trascendenti ellittici di prima e seconda specie.

19.° Ripresi i valori di M, M_1, A, e sostituiti nel secondo membro della L, si troverà per sen$q = z$

$$L = \frac{\sqrt{a}}{16}\Big(20ac - 18ab - 4bc + 4a^2 + 3b^2$$

$$+ 2(c - b)(9b - 6c - 19a)z^2 + 15(c - b)^2 z^4\Big)$$

Nella stessa guisa dai valori di M_1 e B abbiamo

$$\frac{M_1}{4B} = \frac{(b-a)(3c+a-2b)+(c-b)(c-5b+6a)z^2-3(c-b)^2z^4}{4[b - a + (c - b)\text{sen}^2 q]}$$

Estraendo i termini per mezzo della divisione eseguita relativamente alle potenze di sen$q$ otteniamo

$$\frac{M_1}{4B} = \frac{c-2b+3a}{4} - \frac{3(c-b)z^2}{4} + \frac{2(b-a)(c-a)}{4[b-a+(c-b)\text{sen}^2 q]}$$

quindi

$$L - \frac{M_1\sqrt{a^3}}{4B} = \frac{\sqrt{a}}{16}\Big(16ac - 10ab - 4bc - 8a^2 + 3b^2$$

$$+ 15(c-b)^2\text{sen}^4q + 2(c-b)(9b - 6c - 13a)\text{sen}^2q$$

$$- \frac{8a(b-a)(c-a)}{(b-a)\cos^2q + (c-a)\text{sen}^2q}\Big)$$

Moltiplicando per dq ed integrando entro i limiti $q = 0$, $q = \frac{1}{2}\pi$, ed osservando, che

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \text{sen}^2q.dq = \frac{1}{2}.\frac{\pi}{2} \quad \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \text{sen}^4q dq = \frac{1.3}{2.4}.\frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{dq}{(b-a)\cos^2q + (c-a)\text{sen}^2q} = \frac{\pi}{2}.\frac{1}{\sqrt{(b-a)}.\sqrt{(c-a)}}$$

Dopo tutte le riduzioni si ha

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\Big(L - \frac{M_1\sqrt{a^3}}{4B}\Big)dq = \frac{\pi\sqrt{a}}{32}\Big(\frac{24ac + 24ab - 2bc - 64a^2 - 3b^2 - 3c^2}{8}$$

$$- \frac{8\pi a\sqrt{a}\sqrt{b-a}\sqrt{(c-a)}}{32}\Big)$$

Questi termini di forma algebrica dovranno aggiungersi a quei, che si troveranno nella riduzione degli integrali trascendenti

20.° Per calcolare la parte trascendente dell'integrale si sostituisca nel terzo termine del valore di L_1, $A = a + B$, si avrà

$$L_1 = \frac{1}{2}\Big(\frac{8AM + 8aM_1 + 4M_1B + 3A^3}{8\sqrt{B}} + \frac{M_1a^2}{2B\sqrt{B}}\Big)$$

quindi ripresi i valori di M, M_I del parag. 18.° e per mezzo dell'equazione

$$B = b - a + (c - b)\text{sen}^2 q$$

si elimini la quantità

$$(c - b)\text{sen}^2 q = B - (b - a)$$

in modo che M, M_I sieno espressi per le potenze di B, otterremo

$$M = 2ac + 2ab - 3a^2 - 2(b + c)B + 3B^2$$

$$M_I = 2(b - a)(c - a) + (b + c)B - 3B^2$$

Ciò posto rammentandoci che $A = a + B$, formiamo i somiglianti prodotti e potenze

$$AM = a^2(2c + 2b - 3a) - 3a^2B - (2b + 2c - 3a)B^2 + 3B^3$$

$$A^3 = a^3 + 3a^2B + 3aB^2 + B^3$$

quali tutti sostituiti nel valore di L_I, esso diviene

$$L_I = \frac{1}{16}\left(\frac{(4a^2c + 4a^2b - 5a^3 + 16abc)}{\sqrt{B}} + \frac{(8bc - 19a^2)B}{\sqrt{B}}\right.$$

$$\left. + \frac{(9a - 12b - 12c)B^2}{\sqrt{B}} + \frac{15B^3}{\sqrt{B}}\right) + \frac{a^2(b - a)(c - a)}{2B\sqrt{B}}$$

Supponiamo ora $b > c$, $b > a$, e $c < a$, e poniamo

$$k^2 = \frac{b - c}{b - a}, \qquad \Delta^2 = 1 - k^2\text{sen}^2 q$$

il valore di B si potrà porre sotto la forma

$$B = (b - a)(1 - k^2 \operatorname{sen}^2 q) = (b - a)\Delta^2$$

d'onde facendo anche per brevità

$$H = 4a^2c + 4a^2b - 5a^3 + 16abc,\ H_1 = (8bc - 19a^2)(b - a)$$

$$H_2 = (9a - 12b - 12c)(b - a)^2,\ H_3 = 15(b - a)^3$$

Il valore di L_1 si trasforma in

$$L_1 = \frac{1}{16\sqrt{(b-a)}}\left\{\frac{H}{\Delta} + \frac{H_1(1 - k^2\operatorname{sen}^2 q)}{\Delta}\right.$$

$$\left. + \frac{H_2(1 - k^2\operatorname{sen}^2 q)^2}{\Delta} + \frac{H_3(1 - k^2\operatorname{sen}^2 q)^3}{\Delta}\right\} + \frac{a^2(c - a)}{2\sqrt{(b-a)}.\Delta^3}$$

Poniamo inoltre $\sqrt{(b - a)} = m\sqrt{a}$, e moltiplichiamo il primo e secondo membro di L_1 per

$$\operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)dq = \operatorname{arctang}(m\Delta)dq$$

Essendo

$$V'_{2n} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n} q.\operatorname{arctang}(m\Delta)\,dq}{\Delta}$$

$$W_{2n} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{sen}^{2n} q.\operatorname{arctang}(m\Delta)dq}{\Delta^3}$$

si avrà dall'integrazione

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} L_1 \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)dq = \frac{1}{16\sqrt{(b-a)}}\Big(HV_0 + H_1(V_0 - k^2V_2)$$

$$+ H_2(V_0 - 2k^2V_2 + V_4) + H_3(V_0 - 3k^2V_2 + 3k^4V_4 - k^6V_6)\Big)$$

$$+ \frac{a^2(c - a)W_0}{2\sqrt{(b - a)}}$$

Ognun vede adunque che il nostro integrale dipende non solo dagli integrali V_0, V_2, V_4, V_6 tutti riducibili ai trascendenti ellittici di prima e seconda specie, ma anche dal nuovo integrale W_0 che si dimostra assai facilmente potersi esprimere da un trascendente ellittico di seconda specie dello stesso modulo, e della stessa ampiezza dei precedenti.

21.° Per procedere con ordine nella riduzione di tutti questi integrali, e conoscere in fine, i coefficienti delle due funzioni ellittiche, rammentiamoci primieramente, che gli integrali V_{2n} dipendono dagli integrali Y_{2n}, ove

$$Y_{2n}=\int\frac{d\theta}{\operatorname{sen}^{2n}\theta\sqrt{(1-k^2\operatorname{sen}^2\theta)}}$$

perciò ripresi i valori di V_0, V_2, V_4, V_6 del paragrafo 16.°, e fatto per brevità

$$\cot\theta=\frac{1}{\operatorname{tang}\theta}=\frac{1}{m}=\mu$$

si avrà

$$V_0-k^2V_2=\frac{\pi}{2}\left(Y_0-Y_2-\mu\right)$$

$$V_0-2k^2V_2+k^4V_4=\frac{\pi}{2}\left\{Y_0-2Y_2+Y_4-\mu\left(1-\frac{k^2}{2}\right)+\frac{\mu^3}{3}\right\}$$

$$V_0-3k^2V_2+3k^4V_4-k^6V_6=\frac{\pi}{2}\left\{Y_0-3Y_2+3Y_4-Y_6\right.$$

$$\left.-\mu\left(1-k^2+\frac{3k^4}{2.4}\right)+\frac{\mu^3}{3}\left(1-\frac{k^2}{2}\right)-\frac{\mu^5}{5}\right\}$$

Nel caso in cui siamo

$$\tang\theta = m = \frac{\sqrt{(b-a)}}{\sqrt{a}}, \quad \cot\theta = \mu = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{(b-a)}}, \quad k^2 = \frac{b-c}{b-a}$$

quindi eseguite le riduzioni

$$V_0 - k^2 V_2 = \frac{\pi}{2}\left(Y_0 - Y_2 - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{(b-a)}}\right)$$

$$V_0 - 2k^2 V_2 + k^4 V_4 = \frac{\pi}{2}\left(Y_0 - 2Y_2 + Y_4 - \frac{(3b+3c-8a)}{2.3} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{(b-a)^3}}\right)$$

$$V_0 - 3k^2 V_2 + 3k^4 V_4 - k^6 V_6 = \frac{\pi}{2}\left(Y_0 - 3Y_2 + 3Y_4 - Y_6\right.$$

$$\left. - \frac{(45b^2 + 45c^2 + 184a^2 - 140ab - 140ac + 30bc)}{2.\,3.\,4.\,5} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{(b-a)^5}}\right)$$

Con gli ottenuti valori è manifesto che l'integrale col quale termina il precedente parag. 20.° è composto di due parti, una trascendente e l' altra algebrica, e per quest'ultima si vede, che in forza dei valori H, H_1, H_2, H_3 le potenze, ed i radicali di $b-a$ scompariscono, d'onde chiamando P la parte algebrica, l'integrale in questione prenderà la forma

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} L_1 \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right) dq$$

$$= \frac{\pi}{2.16\sqrt{(b-a)}}\Big(HY_0 + H_1(Y_0 - Y_2) + H_2(Y_0 - 2Y_2 + Y_4)$$

$$+ H_3(Y_0 - 3Y_2 + 3Y_4 - Y_6)\Big) + P + \frac{a^2(c-a)W_0}{2\sqrt{(b-a)}}$$

ove

$$P=\frac{\pi\sqrt{a}}{2.16}\left(-8bc+19a^2-\frac{(9a-12b-12c)(3b+3c-8a)}{2.3}\right.$$

$$\left.-\frac{15(45b^2+45c^2+184a^2-140ab+30bc-140ac)}{2.3.4.5}\right)$$

Riducendo si ha

$$P=\frac{\pi\sqrt{a}}{2.16}\left(\frac{2bc+64a^2-24ab-24ac+3b^2+3c^2}{8}\right)$$

Rappresentiamo per maggior semplicità co' soli simboli F, E i trascendenti ellittici di prima e seconda specie di modulo k, e di ampiezza θ, e pongasi costantemente $\Delta_1=\sqrt{(1-k^2\text{sen}^2\theta)}$, avremo dalle diverse formole del parag. 3.°

$$Y_0=F\,,\quad Y_2=F-E-\Delta_1\cot\theta$$

ed

$$Y_0-Y_2=E+\Delta_1\cot\theta$$

$$3Y_4=2(1+k^2)Y_2-k^2Y_0-\frac{\Delta_1\cos\theta}{\text{sen}^3\theta}$$

$$5Y_6=4(1+k^2)Y_4-3k^2Y_2-\frac{\Delta_1\cos\theta}{\text{sen}^5\theta}$$

dalla prima delle quali potremo formare per l'eliminazione di $3Y_4$,

$$3(Y_0-2Y_2+Y_4)=(3-k^2)Y_0+2(k^2-2)Y_2-\frac{\Delta_1\cos\theta}{\text{sen}^3\theta}$$

d'onde per i valori di Y_0, Y_2,

$$3(Y_0-2Y_2+Y_4)=-(1-k^2)F+2(2-k^2)E$$

$$+\Delta_1\cot\theta\left(2(2-k^2)-\frac{1}{\text{sen}^2\theta}\right)$$

Nello stesso modo per l'eliminazione di $5Y_6$, avremo

$$15(Y_0 - 3Y_2 + 3Y_4 - Y_6) = 15Y_0 + (9k^2 - 45)Y_2$$

$$+(11 - 4k^2)3Y_4 + \frac{3\Delta_1 \cos\theta}{\text{sen}^5\theta}$$

ed eliminando nuovamente $3Y_4$, risulterà

$$15(Y_0 - 3Y_2 + 3Y_4 - Y_6) = (15 - 11k^2 + 4k^4)Y_0$$

$$+(23k^2 - 23 - 8k^4)Y_4 + \Delta_1 \cot\theta\left(\frac{3}{\text{sen}^4\theta} - \frac{(11 - 4k^2)}{\text{sen}^2\theta}\right)$$

ed infine

$$15(Y_0 - 3Y_2 + 3Y_4 - Y_6)$$

$$= \Delta_1 \cot\theta\left(\frac{3}{\text{sen}^4\theta} + \frac{4k^2 - 11}{\text{sen}^2\theta} + 23 + 8k^4 - 23k^2\right)$$

$$+ 4(3k^2 - 2 - k^4)F - (23k^2 - 8k^4 - 23)E$$

In tutte queste espressioni generali conviene pel caso in questione sostituirci i propri valori di k^2, $\text{sen}\theta$, Δ_1. Ora per i valori di sopra accennati, abbiamo

$$1 - k^2 = \frac{c - a}{b - a}, \quad \text{sen}^2\theta = \frac{b - a}{b}, \quad \Delta_1 = \sqrt{(1 - k^2 \text{sen}^2\theta)} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}}$$

quindi le precedenti formole diverranno

$$Y_0 - Y_2 = E + \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{b(b-a)}}$$

$$3(Y_0 - 2Y_2 + Y_4) = -\frac{(c-a)F}{b-a} + \frac{2(b+c-2a)E}{b-a}$$

$$+ \frac{(b+2c-4a)\sqrt{ac}}{\sqrt{b(b-a)^3}}$$

$$15(Y_0 - 3Y_2 + 3Y_4 - Y_6) = \frac{4(3ac+ab-bc-c^2-2a^2)F}{(b-a)^2}$$

$$+ \frac{(8b^2+8c^2+23a^2+7bc-23ab-23ac)E}{(b-a)^2}$$

$$+(4b^2+3bc+8c^2-23ac+23a^2-12ab)\frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{b(b-a)^5}}$$

Con questi valori il noto integrale porge un nuovo sistema di termini algebrici, i quali uniti ai trascendenti sostituiremo nel secondo membro dopo aver calcolato il valore dell'integrale W_0 che rappresenteremo per W.

22.° Si prenda pertanto

$$W = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{\operatorname{arctang}(m\Delta)dq}{\Delta^3}$$

e differenziando relativamente ad m, si ha

$$\frac{dW}{dm} = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{dq}{\Delta^2(1+m^2\Delta^2)}$$

Per lo spezzamento della frazione si ottiene

$$\frac{dW}{dm}=\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{dq}{(1-k^2\text{sen}^2q)}-m^2\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{dq}{(1+m^2-m^2k^2\text{sen}^2q)}$$

ed integrando

$$\frac{dW}{dm}=\frac{\pi}{2\sqrt{(1-k^2)}}-\frac{\pi m^2}{2\sqrt{(1+m^2)}\sqrt{[1+m^2(1-k^2)]}}$$

Pongasi come sopra nel secondo membro $m=\text{tang}\theta$ verrà

$$\frac{dW}{dm}=\frac{\pi}{2\sqrt{(1-k^2)}}-\frac{\pi\,\text{sen}^2\theta}{2\sqrt{(1-k^2\text{sen}^2\theta)}}$$

quindi moltiplicando per $dm=\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$, ed integrando. si trova

$$W=\frac{\pi}{2}\left(\frac{\text{tang}\theta}{\sqrt{(1-k^2)}}-\int\frac{\text{tang}^2\theta d\theta}{\sqrt{(1-k^2\text{sen}^2\theta)}}\right)$$

Ora si ha

$$\int\frac{\text{tang}^2\theta d\theta}{\sqrt{(1-k^2\text{sen}^2\theta)}}$$

$$=\frac{\pi}{2}\left\{\frac{\text{tang}\theta}{\sqrt{1-k^2}}-\frac{1}{1-k^2}\left(\text{tang}\theta\sqrt{1-k^2\text{sen}^2\theta)}-E(k,\theta)\right)\right\}$$

e quindi

$$W=\frac{\pi\text{tang}\theta}{2\sqrt{(1-k^2)}}-\frac{\pi}{2}\left(\frac{\Delta_1\text{tang}\theta}{1-k^2}-\frac{E}{1-k^2}\right)$$

ove E rappresenterà sempre la trascendente ellittica di seconda specie : il valore di W pe'valori di k, θ, Δ_1

dell'antecedente parag. 21.° diviene

$$W = \frac{\pi}{2}\left(\frac{b-a}{\sqrt{a(c-a)}} - \frac{\sqrt{c(b-a)^3}}{(c-a)\sqrt{ab}} + \frac{(b-a)E}{c-a}\right)$$

d'onde

$$\frac{a^2(c-a)W}{2\sqrt{(b-a)}} = \frac{\pi}{4}\left(a\sqrt{a}.\sqrt{b-a}.\sqrt{c-a} - \frac{a(b-a)\sqrt{ac}}{\sqrt{b}} + a^2\sqrt{(b-a)}.E\right)$$

Tal'è il nuovo integrale che deve aggiungersi agli altri già calcolati per ottenere il doppio sistema completo di termini e di forma algebrica e trascendente. Facendo pertanto una completa sostituzione nel noto integrale di tutti i trovati valori in questo, e nell'antecedente parag. ed avvertendo anche ai valori dei coefficienti H, H_1, ... si avrà

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} L_1 \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right) dq$$

$$= \frac{\pi}{2.16\sqrt{(b-a)}}\Big\{(4a^2b + 4a^2c - 5a^3 + 16abc)F$$

$$+(8bc-19a^2)E + (b-a)(3a-4b-4c)\Big(2(b+c-2a)E$$

$$-(c-a)F\Big) + (b-a)(8b^2+8c^2+23a^2+7bc-23ab-23ac)E$$

$$+4(b-a)(3ac+ab-bc-2a^2-c^2)F\Big\} + \frac{\pi a^2\sqrt{(b-a)}.E}{4}$$

$$+\frac{\pi}{2.16}\Big\{\frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{b}}\Big(8bc-19a^2+(3a-4b-4c)(b+2c-4a)$$

$$+4b^2+3bc+8c^2-23ac+23a^2-12ab\Big)\Big\}$$

$$+\frac{\pi}{4}\left(a\sqrt{a}.\sqrt{(b-a)}.\sqrt{(c-a)} - \frac{(b-a)\sqrt{ac}}{\sqrt{b}}\right) + P$$

Rappresentiamo per brevità con P′ la nuova parte algebraica, e con K, K_1 i coefficienti di F, E, otterremo, eseguite le riduzioni

$$P' = \frac{\pi\sqrt{a}}{32}\left(8a\sqrt{(b-a)}\sqrt{(c-a)} - \frac{(ab+ac+bc)\sqrt{c}}{\sqrt{b}}\right)$$

$$K = a(21bc - ab - ac)\ ,\ K_2 = -(b-a)(ac+ab+bc)$$

Di qui

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} L_1 \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right) dq = P + P'$$

$$+ \frac{\pi}{32\sqrt{(b-a)}}\left(a(21bc-ab-ac)F - (b-a)(ac+ab+bc)E\right)$$

Ora come si è veduto al parag. 18.° si deve calcolare

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} R_1 dq = \int_0^{\frac{1}{2}\pi}\left(L - \frac{M_1\sqrt{a^3}}{4B}\right)dq + \int_0^{\frac{1}{2}\pi} L_1 \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)dq$$

Chiamando P″ il primo integrale si è trovato

$$P'' = \frac{\pi\sqrt{a}}{32}\left(\frac{24ac + 24ab - 2bc - 64a^2 - 3b^2 - 3c^2}{8}\right.$$

$$\left. - 8a\sqrt{(b-a)}\sqrt{(c-a)}\right)$$

Perciò

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} R_1 dq = P + P' + P'' + \frac{\pi}{32\sqrt{(b-a)}}\left(a(21bc-ab-ac)F\right.$$

$$\left. - (b-a)(ab+ac+bc)E\right)$$

Ma dai valori di P, P′, P″ si trae

$$P + P' + P'' = -\frac{\pi(ab + ac + bc)\sqrt{ac}}{32\sqrt{b}}$$

dunque

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} R_1 dq = \frac{\pi}{32\sqrt{(b-a)}}\Big(a(21bc - ab - ac)F$$

$$-(b-a)(ab+ac+bc)E\Big) - \frac{\pi(ab + ac + bc)\sqrt{ac}}{32\sqrt{b}}$$

La quadratura S della nostra superficie si otterrà adunque col moltiplicare per 8 il precedente integrale, e col dividerlo per $\sqrt{abc}$. Eseguite queste operazioni, e ristabiliti i simboli per le due trascendenti ellittiche di modulo k, e di ampiezza θ, si ha

$$S = \frac{\pi(21bc - ab - ac)\sqrt{a}.F(k, \theta)}{4\sqrt{bc(b-a)}}$$

$$- \frac{\pi(ab + ac + bc)\sqrt{(b-a)}.E(k, \theta)}{4\sqrt{abc}}$$

$$- \frac{\pi(ab + ac + bc)}{4b}$$

Tal'è l'espressione ultima della quadratura della nuova superficie derivata dall'ellissoide coll'indicata legge. Quando nell'ellissoide invece di prendere a, b, c quadrati dei

semiassi, si prendano a^2, b^2, c^2, il valore di S, sarà

$$S = \frac{\pi a(21b^2c^2 - a^2b^2 - a^2c^2)F(k, \theta)}{4bc\sqrt{(b^2 - a^2)}} \ldots (*)$$

$$- \frac{\pi(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)\sqrt{(b^2 - a^2)}.E(k, \theta)}{4abc}$$

$$- \frac{\pi(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)}{4b^2}$$

Il modulo k, e l'ampiezza θ sono determinati dall'equazioni

$$k^2 = \frac{b^2 - c^2}{b^2 - a^2}, \quad \tang\theta = \frac{\sqrt{(b^2 - a^2)}}{a}$$

d'onde

$$\sen\theta = \frac{\sqrt{(b^2 - a^2)}}{b}, \quad \theta = \text{arc.sen}\left(\frac{\sqrt{(b^2 - a^2)}}{b}\right)$$

La superficie S si ridurrà a quella della sfera per $a = b = c$; supponendo infatti $b = c$, si ha $k = 0$, e

$$F(k, \theta) = \text{arc.sen}\left(\frac{\sqrt{(b^2 - a^2)}}{b}\right) = E(k, \theta)$$

(*) In una nota pubblicata nella raccolta scientifica per l'ottobre 1846 mi proposi la risoluzione dello stesso problema con integrali diversi da questi. Trovo una differenza nel coefficiente di $E(k, \theta)$, e nella parte algebrica. Penso che allora mi sia passato un qualche errore di calcolo, mentre con le nuove formole ho più volte diligentemente riveduto tutte le operazioni analitiche.

Che se di più $a = b$, si avrà

$$S = \frac{19\pi a^2}{4} - \frac{3\pi a^2}{4} = 4\pi a^2$$

Queste sono le più importanti applicazioni, che si possono fare di tutti gli integrali definiti da noi considerati, e ci fermeremo per un'instante sulla riduzione di un integrale definito duplicato, il quale comprenderà diversi altri già esaminati, e che si potrà riferire o agli integrali U_{2n} di forma logaritmica, o agli integrali V_{2n} di forma circolare.

23.° Ritenuto il significato della quantità, A, B, vale a dire

$$A = b + (c-b)\text{sen}^2 q\,, \quad B = (b-a) + (c-b)\text{sen}^2 q$$

sieno M, M′, M″, . . . delle funzioni razionali ed intere di $\text{sen}^2 q$, e si componga, col ritenere $u = \cos p$, l'integrale definito duplicato

$$S = \int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} (M + M'u^2 + M''u^4 + \ldots)\text{sen}\,p\,dp\,dq\sqrt{(A - B\cos^2 p)}$$

Ora da quanto si è esposto dal parag. 18.° è evidente, che eseguendo una prima integrazione relativa all' angolo p, e ponendo

$$K = \sqrt{a}\left(\frac{M}{2} + \frac{AM'}{8B} - \frac{aM''}{6B} - \frac{aM'}{4B} + \frac{A^2M'}{16B^2} - \frac{aAM''}{8B^2}\right)$$

$$K_1 = \frac{AM}{2\sqrt{B}} + \frac{A^2M'}{8B\sqrt{B}} + \frac{A^3M''}{16B^2\sqrt{B}}$$

ed

$$R_1 = K + K_1 \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right)$$

si avrà

$$S = \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left\{ K + K_1 \operatorname{arctang}\left(\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{a}}\right) \right\} dq$$

La prima parte di questo integrale è tutta esprimibile in termini algebrici, e la seconda si ridurrà agli integrali V_{2n}, W_0 già esaminati nei parag. 15 e seguenti. È facile ora il conoscere che il nuovo integrale comprende più casi particolari. Così supposto $M=8$, $M'=0$, $M''=0$, . . . e sostituito a^4, b^4, c^4 invece di a, b, c, l'integrale S rappresenta la quadratura della superficie di elasticità di semiassi a, b, c, ed anche la quadratura di un'ellissoide, quando si sostituisca b^2c^2, a^2c^2, a^2b^2 invece di a, b, c. Sia di più

$$M = \frac{8}{3} A, \quad M' = -\frac{8B}{3}, \quad M'' = 0 \ . \ . \ .$$

allora sostituendo a^2, b^2, c^2, ad a, b, c il nuovo integrale darà il volume terminato dalla superficie di elasticità di semiassi a, b, c. Similmente prendendo

$$M = \frac{8A^2}{5}, \quad M' = -\frac{8(2AB + A^2)}{5}$$

$$M'' = \frac{8(2AB + B^2)}{5}, \quad M''' = -B^2,$$

e qui pure sostituito a^2, b^2, c^2 in luogo di a, b, c, l'integrale definito porgerà, come si è veduto al parag. 10 il momento d' inerzia di un corpo terminato dalla

superficie di elasticità, relativo all'asse $2a$. Ritenuto per M il valore attribuitogli al parag. 18.° e fatto come allo stesso parag.

$$M' = M_1 \,, \qquad M'' = 3B^2$$

l'integrale moltiplicato per 8, e diviso per $\sqrt{abc}$ darà la superficie ivi considerata. Termineremo questa Memoria col mostrare, come l'uso di alcune coordinate curvilinee possa riportare qualche integrale definito duplicato o triplicato ad integrali definiti semplici.

24.° Alle coordinate ortogonali x, y, z di un punto qualunque dell' ellissoide si sostituiscano le coordinate ellittico-polari, e delle quali fece uso per la prima volta il sig. *Iacobi*; allora ritenendo che a, b, c rappresentino i quadrati dei semiassi, l'equazione dell' ellissoide sarà verificata dai valori

$$x = \sqrt{a}.\text{sen}\varphi\sqrt{(1 - h^2\text{sen}^2\omega)} \,, \quad y = \sqrt{b}\,.\cos\varphi\cos\omega$$

$$z = \sqrt{c}.\text{sen}\omega\sqrt{(1 - h'^2\text{sen}^2\varphi)}$$

Le costanti h, h' sono soggette alla condizione $h^2 + h'^2 = 1$. Volendo che h, h' sieno funzioni di a, b, c, potremo supporre $b > a$, $c > b$, e quindi

$$h^2 = \frac{c - b}{c - a}, \quad h'^2 = \frac{b - a}{c - a}$$

Ciò posto riprendiamo i valori delle coordinate X, Y, Z di un punto qualunque della superficie curva, inviluppo dei piani perpendicolari all'estremità dei semidiametri di

un'ellissoide data; avremo dalle formole del parag. 18.°

$$X = \frac{x}{abc}\left(bcx^2 - c(b-2a)y^2 - b(c-2a)z^2\right)$$

$$Y = \frac{y}{abc}\left(acy^2 - c(a-2b)x^2 - a(c-2b)z^2\right)$$

$$Z = \frac{z}{abc}\left(abz^2 - b(a-2c)x^2 - a(b-2c)y^2\right)$$

ove sostituendoci gli indicati valori di x, y, z e ponendo per brevità

$$\Delta = (1 - h^2\text{sen}^2\omega)\,, \qquad \Delta' = \sqrt{(1 - h'^2\text{sen}^2\varphi)}$$

si troverà

$$X = \frac{\Delta\text{sen}\varphi}{\sqrt{a}}\left((b-a)\text{sen}^2\varphi - (c-b)\text{sen}^2\omega + 2a - b\right)$$

$$Y = \frac{\cos\omega\cos\varphi}{\sqrt{b}}\left((b-a)\text{sen}^2\varphi - (c-b)\text{sen}^2\omega + b\right)$$

$$Z = \frac{\Delta'\text{sen}\omega}{\sqrt{c}}\left((b-a)\text{sen}^2\varphi - (c-b)\text{sen}^2\omega + 2c - b\right)$$

Volendo riportare l'espressione della quadratura della superficie alle nuove coordinate φ, ω, conviene determinare le derivate parziali X', Y', Z' relative all'angolo φ, e le derivate parziali X_1, Y_1, Z_1 relative all'angolo ω, per sostituirle nella cognita formola

$$S = \int\int d\varphi d\omega \sqrt{\left((X_1Y' - X'Y_1)^2 + (X'Z_1 - X_1Z')^2 + (Y_1Z - Y'Z_1)^2\right)}$$

Ora eseguendo tutte queste diverse operazioni, e facendo inoltre

$$R = (b - 2a)(b - 2c) - 2(b - a)(2b - a - 3c)\text{sen}^2\varphi$$
$$- 2(c - b)(3a - 2b + c)\text{sen}^2\omega$$
$$- 10(b - a)(c - b)\text{sen}^2\varphi\text{sen}^2\omega + 3(c - b)^2\text{sen}^4\omega$$
$$+ 3(b - a)^2\text{sen}^4\varphi$$

otterremo

$$X_1Y' - X'Y_1 = \frac{R\text{sen}\omega(1 - h'^2\text{sen}^2\varphi - h^2\text{sen}^2\omega)}{\Delta\sqrt{ab}}$$

$$X'Z_1 - X_1Z' = \frac{R\cos\varphi\cos\omega(1 - h'^2\text{sen}^2\varphi - h^2\text{sen}^2\omega)}{\Delta\Delta'\sqrt{ac}}$$

$$Y_1Z' - Y'Z_1 = \frac{R\text{sen}\varphi(1 - h'^2\text{sen}^2\varphi - h^2\text{sen}^2\omega)}{\Delta'\sqrt{bc}}$$

Sostituendo questi valori col fare di più

$$R_1 = 1 - h'^2\text{sen}^2\varphi - h^2\text{sen}^2\omega$$

avremo per l'intera quadratura della superficie

$$S = \frac{8}{\sqrt{abc}}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{RR_1 d\varphi d\omega\sqrt{[(c-b)\text{sen}^2\omega - (b-a)\text{sen}^2\varphi + b]}}{\sqrt{(1 - h^2\text{sen}^2\omega)}.\sqrt{(1 - h'^2\text{sen}^2\varphi)}}$$

Si riprenda ora il valore di S già ottenuto alla fine del parag. 22, ed espresso in trascendenti ellittici di prima

e seconda specie, si vedrà facilmente, che se si prenda

$$h^2 = \frac{c-b}{c-a}, \quad \operatorname{sen}^2\theta = \frac{c-a}{c}$$

questo valore diviene

$$S = \frac{\pi(21bc - ab - ac)\sqrt{a}.F(h, \theta)}{4\sqrt{bc(c-a)}}$$

$$- \frac{\pi(ab + ac + bc)\sqrt{(c-a)}.E(h, \theta)}{4\sqrt{abc}}$$

$$- \frac{\pi(ab + ac + bc)}{4c}$$

quindi si otterrà una relazione fra integrali definiti, cioè

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{RR_1 d\varphi d\omega \sqrt{[(c-b)\operatorname{sen}^2\omega - (b-a)\operatorname{sen}^2\varphi + b]}}{\sqrt{(1-h^2\operatorname{sen}^2\omega)}\sqrt{(1-h'^2\operatorname{sen}^2\varphi)}}$$

$$= \frac{\pi a(21bc - ab - ac)F(h, \theta)}{32\sqrt{(c-a)}} - \frac{\pi(ab + ac + bc)E(h, \theta)}{32}$$

$$- \frac{\pi(ab + ac + bc)\sqrt{abc}}{32c}$$

Quando fosse $a = b = c$, la superficie si ridurrà ad una sfera, e le quantità h, h' potranno sempre rappresentare due frazioni qualunque soggette alla sola condizione $h^2 + h'^2 = 1$, ed R si riduce ad a^2, ed il primo e secondo membro resta diviso per $a^2\sqrt{a}$, e si otterrà

evidentemente

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{(1-h^2\mathrm{sen}^2\omega-h'^2\mathrm{sen}^2\varphi)\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\omega}{\sqrt{(1-h^2\mathrm{sen}^2\omega)}.\sqrt{(1-h'^2\mathrm{sen}^2\varphi)}}=\frac{\pi}{2}$$

Questo valore contiene l'enunciato di un teorema trovato da Legendre sulle funzioni ellittiche di prima e seconda specie a moduli complementari, in guisa che secondo le notazioni usate da Legendre, il primo membro diviene

$$\mathrm{F}(h)\mathrm{E}(h')+\mathrm{F}(h')\mathrm{E}(h)-\mathrm{F}(h)\mathrm{F}(h')=\frac{\pi}{2}$$

L'esposto metodo per giungere a questo teorema fu già da me indicato in un'altra Memoria pubblicata nel 1840 nel tomo 82 di questo giornale.

Roma 8 settembre 1848.

Corso elementare di filosofia ad uso de' collegi di Francia G. F. A. Caro, tradotta e corredata di note ed aggiunte dal dottor Antonio Contrucci. Firenze per Ricordi e Ioukaud. Tomi 2, in 16.

ART. I.

Definisce la *Filosofia* la scienza dell'uomo, considerato nel suo principio pensante o nell'anima sua: onde il suo oggetto è la conoscenza dell' uomo interiore.

La divide 'n 4 parti: 1.ª delle facoltà intellettuali dell'uomo: 2.ª della direzione di queste facoltà nella ricerca del vero: 3.ª delle facoltà morali dell'uomo: 4.ª della direzione in questa facoltà nella ricerca del bene.

I.

Tratta delle facoltà intellettuali, e senza pretesa di enumerarle in modo da soddisfare le diverse scuole espone ciò che riguarda la coscienza, i sensi, la percezione, la concezione, l'attenzione, l'astrazione, la generalizzazione, l'associazione delle idee, la memoria, l'immaginazione, il giudizio, il gusto, il raziocinio, la ragione: e passa alla ricerca dell' origine delle idee, dove quanto all'idea di sostanza segue la scuola francese, affermando che essa non si percepisce immediatamente, ma si deduce dall'

intelletto, discostandosi così dalla scuola italiana, che col Galuppi e co'principali di questo secolo tiene percepirsi ed apprendersi da noi immediatamente la sostanza; la spirituale colla coscienza, la materiale colla sensibilità, che taluno chiama anche coscienza esteriore, non so con quanta proprietà di linguaggio! Si chiude questa prima parte coll' *io* umano, di cui si nota l'identità e l'unità; quindi esaminando le facoltà dell' attenzione, del giudizio, e del ragionare, se ne deduce l'immortalità. E per levare ogni ambiguità, e fare conoscenti e cauti i giovani apprendisti circa gli errori di Tracy e della sua scuola, si prova, che falso è dire che il cervello senta.

II.

Questa seconda parte è dedicata alla logica, come scienza direttrice delle facoltà intellettuali nella ricerca del vero. E si comincia dall' esporre i *mezzi* atti a così importante ricerca, distinguendone altri interni, altri esterni.

Mezzi *interni* » coscienza, sensi, attenzione, paragone, raziocinio, analogìa, induzione e deduzione, memoria. »

Mezzi *esterni* » linguaggio, dove dei segni, degli argomenti, e delle dimostrazioni: testimonianza umana, metodo, definizione e divisione: si termina coll'esporre le cause dei nostri errori.

III.

Quì è parola delle facoltà morali o principii

d'azione. E si espone ciò che riguarda l'istinto, l'abitudine, gli appetiti, i desiderii, gli affetti, interesse (dove tocca le distinzioni da farsi circa questa pericolosa dottrina).

Viensi a ricercare qual giudizio si fa sulle azioni, o con qual carattere noi le distinguiamo nel nostro spirito: che è quanto il fissare l'attenzione sul criterio delle azioni.

Si passa a dire del sentimento morale della simpatìa, del desiderio di obbedire e piacere a Dio, facoltà morale (e se ne esaminano i fenomeni), cioè la percezione assoluta di un'azione come giusta od ingiusta; sentimento del piacere e del dolore, che varia secondo i gradi della sensibilità; percezione del merito e del demerito dell'agente. E si conchiude col Droz, autore del saggio sui sistemi di morale, non esser possibile riunire in un solo i diversi principii d'azione, e doversi riconoscere un centro comune, che li compie e li perfeziona, il sentimento religioso.

Si passa a dare la nozione dell'attività, preziosa facoltà morale, ed a notarne i fenomeni. La volontà in tre elementi si distingue – l'intellettuale – il volontario – il fisico. Con queste premesse si definisce la libertà - il potere di volere: - e si proclama il dogma della libertà, come uno de' fondamenti della politica, della morale, della religione. Altri amerebbe dirlo fondamento principale ed essenziale.

Ma il traduttore ha supplito ad ogni vuoto, come ad ogni incertezza ed ambiguità, ad ogni omissione dell'autore nei punti più delicati della scienza da ventilarsi con menti inesperte degli apprendisti;

egli ha aggiunto seriamente di molte note, che a taluni piacerebbero forse inserite nel testo. Ma chi non vede, che in colonna conveniva rifondere il testo medesimo? locchè egli il traduttore potrà far meglio di ogni altro, avendo famigliarità col libro, e colle dottrine de' più approvati filosofi, specialmente nostrali. Dico de' più approvati; perchè dovendo darsi ai giovani quasi il latte della sapienza, è da cercare soprattutto negli elementi, che sia sano, e immune da ogni impurità contagiosa. E giacchè la storia della filosofia (che qui è data in ultimo con savio divisamento e bene ordinata) ci ha fatti accorti, che noi italiani per volere essere ligi agli stranieri abbiamo battuto in iscogli a pregiudizi della verità, della morale, e del progresso altresì; e giacchè abbiamo ed avemmo in passato filosofi, che vanno per la maggiore, e tali da tener fronte agli estrani: io non so perchè nell'istruire i novelli noi vogliamo farci schiavi a questi ultimi, dimenticando le proprie nostre ricchezze. E ciò che abbiamo in casa e sicuro, perchè cercarlo altrove con danno o pericolo? Nè io vorrei peccare di nazionalità nella scienza; ma mi dorrebbe, che, come facciamo della moda, vestissimo alla francese, o all'inglese, o alla tedesca con ispendio e detrimento sì grande: e non anzi ci componemmo negli abiti alla usanza italiana, servata moderazione e decenza, e senza odio di nazione. Siamo uomini, non pecore matte, per dirlo coll'Alighieri; ma cessiamo una volta quella brutta abitudine di apparire stranieri nella patria nostra; stranieri, dico, quanto alla lingua, quanto alle vesti, quanto al pensare e all'agire, al modo di scimie. Ciò che è vero, ciò che

è buono, ci piaccia unicamente: le stranezze e le utopie, e peggio i deliri, non fanno per noi, che siamo e vogliamo essere degni nipoti de' padri nostri, che per forza di mente e di cuore dominarono già l'universo: di noi che colla forza morale della religione santissima possiamo dominarlo ancora con potere che vince ogni potere; siccome quello che tiene del celeste, ed è sovrumano!

IV.

Ecco fatto luogo alla *morale*, scienza direttrice della facoltà dell'uomo nella ricerca del bene. L'autore, parlando de'principii d' azione, avea detto alla fine: « Ma la psicologia morale, la quale non ha al» cuna veduta sistematica che caratterizzi ciò che » è, e tutto ciò che è, raccoglie i differenti sistemi » e gli descrive con i caratteri che loro sono propri, » ravvicina tutti gli uomini virtuosi, spiegandone le » differenze dei sentimenti e dei principii che li se» parano, e concilia tutte le dottrine morali in un » centro comune, ove ciascuna di esse ritrova il suo » compimento e la sua perfezione. » Qui mi cade in acconcio di mentovare una mia opinione esposta nelle osservazioni sul bello, che furono accolte con buoni suffragi dapprima in questo giornale: e questa opinione si è la più amica della pace e concordia tra l'umana famiglia; perchè pone nell'*ordine* il segreto della bellezza, intellettuale o fisica o morale, e nota nella natura la madre dell'ordine, nella filosofia la maestra dell'ordine: nel che mi trovai consentire col Colizzi, professore già chiaro nella univer-

sità di Perugia, benchè non ne conoscessi il corso per la difficoltà delle comunicazioni letterarie e scientifiche non solo dall'un capo all'altro di questa bella, quanto infelice penisola; ma eziandio tra le province di uno stato medesimo, e molto più dagli altri stati, che sono tanti in Italia per farla men forte e meno conscia di essere una nazione. Che se non mi apposi al vero, mi scuserà appo i discreti il buon animo nel ridurre la scienza al principio dell' *ordine* per contribuire all'ordinato vivere civile e sociale tanto desiderato. Ed al traduttore deggio esser grato, che nelle note alla teoria del *bello*, data imperfettamente dall'autore, accennò fra le altre anche la mia, quella dell'*ordine*.

Tornando al proposito, dopo definita *morale*, la distingue in *individuale*, *sociale*, *religiosa*: e così fa luogo alla esposizione de' doveri naturali dell' uomo verso sè stesso, verso i suoi simili, verso Dio.

E 1. dei doveri rispetto all'anima, 2. di quelli rispetto al corpo; concludendo, che il suicidio non potrà esser permesso ad alcuno, e che il duello è contrario agl'interessi comuni della patria, contrario alla ragione, ciò riguarda la morale *individuale*.

Quanto alla *sociale*, tratta 1. della benevolenza, 2. della giustizia, 3. dalla buona fede.

Quanto alla *religiosa*, tratta (dopo svolto il principio della religione naturale) 1. dell'esistenza di Dio, 2. de' suoi attributi, 3. della immortalità dell'anima traendone le prove dalla santità e sapienza di Dio, e dal desiderio che abbiamo di conoscere la verità.

Ma la trattazione è così in succinto, che ci vuole grave spiegazione dal maestro: il traduttore, come

ho accennato, ha cercato supplire con note ed aggiunte copiose.

Parmi, che della religione rivelata si dovesse pur toccare quanto basta a volere far pieno il concetto dell'autore, che il compimento e la perfezione della morale è da tenersi appunto nella religione; ed a volere altresì che la morale sia l'anello che lega la filosofia colla più sublime teologia.

Da ultimo viene il compedio della storia della filosofia, che abbisognò anch' esso di note e di aggiunte dal traduttore. In altro articolo ne sarà fatta parola.

ART. II.

Se anima e corpo siamo noi, se dee ammettersi lo spirito e la materia, congiunte nel microcosmo dell'uomo, miracolo dell' ordine; se la scienza delle scienze la filosofia dee abbracciare tutti i fatti della natura sensibile, razionale, morale, e collegarli in quell' armonia, che balenò alla mente del fondatore della scuola italica, Pittagora: essa per procedere ordinatamente al suo scopo di farsi maestra dell'ordine, fisico intellettuale morale, non può e non dee senza mancare a se stessa trascurare alcun elemento: non il fisico riguardo alla materia, non il razionale ed il morale riguardo allo spirito. Ma quest'ultimo non può esser pieno senza l' elemento religioso: e poichè la religione altra è naturale, altra rivelata; poichè la rivelata *universale* è senza eccezione la *cattolica*, che ha trono in Italia e colla sua luce domina tutto l'orbe europeo in vincolo d'amore per renderlo felice nel tempo e nella eternità, unendo

l'uomo a Dio, creatore conservatore, riparatore in eccellenza di ordine; non può e non dee la gran maestra dell'ordine, filosofia, passarsi così leggermente della religione. E se col lume della ragione si fa devota alla religione naturale, con quello della rivelazione dee elevarsi alla religione veramente divina; massime dopo le sottili vedute del glorioso, ma sfortunato Mastrofini: il quale colla mente del Vico, e con lo zelo dell'Aquinate, poniamo che troppo osasse argomentando internarsi ne' misteri inaccessibili a mente umana, diede ai filosofi esempio imitabile in quanto a completamente servirsi dell'elemento religioso, non ristretto all'individuo, o ad una nazione; ma esteso a tutta l'umanità. Uopo è dunque a chi scrive l'istoria della filosofia rammentarsi, che siccome la scienza per essere compiuta, non solo dee osservare, paragonare, e classificare tutti i fatti intellettuali limitatamente all'individuo; ma eziandio notare, comparare, e concordare tutti quelli, che ci rivela la storia dell'umanità (*): così nella storia dei sistemi non può lo scrittore passarsi della origine dell'uomo. e del suo fine ultimo; non di Dio creatore, conservatore, riparatore; non dell'eternità: non dei rapporti di Dio coll'uomo, e dell'uomo con Dio: e nella catena dei fatti non può non toccare di quell' anello supremo, che è quello della religione rivelata, vero dono celeste a rintegrare l' uomo, che non è fatto per la morte, ma per la vita: non pel tempo, ma per la eternità; non per le pene strazianti, ma per la beatitudine! Senza ciò, come ogni sistema filosofico

(*) (*Amice, Manuale di filosofia sperimentale. Milano* 1832, *a pag.* 200 *e seg.*)

sarebbe manco e dannoso all' umanità: così ogni storia della filosofia, che prescinde dalla rivelazione, sarebbe incompiuta e nocevole all' universale: cui dee riguardare allo specchio dell'ordine fisico, intellettuale, e morale. Altrimenti farebbe come colui, che descrivendo la storia degli astri si passasse del sole, di quel ministro maggiore della natura, che del suo lume e del suo valore empie, anzi colma, l'universo.

Una storia così piena della filosofia non so che abbiamo noi italiani, non so che l'abbiano le altre nazioni. Egli è il vero, che il Campiglio ci diede nel 1841 la storia dei progressi delle scienze filosofiche in 3 volumi (*Milano in* 16). Ed il Romagnosi ed il Poli, forse dieci anni innanzi, ci aveano dato con note e supplimenti il Manuale della storia della filosofia del Tennemann (Milano per Antonio Fontana in 16), dove rivendicammo all'Italia l'onore di maestra delle nazioni. Ed assai prima il Galuppi nelle sue Lettere filosofiche ne avea dato una storia dei sistemi da Cartesio insino a Kant; il Mamiani ne metteva in aperto l'antica filosofia degl'italiani; altri altro fecero, come accennavo in questo giornale (gennajo 1845 a pag. 48 e segg.), toccando del compendio della teoria della filosofia di C. L. Kannegieszer tradotta ed ampliata (Torino 1843); il Rosmini e il Gioberti, per tacere di altri nostri che vanno per la maggiore, tengano fronte agli stranieri nella scienza delle scienze e nella disamina de' sistemi e nell'innalzare la filosofia all'altezza della religione: tuttavia una istoria completa della filosofia è ancora nel desiderio di tutti; completa, dico, e tale non può essere,

se ponga in non cale le prove del magnanimo Mastrofini in quanto concerne la religione rivelata, in cui ha il suo compimento e la sua perfezione ogni sistema psicologico, e morale propriamente detto. Essa, al dire del p. Zelli, è l'anello estremo, che connette le verità metafisiche (*).

Intanto siccome giovò agli artefici di macchine il guardare ai primi esperimenti dell'agente potentissimo, qual è fra le materiali cose il vapore, per perfezionare le macchine, e farne l'applicazione più utile per mare, per terra, e per le regioni dell'aria altresì; tanto che già già tocchiamo quasi il cielo col dito: così io stimo non inutile l'accennare il compendio di storia della filosofia, con cui si chiude il corso elementare del Carus tradotto e illustrato dal Contrucci; tanto più, che nella fronte ci leggiamo notabile, avvertenza cioè quest' opera poter servire a rispondere ai temi di filosofia elementare, per l'esame d'ammissione alle università toscane. E dico accennare; perchè se volessi entrare in disamina, sarei infinito: nè io debbo, nè voglio abusare la pazienza de' leggitori, che accolgono con amore questo giornale. Ed alla loro sagacia io mi penso bastare pochi cenni, quali che siano! Nè sarà inopportuno ripetere le parole di quella gran mente del Romagnosi là dove rendeva ragione della logica del Genovesi, in italiano dettata (Milano 1832, pag. XXVI e seg.): « Io auguro che gl'italiani si redimano dalla » taccia di trascurare l'eredità dei loro maggiori » in fatto di nazionale filosofia, nel mentre che con-

(*) *Elementi di filosofia metafisica. Vol. 2, a pag. 167 e seg.*

» tano un Genovesi, uno Stellini, un Galuppi, e
» qualche altro. Col rendersi ciecamente devoti ai
» ritrovati stranieri, obliando i propri, contentano
» forse quel pieno buon senso e quella vittoriosa
» coscienza, di cui fu loro largo il cielo? L'umi-
» liazione, che ne ritraggono, forma la pena di que-
» sta sconsigliata e funesta degenerazione. Si degnino
» di riandare le tradizioni avite, e coi lumi del se-
» colo ne pongano in valore i tesori nascosti ».

Così egli: nè io seppi mai altra sentenza, non ebbi altro desiderio; ma nè egli nè io fummo giammai avversi alle speculazioni degli stranieri. Giova al certo conoscerle per la storia della filosofia, che è la storia dello scibile in atto, ma di tutto lo scibile; non di una parte di esso, nè dello scibile di una nazione, ma di tutta l'umana famiglia. Con queste premesse eccomi a riferire il sunto della introduzione al compendio di storia della filosofia, onde rilevansi il divisamento e i pensieri dell' autore nel porlo alla fine del corso, che in due volumi si comprende.

L'istoria della filosofia è il quadro del progresso dello spirito umano; ne comprende le sue opere più nobili, le sue meditazioni più profonde: abbraccia ricerche di ogni maniera, che più influirono su tutti i rami delle conoscenze. Ogni uomo d'intelletto sarà curioso innanzi alle tradizioni, alle scoperte, alle controversie più importanti . . . . egli si rappresenterà sotto forma sensibile le operazioni dell' intelligenza, osserverà gli aiuti scambievoli prestatisi dalle scienze fra loro, la loro subordinazione alla *scienza madre*: così giudicherà le diverse dottrine non pure dai loro

principii, ma dai loro effetti: e saprà riconoscere e circoscrivere il dominio reale della filosofia, scoprirne le lacune, e distinguere la vera filosofia dalla falsa, e rilevare altresì il viaggio che resta a farsi per misurare e scandagliare il mondo delle idee e quello de' sensi col lume innanzi della ragione: vedere in somma il fatto, ed arguire almeno, se non vedere, il da farsi nel dominio dell'intelligenza a volere perfetta scienza, concordia, felicità in eccellenza di ordine.

Se traggono a sè l'attenzione de' savi i piccoli fenomeni della natura materiale, che sarà dei più belli della natura morale, delle operazioni della ragione, che è come il riflesso dell'intelligenza suprema, e sembra di mezzo tra il creatore e la creatura per rivelare l'uno all'altra, per ispiegar questa con l'idea di quello? Chi non applaudirà ai trionfi dello spirito umano sopra la materia? Chi non ammirerà il miracolo dell'ordine? massime a questo tempo, in cui abbiamo schierate dinanzi le opere della sapienza umana di oltre venti secoli.

Passa l' autore alla questione del metodo più sicuro da tenersi a toccare lo scopo desiderato: distinguere il metodo sperimentale, detto a *posteriori*, dal metodo speculativo detto a *priori*: trova più vantaggiosa la riunione prudente dei due metodi, e fissa la divisione della filosofia in tre periodi. = Filosofia antica da Talete fino a Socrate, tralasciando, non si sa bene il perchè, la filosofia orientale, per la quale tenta supplire in parte il traduttore. — Filosofia del medioevo, o scolastica. — Filosofia moderna. E qui è ingiusto il silenzio, che si tiene dall'autore della filosofia italiana. Deve supplire al di-

fetto il traduttore con alcune parole del Gioberti sul primato degl' italiani nelle scienze filosofiche. Più altre cose in parte aggiunge, e più altre poteva aggiungerne, avendo a mano anche solo la storia del Campiglio summentovata, e le note del Poli alla storia del Tennemann pure mentovata.

Se qualche spirito italiano si moverà a compassione di questa patria nostra, tanto bella quanto infelice, saprà con senno ed amore redimerla dal marchio di servitù e dall' oblio che gli stranieri (che lagnansi di esser detti barbari dai nipoti di Romolo) la condannano indegnamente. Ma questa redenzione non basta; uopo è mostrarne le glorie di quell' era novella, che si apre alle scienze (di cui fu madre e fia regina, se i tempi volgano propizi) questa Italia; già maestra di civiltà a tutto il mondo, il quale con insigne contraddizione la vagheggia ad un tempo, e la disprezza ingiustamente !

D. Vaccolini.

LETTERATURA

Sulle antiche milizie romane
Memoria di Francesco Capozzi lughese

ALL'INGEGNOSO E BENNATO GIOVINETTO

ETTORE MANZIERI

LUGHESE

Nipote mio

Lugo 26 ottobre 1848.

Oggi che studio prediletto degl'italiani sembra finalmente sia quello dell'armi, unico mezzo a ritornar grande e signora la patria; e che una parte dei nostri eserciti ha nome di legioni; ho avvisato non sia inutile cosa per questa memoria il ricordare d'onde venne tal nome alle milizie, con che ordine si formasser esse in antico, e a quale disciplina fossero tenute. A te poi, carissimo nipote mio, ho voluto far dono di questo lavoro, perchè entrando tu ora agli studi storici, ed avendo nel tempo stesso

molto amore alle militari cose, come addimostrano le tue giovanili attitudini; nel leggere questo scritto, t' invogli di entrare a piena cognizione altresì delle glorie degli avi, e di sapere come da dominatori delle nazioni cademmo nella schiavitù ed in ogni civile miseria. Da cui però ne rileva or quella mano sacerdotale e sovrana che addita la croce qual vessillo il più degno e glorioso di libertà.

Abbi dunque come una cara cosa questa mia piccola offerta, se non per altro in fine, perchè parte dall'animo del tuo amorosissimo zio

FRANCESCO CAPOZZI

A questi giorni, in che ogni petto italiano anela al riacquisto della indipendenza e dignità nazionale, cade in acconcio tener discorso del mezzo principalissimo onde l'antica Roma e quindi l'Italia nostra giunse a quella vastità d'impero ed elevatezza di gloria, che attestata viene da ogni scrittore, e la comprovano pienamente tante monumentali reliquie. Questo si fu l'ordine e la militar disciplina tenuta nelle legioni, mercè di cui soggiogò Roma la fortezza de'galli, la robustezza de'germani, l'astuzia degli spagnuoli, le cautele degli affricani, la prudenza de' greci; delle quali milizie mi studierò intrattenere i leggitori miei, non perchè io li creda spogli di tali erudite nozioni, che arrecano tutte le antiche istorie, ma unicamente perchè è dolce il risovvenirsi delle cose buone operate da'nostri maggiori. E metterà bene il dire in prima del modo tenuto dai romani nella scelta de' militi.

In questa elezione, da cui presero nome gli eserciti, poneasi mente all'età ed all'aspetto, e ciò chiamavasi eleggere *per congettura*. Cesare volea nel soldato occhio grande e franco lo sguardo, collo nervoso, stomaco prominente, lunghe le mani, piatto il ventre, gambe e piedi asciutti; le quali cose veramente sogliono rendere l'uomo a ciò più disposto e più forte. Pirro re d'Epiro lodava in lui la

personale grandezza. Nullameno io mi penso, non si avesse in ciò a riguardare alle esterne e fallaci disposizioni più presto, che alla grandezza del cuore: essendo che la magnanimità e forza di esso vince d'assai l'apparenza delle membra. Ancora parmi ricercar si dovesse il buon costume, da cui nascendo la virtù, e da questa il pudore e la vergogna, è quella che il guarda dal fuggire e produce la vittoria: altrimenti operando, si viene ad eleggere uno strumento di scandalo e un principio di ruina. Il solo cittadino romano poteva essere ascritto alla milizia, il quale possessore fosse di alcuna facoltà: chi nulla avea, atto non era che alla marineria; ed uno schiavo che osato avesse dare il nome con frode, era punito di morte. Faceasi dessa nel foro alla presenza de'capitani e de'censori: e compiuta ch'ell'era, emetter doveva ogni soldato il giuramento: dato il quale, era egli soggetto a tutto il rigore della militar disciplina, che sospendeva i privilegi stessi della cittadinanza a modo, che potevasi nelle milizie da un capo dannare a morte quello, che un littore in Roma non avrebbe avuta neanche facoltà di arrestare. Al tempo degli imperatori però vi fecero parte molti delle altre province conquistate; il che tornò a danno dell'impero. L' età prescritta a potere appartenervi era dagli anni diciassette fino agli anni quarantasei; e non veniva il milite licenziato che dopo sedici anni di servizio nella fanteria, o dieci nella cavalleria: e negli straordinari casi i fanti ritenuti erano fino a venti anni. E questo voglio sappia il lettore che fu parimenti sotto la monarchia. Si ha nelle istorie, che il magno Pompeo esercita-

va i soldati correndo coi più leggeri, saltando coi più destri, combattendo coi più forti, e pigliando piacere nel gittar di pietra o di dardo, e così nel fare alle braccia. Lo stesso modo adoperava Scipione Affricano: dal che si apprende, quanta parte delle cure di que' condottieri si fosse l'invigorirli per via d'esercizi, e il fuggirli dall' ozio: per cui ne venne *ab exercendo* il titolo di esercito.

Ora dirò quali fossero i maggiori e minori ufficiali del campo romano, e verrò esponendo l'ordine che teneano le diverse milizie nelle legioni. Capi degli eserciti erano i *re*, poi i *consoli*, dignità massima nella repubblica, istituita dietro la cacciata dei Tarquini, ed allogata prima in gente patrizia, e promiscua poi alla plebea. Il loro potere durava un solo anno, e lo esercitavano a vicenda un mese per uno. Quello che aveva l'imperio andava preceduto da dodici *littori*, ciascuno armato di un fascio di verghe legate intorno ad una scure, coperto il capo da una pelle di leone, il petto di una corazza, e i piedi da calzari; l'altro teneva innanzi un *accenso*, e dietro i littori con fasci senza scuri. Erano essi che convocavano il senato, ragunavano il popolo per proporre le leggi, trattavano i negozi coi legati esteri, eleggevano i senatori; erano a dir breve i capi della repubblica; ed ebbero sul principio tutto il potere dei re, il quale poscia venne diminuito. Dai giudizi dell'uno potevasi all'altro appellare, tosto che egli avesse assunto l'imperio. Vestivano la porpora, sedevano sulla sedia curule d'avorio, e portavano i segni tutti della reale dignità, eccetto lo scettro e la corona. Nei grandi bisogni della repubblica altra

dignità venne istituita pari alla consolare, la quale faceva anzi quella cessare, e durava sei mesi: era questa la digintà del *dittatore*, cioè magistrato al cui detto tutti dovrebbero senza appello obbedire. Eleggeva egli chi essere doveva secondo alla sua autorità, e questi si chiamava *maestro de' cavalieri*, perchè ai cavalieri, con sommissione al dittatore, aveva a presiedere. Il dittatore veniva scelto fra i padri coscritti, ed appartener doveva all'ordine patrizio o consolare. Ogni console aveva il suo luogotenente generale nel campo: cioè il *pretore*, che era ordinariamente a lui secondo nella autorità, ed un *legato*, cioè commissario di guerra. N'ebbe però alle volte anche due. Venivano poi i *tribuni militari*, che erano i capitani dell'esercito, e si creavano di qualunque ordine, prima dai re, poi dai consoli; purchè avessero per anni dieci, o almeno per anni cinque, frequentata la guerra: in seguito vennero anche scelti dai soldati e dal popolo, e fu allora che ad essi per qualche tempo ebbesi attribuita altresì la podestà consolare. Il perchè sotto la monarchia, quando il principe voleva di suo beneplacito creare un tribuno, gli poneva la spada in mano: significar volendo con ciò il potere ch'egli aveva per ragion militare sopra i soldati. Vi avea pure il *questore*, o sia custode dell'erario e delle vettovaglie, grado autorevole che sempre era dato a specchiati e riputatissimi uomini.

Due legioni formavano l'esercito di un console: e la repubblica non ne avea che quattro, le quali dall'ordine con cui venivano elette chiamavansi *prima*, *seconda*, *terza*, *quarta*; e questo fu sino alla bat-

taglia di Canne: dopo n'ebbero i consoli quattro per ciascuno ed anche più. Al tempo degli imperatori furono molte, e appellaronsi o dai luoghi ove stanziavano, o dal nome del principe o delle province conquistate, o da qualche deità protettrice, o da qualche gran fatto; e rinnovavano il giuramento al principio d' ogni anno. Fino al 348 di Roma non ebbero queste pubblico stipendio: furono i patrizi che loro decretarono paghe per farsi più amica la plebe: ed è a notarsi che il milite a cavallo giunse in progresso al triplice soldo di un fante. Ogni legione aveva sei tribuni che la comandavano per un mese ciascuno, e collo stesso ordine tenuto nella loro elezione : portavano essi il paludamento; sedevano in una sedia apposita, e facevano alla lor volta giustizia sui delinquenti soldati, ai quali indicevano la punizione col tatto di una verga, e vigilavano su tutte le cose del campo. La legione era composta di quattromila uomini, e fu detta così dalla *elezione* che Romolo fece dei primi tremila fanti, e dei trecento cavalieri: venne poi dallo stesso cresciuta a quel numero quando i sabini fecero popolo coi romani, e fu perciò anche detta *legione quadrata*: in seguito fu aumentata a cinquemila, e questo fu dalla seconda guerra punica sino a Mario, che la fece ascendere a seimila. Su tale proposito però discordano insieme Tito Livio, Plutarco, e Dionigi d'Alicarnasso. Divisa era la legione in dieci *coorti*, la coorte in tre *manipoli*, il manipolo in due *centurie*, la centuria in *contuberni* di dieci uomini l'uno, quando un tale esercito fu di seimila soldati; qnando però fu di quattromila o di cinquemila, il numero di questi nei contuberni e

quindi nelle centurie fu a proporzione minore. Ad ogni dieci centurie presiedeva un tribuno, ad ogni centuria un *centurione*, il primo dei quali in ordine alla elezione presiedeva al manipolo, e così i *decurioni* ai contuberni. Il vestire di questi ufficiali era simile a quello del generale; se non che un anello d'oro distingueva il tribuno, ed una verga di vite il centurione: ed ognuno di loro aveva il suo luogotenente. È da avvertire che quando per la legge attilia nell'anno 443 fu dato al popolo il diritto di eleggere due terzi dei tribuni, questi si appellarono perciò *comiziati*, e *rutuli* l'altro terzo rimasto alla scelta de'consoli: dritto che negli straordinari casi ritornava però intero a questi o al dittatore.

Ne' primi secoli di Roma i latini scrittori pongono tre ordini di fanti. Questi tre ordini erano gli *astati*, i *principi* e i *triari*. Gli *astati* furono il primo corpo di fanteria leggera che ebbero i romani, e vennero istituiti dallo stesso Romolo: erano essi armati di un'asta detta *velitaria*, da cui presero il nome, e tennero al tempo de'suoi successori l'officio, a cui furono destinati in appresso i *rorari*, gli *accensi* e per ultimo i *veliti*. L'epoca, nella quale cessarono di appartere alle truppe leggere, fu sul principio della repubblica. Novità di governo civile diè nuove forme altresì alle militari cose, e s'ebbero le legioni a corpi espediti i *rorari* e gli *accensi*. I *rorari*, detti così perchè lanciavano dardi leggeri, che somigliavano alle rugiade cadanti prima delle dense piogge, e questi si ritiravano poscia dietro ai corpi pesanti: gli *accensi*, cioè sopranumerari ascritti al censo delle legioni, perchè si ascrivevano inermi,

onde succedere agli armati che venivano spenti, ed erano l'estrema fila de' soldati. Le compagnie di questi ultimi erano composte di sessanta uomini, e non portavano sorte alcuna di scudi, sibbene, secondo Varrone due aste, e cinque secondo Lucilio, le quali adoperavano essi, e nell'uopo trasmettevano ai legionari. Lo stesso Varrone accenna un'altra specie *d'accensi*, i quali erano dati al servigio dell'esercito, ed erano appellati anche *ferentari* o *exculcatori*. Questa seconda forma di duplice fanteria leggera aggiunta alle legioni durò circa trecento anni, e fino al 542. Nell'assedio che i romani fecero in quell'anno della città di Capua, visto che la cavalleria nemica era alla propria superiore assai, da cui venivano fortemente molestati, il centurione Q. Nevio scelse dagli eserciti i soldati di statura mediocre più coraggiosi e destri, e li pose in groppa ai cavalieri, armati di un piccolo scudo, d' una spada e di sette giavellotti con punta acuta, insegnando loro di rattamente discendere, giunti a petto del nemico. Il che tornò di gran giovamento a'romani, che ne allestirono un corpo nelle legioni col titolo di *veliti* o *precursori*: ed in allora si videro esse composte di quattro ordini di fanti, aggiunto questo ai tre primi, de' quali parleremo in breve. Ebbero poi i *vetiti* varie attribuzioni: traevano parte con archi, e questi erano detti *arcori*; parte con frombe, e venivano chiamati *funditori*; parte con dardi, ed erano i *iaculatori*: combattevano fuori delle ordinanze, facevano correrie innanzi alle linee, spiavano il nemico, provocavano la battaglia, e duravano poi nel cimento a' fianchi dell'esercito. Queste truppe leggere si mi-

schiavano altresì fra la cavalleria, di cui accompagnavano i movimenti con somma destrezza: non avevano capi particolari, ma erano ripartiti in egual numero fra i tre successivi ordini. Polibio li descrive armati il capo dell'elmo, il sinistro braccio di uno scudo di tre piedi di diametro detto *parma*, il lato destro d'una corta daga, coperti il petto di un corsaletto, e con calzari ai piedi. È da notarsi che questo scrittore dà loro per arma anche il pilo: il che non ci è avvenuto di riscontrare in verun altro, e che ripugna a credersi, ove si pensi che quest'arma era la più pesante delle legioni, e di cui altro corpo era fornito. come vedremo. Dietro l'istituzione dei *veliti*, tennero il second'ordine gli *astati*, tutto fiore di gioventù, che formavano la fronte dell'esercito, ed usavano a combattere l'asta e la spada. La maggior parte di essi portava il saio con una piastra di rame larga un palmo innanzi il petto, chiamata *guardacuore*. Quelli poi che ne' loro beni passavano il valore di millecinquecento lire. come avvisa Guglielmo Choul lionese, insieme alle altre armi, cioè elmetto, scudo, ocrea, calzare, tenevano giacchi ferrei. I *principi*, uomini nel vigore dell'età, forniti di clipeo e di spada, stavano dopo questi, disposti a modo, che se gli *astati* non potessero reggere, si ritiravano dietro a loro, ed essi entravano nella battaglia. Furono chiamati *principi*, perchè allorquando gli *astati* erano truppe leggere, questi si presentavano primi a sostenere l'impeto avversario. Erano guerniti d'armatura più grave, con in testa un elmo, o celata, che calava dinanzi sin sopra gli occhi, e dietro sopra le spalle: stavano chiusi in una corazza con brac-

ciali, che sino ai ginocchi colle sue falde giungeva: le gambe avevano coperte di stivaletti. Oltre allo scudo, sopra il sinistro fianco cingevano una spada, e sopra il destro un largo pugnale tagliente da ambe le parti, colla punta aguzza, che denominato era *spagnuolo*. Venivano ultimi i *triari*, chiamati a questo modo, io mi penso, dai primi tre ordini di cui fu composta la leginne, e de' quali formavano essi il terzo: furono chiamati nel tempo istesso anche *pilani*, dal pilo che oltre alla spada tenevano. Quest' arma era simile a un dardo, della lunghezza di tre piedi e mezzo per ordinario, ma fu anche di quattro e di sei, e della grossezza d'uno, di forma quadrata, con ferro di un palmo alla estremità della stessa forma ed anche triangolare, e come vogliono Polibio, Vegezio, e Dionigi, di maggior lunghezza a' loro tempi, sottile e aguzzo in modo, che lanciandolo non potea fare che nel colpire non si piegasse, e che rilanciato dal nemico non divenisse inutile. D'esso non si servivano che per mandare un colpo, e tosto mettean mano alle spade. Riguardati erano i *triari* siccome il nerbo della legione, e dietro loro ritiravansi pure i *principi*, ove la nemica forza sostener non potessero: godevano i loro ufficiali non lievi privilegi, fra' quali era quello che il primo loro centurione, detto *primipilo*, assisteva ai consigli di guerra, ove sedeva nel primo luogo dopo i tribuni, col diritto di divenir membro dell' ordine equestre. Cade qui in acconcio l' avvertire, che dall' ultimo centurione degli *astati* fino al prima centurione *triario* v'erano tanti gradi a salire quante le centurie, pe' quali ogni ufficiale doveva passare; quante volte non avesse a

ciò derogato l'altrui favore, come narra Vegezio. Sull'elmo di ogni centurione era posto un segno particolare, il quale serviva a raccorre in un istante tutti i soldati della centuria: e ciò vuolsi dire egualmente pei soldati dei diversi ordini legionari, il cui titolo e numero progressivo sugli scudi vedevasi decifrato. Le armature dei *triari* erano pressochè eguali a quelle dei *principi*, eccetto che gli scudi, alti quattro piedi, e larghi due o mezzo. Tito Livio narra che i *triari* nella battaglia dei latini pugnarono prima colle aste: ed affermano altri che gli *astati* in varie circostanze si valsero dei pili; ma che però mantennero sempre le prime loro denominazioni. Nè questo per noi è sì difficile a credersi, come lo è in riguardo ai *veliti* soldati espediti. Questi tre ordini gravi poi erano ripartiti in dieci compagnie ciascuno, ed ogni compagnia in due centurie.

Il pretore, che era il generale del campo, circondavano scelti militi d'infanteria armati di scudo rotondo od ovale, e della lancia: ed al tempo dell'impero, alcuni altri che avevano lunghi scudi ed alabarde, e questi erano i *pretoriani*, che tanto crebbero in potere nella decadenza dell' antica romana virtù: la loro istituzione fu all' epoca di Ottaviano Augusto, il quale pensò per tal modo di vieppiù assicurarsi la corona sul capo. Li privilegiò di doppio stipendio, e di altri onori che li poneano sopra le legionarie milizie. A poco a poco ei ne assoldò molte migliaia, che poi divise in altrettante coorti, tenendone tre in Roma, e distribuendo le rimanenti nelle circonvicine città. Crebbe a tanto l'audacia loro, da rendersi i despoti della corona imperiale, la quale

patteggiarono obbrobriosamente per Roma con chi era loro più largo di doni. Que' soldati per ultimo che appartenevano al corpo di riserva, di cui ogni legione era fornita, durante la pugna stavano seduti in terra, d'donde il nome di *subsidia*.

I suddescritti ordini di fanteria erano poi guidati dalle loro insegne, le quali presentavansi diverse secondo le coorti e compagnie a cui appartenevano; a portar le quali venivano scelti due dei più coraggiosi e nerboruti uomini col titolo di *alfieri, o capitani di bandiera*. Le prime insegne che usò Romolo furono sermenti od erbe legate a forma di una corona, infitte sulla punta di un'asta: in seguito v'ebber le aquile, che furono poi sempre la prima insegna dei romani, come stata la era de' persi. Attesta Plinio ch'esse furono per ordinario d'argento più che d'oro; essendochè l'argento più da lungi si vede: e quelli che le tenevano, detti *aquiliferi*, erano riputati i più nobili degli alfieri. V'ebbero gl'*immaginiferi*, i *dragonari*, i *laboriferi* ed altri. In luogo dell'elmo portavano sul capo pelli con facce di leone a spavento de' nemici, ed avevano corazze, daghe, schinieri e paludamento acconcio. Grande fu la venerazione dei romani alle insegne, le quali erano riguardate sacre: giuravano per esse, mettevano loro appresso, come in sicuro luogo, i danari, il bottino ed i prigionieri: in tempo di pace venivan depositate nel pubblico erario. Era funesto augurio, se a stento si fosse svelta un'insegna, e quel giorno non si dava la battaglia: perciò è uopo sapere, che l'asta, da cui era ella sostenuta, aveva nel basso una forma acuta, che serviva a conficcarla nel suolo. Infame ed empia cosa sti-

mavasi abbandonare le aquile nel tempo del pericolo: erano le *deità della guerra*, come dice Tacito, e in mezzo al campo venivano adorate al pari degli altri dei: il perchè perdere un'insegna era delitto di morte.

Vestimento eguale a quello degli alfieri avevano i sonatori, se non che mancavano del paludamento: essi precedevano i soldati nel cammino. Quelli, che sonavano le trombette, erano chiamati *tubici*; quelli dalle trombe torte *liticini*; ed altri che sonavano corni appellavansi *cornicini*. Ad ogni strumento era però destinato il suo proprio uso. Le trombe davano il segno dell' attacco e della ritirata; la buccina serviva per cambiare le scolte, sonava all'atto di eseguirsi una giustizia di morte negli accampamenti, e ricordava ai soldati in qualunque ora del giorno i loro doveri; il corno annunziava qualsifosse comando ai posti lontani. Il lituo poi era dato alla cavalleria. Tutti questi strumenti erano di rame, d'onde venne il nome di *aeneatores* a quelli che li sonavano. Ecco ciò che brevemente può dirsi della fanteria romana, la quale fu sempre la parte principale della legione pel numero de' soldati, e per l'importanza del loro servizio; quantunque la cavalleria fosse il corpo più ragguardevole in essa per la qualità di coloro che la formavano.

La cavalleria chiamavasi *ala*, stando sempre ai fianchi di quella nelle battaglie. La sua insegna era una banderuola quadrata di color azzurro messa trasversalmente alla sommità di un'asta, detta *vexillum* da *velum*. Esistono però monumenti antichi dove si vede che la cavalleria ebbe pure le aquile. Dividevasi in *torme* e le torme in *decurie*. La decuria, come

si è detto, era di dieci uomini e di un decurione: la torma di tre decurie. Il primo eletto de' decurioni comandava la torma, ed era detto *prefetto della cavalleria.* Fu poscia la torma di trentadue cavalieri e un decurione solo. Sul principio la cavalleria combatteva in saio senza corazza, e per questo (benchè più destra a cavallo) era più esposta a' pericoli ne' fatti d'arme, essendo quasi ignuda, ed avendo i soli pili o dardi, inutili pel movimento del destriero. Gli scudi sì de' fanti e sì de' cavalieri erano di cuoio, i quali alla pioggia gonfiavano, e rendevansi quindi inefficaci; il che dappoi conosciuto, fece deporne l'uso, e pigliare la forma delle armi greche.

La cavalleria veniva divisa in leggera e grave. Appartenevano alla prima gli *arcieri*, i quali portavano piccol elmo, corsaletti, gambali, dietro le spalle un turcasso con frocce, un arco nella sinistra mano, una freccia nella destra, la spada pendente al lato manco, e al destro un pugnale: i *iaculatori*, o gittatori di dardi, coperti il capo dell' elmo, il corpo di una corazzina simile a quella de' fanti, calzaretti, un grande scudo e tre dardi d' assai lunga punta nella sinistra, ed uno nella destra. Appartenevano alla seconda i *lanciferi* armati di lancia e scudo, con elmo portante alto cimiero, maglia sino ai ginocchi con bracciali, guanti di ferro e gambali. I loro cavalli erano sovente difesi in parte da lamine di ferro, o da maglie messe per ordine all'uso dei soldati. Tale costume era venuto dai persiani, come narra Q. Curzio.

Oltre alla fanteria e cavalleria romana erano negli eserciti consolari i *soci*: dir vuolsi i soldati

ausiliari o confederati, e questi formavano corpo da se, nè venivano compresi nelle legioni. Il numero de' loro fanti era qual de' romani; il numero poi dei cavalieri più del doppio. Avevano dodici capitani eguali nell'autorità ai tribuni, denominati *prefetti*, ed un questore. E tutti questi fiancheggiavano l'esercito coll'ordine istesso. Chiamati erano poi *voterani* quei soldati che duravano nel servigio dopo le venti campagne: ed *evocati* gli stessi veterani chiamati di nuovo sotto le armi.

In questa guisa erano composte le milizie che sparsero per tanti secoli il terrore in tutto il mondo, e che riportarono sì segnalate vittorie; finchè il lusso e gli smodati piaceri non giunsero a spegnere ogni desiderio d'onore e di gloria, ad infiacchire le membra, ed a far piombare sulla bella Italia tante e sì lunghe calamità.

Sulla corrispondenza poetica di Dante e Giovanni del Virgilio deduzioni di Marco Giovanni Ponta.

SOMMARIO

Dalla corrispondenza poetica latina di Dante con Maestro Giovanni del Virgilio si raccoglie che la Divina Commedia nel 1319 era tutta pubblicata, salvo che gli ultimi 13 canti del Paradiso.

Molti dei più recenti encomiatori della divina Commedia, fatto codazzo a monsignor canonico Iacopo dei marchesi Dionisi di Verona, danno per certo che Dante Allighieri non abbia pubblicato alcuna parte di essa innanzi il 1319: ed Ugo Foscolo non dubitò con lungo ragionamento asserire che questa, vivendo l'autore, non abbia nè in tutto nè in parte veduto mai la pubblica luce (1). Egli è il vero che il Dionisi tenne due opinioni di epoca tra se molto diverse: concorre nell'una coll' epistola di frate Ilario del Corvo, e dice l'Inferno divulgato nel 1309 (2): ma avendo nell'altra posto per base che il veltro significa lo Scaligero Cane Grande, il quale non ebbe grido di grande se non dopo il 1318, conchiude, afferma, ed a tutt' uomo sostiene che questa prima cantica non potè uscire dalle mani del

(1) La Commedia di Dante Allighieri illustrata da Ugo Foscolo. Lugano 1829 vedi i §§. XXV, CLIV, CLVII.

(2) Aneddoti num. IV cap. XVI tutto e specialmente la nota (5).

poeta al pubblico prima del 1319 (1). Se non che non volendo contraddire a se stesso, si affaccenda quanto sa e può per conciliare a suo senno le cose, supponendo (ottimo ripiego) supponendo che l'Inferno siasi pubblicato due volte: la prima senza la profezia del veltro; che poi sarebbesi aggiunta nella seconda pubblicazione per gratificare all'amor proprio del signor da Verona (2). Tanto anche nei letterati monsignori può l'amor della propria opinione! Io qui non prenderò a sostenere che l'Inferno siasi divulgato nel 1309: nel che, oltre monsignore, avrei l'appoggio del primo storico italiano che è il chiarissimo sig. conte Carlo Troya: nemmeno dirò che ciò avvenisse innanzi il 1314: nel che fare mi avrei molte e ben forti ragioni: ma dico bene e sostengo, che non pur la prima e la seconda parte della Commedia era divulgatissima molto prima del 1319, quando ebbe principio la poetica corrispondenza tra Dante e maestro Giovanni del Virgilio; ma che molti canti dovean pur anche esser noti della cantica terza. Laonde non solo andò, per mio giudizio, errato monsignor Dionisi, ma fu travolto in assoluto errore il Foscolo quando, per asserire che Dante corrèsse le mille fiate i suoi versi, affermò con lunghe declamazioni che per paura delle gravi persecuzioni civili ed ecclesiastiche l' autore non pubblicò mai verso del tripartito poema. Della qual mia sentenza, perchè altri non sospetti aver io ciò detto illuso dalla propria opinione, e indotto da puro talento di

(1) Ivi medesimo, cap. XVII.
(2) Ivi medesimo, cap. XVI e XVII.

contraddire a due classici scrittori, intendo qui addurre le prove principali, non d'altronde che dalle stesse poesie latine di Dante e di maestro del Virgilio raccolte e dedotte.

Il *carmen* di maestro Giovanni da Bologna (per la sua valentia nel poetare latino detto del Virgilio) il quale comincia: « Pieridum vox alma, novis qui cantibus : » come lo è al 1318, così pare che non debba essere posteriore al 1319. Imperocchè toccasi in detta poesia la vittoria della flotta e dell'armata di re Roberto di Napoli nelle acque e nel suolo di Genova contro le schiere di Matteo Visconti, avvenuta felicemente nel 5 febbraio di quest'anno medesimo (1). Però assennatamente assegnano il Dionisi e tutti i critici a questo dettato l'epoca della prima metà dello stesso 1319. Ciò premesso ed avuto qual base incontrastata dei seguenti raziocini, io prendo ad argomentare così.

Era noto a Giovanni del Virgilio nel 1319 che fine precipuo del poema, intorno a cui da lunghi anni lavorava Dante Allighieri, era la conversione morale della civile società: laonde ha potuto al *carmen*, che a lui diresse, dar questo franco esplicito e nobile cominciamento.

« Pieridum vox alma, novis qui cantibus orbem
Mulces lethifluum, vitali tollere ramo
Dum cupis, evolvens triplicis confinia sortis
Indita pro meritis animarum, sontibus Orcum, etc. »

(1) Dionisi aned. IV. cap. XII.

Dalla cognizione di questo rettamente si argomenta che maestro Giovanni avesse già ponderata una gran parte della divina Commedia: chè di vero il pieno intendimento di una poesia allegorica difficilmente, per non dire impossibilmente, si discopre dalla semplice lettura di pochi versi, o di alquanti terzetti. Anzi ove ne piaccia seguire attenti le sue parole, ci avvedremo senza fallo, che egli così scrivendo aveva letto non pure tutto l'Inferno, non pure tutto il Purgatorio, ma ed altresì molti canti del Paradiso. Imperocchè supponiamo un istante che il poeta bolognese, allorchè s'accinse a dettare questi versi a Dante, non avesse ancor letto parola della sua Commedia, ma che per altrui relazione soltanto gli fosse noto che l'Allighieri descriveva in un poema volgare un viaggio a secolo immortale; siccome già fatto avea Virgilio in persona di Enea ed in quella d'Orfeo, e come prima di lui avea praticato Omero in persona di Ulisse, ed altri poeti greci e latini in quella di Ercole di Piritoo, di Teseo, di Castore e Polluce non che di altri. Supposto questo, comecchè molto improbabile sia che un uomo saggio, qual era veramente maestro Giovanni, volesse scrivere, siccome di cosa a lui ben cognita, di un poema che egli mai non vide: sorgerebbe naturalmente l' illazione che, udita simile notizia, ei dovesse colla mente figurarsi che il protagonista del nuovo poema avrà visitato un inferno, avrà veduto un eliso non diverso molto da quello che descrisse Virgilio, e gli altri poeti vetusti, che a questo han preparato l'idea. Io ritengo questo per così naturale e certo, che oso affermare presso che incredibile che un poeta a quella

stagione potesse (senza conoscere il trattato della Commedia) farsi altra idea del mondo di là da quella di tutti i poeti della classica antichità. La cosa per altro addivenne all'opposto nel poeta bolognese. Giovanni trascura Virgilio, non fa conto d'alcuno degli antichi vati greci e latini: ma, secondo la fede cristiana, riparte il dettato di Dante in tre parti: nè si tiene, che per circonlocuzione fa saputo queste essere Inferno, Purgatorio e Paradiso: nè ciò solo; ma sebbene Virgilio abbia allogato a contatto e quasi nel medesimo piano dell'Inferno i suoi campi elisi, pure il nostro maestro Giovanni dà a ciascun dei tre regni posizione al tutto propria e distinta, sia di luogo, sia di elevazione: nè omette che lor non assegni precisamente quegli stessi confini che il fiorentino poeta ebbe a quelli nella Commedia prefisso. In vero eccoti in quai parole il bolognese amico determina il posto dei dannatt, dei purganti e degli spiriti beati.

» . . . . evolvens triplicis confinia sortis
» Indita pro meritis animarum, sontibus Orcum,
» Astripetis Lethen, epiphoebia regna beatis. »

Ora si noti di grazia: è assegnato per luogo ai dannati l'Orco, il quale per Dante, nè più nè meno che per Virgilio, è nel centro della terra: ai purgantisi (o *astripetis*, come qui son detti ad imitazione di Dante, che definì il Purgatorio pel secondo regno « Ove l'umano spirito si purga, E di salire al ciel diventa degno ») si assegna per confine *Lete*: il quale è per buona ventura il primo dei fiumi, in che si lavano le anime purgate all'atto di avviarsi alla gloria

celeste. Ma e come mai seppe il Del Virgilio che Lete, posto da tutti i poeti e non poeti gentili e cristiani nel profondo baratro, pel cantor di Beatrice non uno dei fiumi infer nali, ma era uno di quei santi rivi ove s'inebbriano coloro: « Che son Puri e disposti a salire alle stelle? » Per me dica altri che sa e vuole: ma io ritengo per indubitato che chi questo disse, ei lesse e rilesse tutta quanta è la prima e la seconda parte del sacrato poema. Cotal mia credenza riceve la massima delle conferme (se pur non erro) dai seguenti versi di maestro Giovanni. Egli, mal prevenuto della volgar poesia tenta, ogni via e ragione di rivocar da quella l'amico fiorentino, sino a consigliarlo e scongiurarlo per ciò che i poeti più alletta, la gloria, a desistere pur una volta dalla continuazione della sua Commedia volgare, come quella che primieramente violentava le muse ad assumere una veste indegna, e secondamente veniva senza riserva alcuna sprezzata da tutta la schiera dei saggi:

» Tanta quid heu semper iactabis seria vulgo,
» Et nos pallentes nihil ex te vate legemus?
» . . . , clerus vulgaria temnit. »

Ed a solennemente rinforzare la sua sentenza, ed ottenere il pronto effetto del suo consiglio, non teme giovarsi del gravissimo argomento della veneranda e classica autorità degli antichi verseggiatori:

» Praeterea nullus, quos inter es agmine sextus,
» Nec quem consequeris coelo, sermone forensi

» Descripsit: quare, censor liberrime vatum,
» Fabor, si fandi paulum concedis habenas.
» Nec margaritas profliga prodigus apris,
» Nec preme castalias indigna veste sorores. »

Qui sono due formali citazioni della Commedia; la prima, *Quos inter es agmine sextus*, accenna e traduce quel trinaro del quarto dell'Inferno, ove accolto Dante nella compagnia di Omero, di Orazio, di Virgilio, di Ovidio e di Lucano, di se stesso dice: « E più d'onore ancora assai mi fenno, Ch' essi *mi fecer della loro schiera*, *Sì che fui sesto tra cotanto senno* » (Inf. c. IV, v. 100). E la seconda, *Nec quem consequeris coelo*, si riferisce manifestamente alla compagnia di che l'onora Stazio in persona dal ventunesimo canto a tutto il fine del Purgatorio. Si vuol di più? supposto, che il Del Virgilio non abbia veduto mai la Commedia, come sa egli che Dante stesso ne è il protagonista? In fatti egli ciò mostrò di saper molto bene quando scrisse, che esso era sesto coi poeti antichi nel Limbo, e che ebbe a compagno Stazio nella salita del sacro monte. Dunque, chi sostener non voglia che questi due amici (Dante, dico, e maestro Giovanni) avessero, per un miracolo non più udito, le stesse idee, non può ammettersi l'ipotesi testè proposta, che il poeta bolognese dettasse il *Carmen* prima d' aver letto e ponderato tutto, quanto si estende, l'Inferno ed il Purgatorio.

Ma chi mai, dopo intese le seguenti ragioni, non affermerà meco, lui aver già letto altresì un buon tratto dello stesso Paradiso? Continuandosi quel da Bologna ad indicare il proprio confine posto dal

fiorentino poeta a ciascun dei tre regni, dice: « Indita .... *epiphoebia regna beatis.* » Quest'*epiphoebia regna* determina senza manco nessuno il proprio luogo, ove comincia, e donde s'innalza tutto l'immenso spazio del Paradiso di Dante. Per verità in questa terza canzone, elevatosi il viatore dalla divina foresta ver le celesti sfere, traversa l'aria, traversa il fuoco e nulla persona incontra sul portentoso cammino: finalmente addentratosi nella sfera lunare (la più a noi vicina tra i sette pianeti) ecco che comincia ad affacciarsegli alcuna schiera di beati: prosegue il suo volo verso il cielo di Mercurio, di Venere, del Sole e di tutti gli altri pianeti e stelle superiori sino all'empireo, sempre beandosi in nuove feste ed in nuovi tripudi distinti delle tante classi dei lieti comprensori. Ond' è che veramente il regno dei beati, principiato dalla luna, comprendendo tutto quel tratto che di qui si eleva sino all'empireo, esso pure compreso, poteasi con esatta proprietà di concetto affermare che ai beati fu assegnato il *regno sopra lunare*, che tanto vale l'*epiphoebia regna beatis.* Ma siccome innanzi a Dante niuno (salvo Platone) immaginò il regno celeste ripartito in tal modo; così non saprebbesi ammettere che Giovanni del Virgilio assegnasse con pari franchezza e verità questi confini stessi al Paradiso dell'alta fantasia di Dante senza averne prima esaminata, non che veduta, la sua formale descrizione. Adunque, io ripeto una volta ancora, chi disse al Paradiso della Commedia *epiphoebia regna*, questi già ne avea tenuto lungamente sott'occhio una buona porzione. Laonde, ricapitolando il sin ora provato, si raccoglie, che mae-

stro Giovanni al tempo che dettava il suo *Carmen* a Dante avea di già letto e tutto l'Inferno, e tutto il Purgatorio, e non pochi dei canti che fan glorioso principio al Paradiso.

Veramente non mancherà tra' miei lettori chi possa farmi questa od altra simile istanza. Tutti sappiamo essere volgar credenza de'cristiani, che le anime sante si raccolgano nel cielo, e precisamente nel decimo, il più elevato, che denominano empireo. Conosciuta la sì fatta opinione, chiunque senza aver letto verso del Paradiso di Dante potea di lieve supporre, che questi, grave poeta e buon cristiano, abbia assegnata ai beati *i regni sopra lunari*: chè in verità come tutte le altre sfere celesti, l'empireo è superiore a quello della luna. Non è certo adunque, come qui si sostiene, che dall'*epiphoebia regna beatis* si argomenti con tanta certezza, quanta altri crede, che maestro Giovanni avesse già veduto nè molto nè poco del Paradiso dantesco.

Riconosco la forza dell'oppostomi argomento, e concedo che, nella volgare opinione parlando, il Paradiso credesi collocato al di sopra della luna: aggiungo anche volontieri, che col volgo potea uno scrittore affermare, che il Paradiso è un *regno sopra lunare*. Ma appunto perchè questa è la opinione volgare, nè fu seguita mai da alcuno dei classici poeti nè latini, nè greci, dico e sostengo che questo non potea, che questo non dovea supporsi del Paradiso di Dante: Imperocchè mi si fa, se non incomprensibile, molto improbabile almeno, che un poeta scrivendo ad altro celeberrimo poeta intorno alla meccanica economia da esso adottata in un suo poema

volesse affermare, lui aver colla poetica fantasia seguita ed incarnata la comunissima opinione che i volgari credono sul regno degli eletti. Chi sa quanto sia dilicata e quanto amante della novità e della propria gloria un'anima poetica non ammetterà si facilmente codesta supposizione. Vero è non pertanto di meno, che puossi affermare da chi già l'ebbe veduta, che Dante ha dato per fondamento all'altissima sua fantasia del Paradiso quasi la nuda e pretta opinione del volgo: ma che Giovanni del Virgilio, senza averla veduta in verso, ardisse scrivere all'autore tal cosa, non sommelo proprio persuadere. Ma pur così è: l'amico Giovanni scrisse in tal modo all'Allighieri, nè temette di offenderlo: dunque ben ei sapeva, e di certa scienza conosceva se, e come, e quanto fosse questo conforme al vero.

La nostra conclusione (che quando altri scriveva al poeta fiorentino aver lui assegnato *epiphoebia regna beatis*, questi avea di già veduto un lungo tratto dell'ultima parte della Commedia) comecchè già certa, si fa poi certissima per quello che nel medesimo *Carmen* si aggiunge. Imperocchè ivi si procede in sì profonde distinzioni della struttura dell'Inferno e del Paradiso; che per poco è affermato con espressa loquela, che se Dante, ponendo la valle dolorosa nel centro della terra, ed il regno beato nell' empireo cielo, ha tenuto dietro al credere del popolo; non però fu tale quando assegnò e distinse in ciascun regno le parti, l'economia e l'architettura rispettiva. In questo fare diede tale una prova di scienza, di criterio e di magistrale infrenazione all' arditissima sua fantasia, che non pochi letterati, non che il volgo,

s'affaticherebbero in vano a volerla in alcun modo comprendere. Ondechè, al dire del vate bolognese, non è pei volgari l'intelligenza della prima e terza cantica, quantunque scritte in versi volgari, ed il poeta indarno per loro a cotanta fatica si accinse. Ecco i suoi detti:

» Tanta quid heu semper iactabis seria vulgo ?
» Et nos pallentes nihil ex te vate legemus?
» Ante quidem cythara pandum delphina movebit
» Davus, et ambiguae Sphingos problemata solvet,
» *Tartareus praeceps quam gens idiota figuret,*
» *Et secreta poli vix experata Platoni* : »

Ora vorremo, o potrem noi credere che il Del Virgilio scrivesse di questa forma sulla difficoltà a comprendere l'Inferno ed il Paradiso della Commedia come fa chi scrive di libri e poesie ch' ei non ha letto? Se così fosse per avventura, che cioè il poeta da Bologna avesse esposto questo su di una semplice e vaga bucinazione, che Dante da lungo tempo intendesse a tutt'uomo a comporre un poema sui tre regni spirituali, con quale animo e con qual buon criterio avrebb'egli talmente esagerato la difficoltà che gli idioti ed i savi giugnessero mai ad immaginare quel suo poetico edifizio? Ed anche perchè mai si parla cotanto della difficoltà a figurarsi l'Inferno ed il Paradiso, intanto che nulla, affatto nulla, si dice sull'intelligenza del Purgatorio? È vero in fatti che lievissima è la intelligenza di questo secondo regno montano, intanto che difficilissima veramente è quella del primo e dell' ultimo. Ma se

Giovanni non avesse innanzi tratto veduto la composizione della prima, della seconda, ed anche della terza cantica, come bastava egli, non dico ad immaginare, ma ne anche solo a sognare la sì strana diversità? Per mia fe, se l'uomo avesse voluto supporre che Dante in questa poesia abbia preso a modello Virgilio (come far dovea chi mai non lesse la propria descrizione della Commedia) facile era ai lettori l'intendere ed immaginare la struttura dell'Erebo e degli elisi visitati dal pio Enea, più che facile poi l'immaginare l'Inferno che Omero fa visitare al prudente Ulisse : nè non difficile sarebbe stato l'immaginare tutte le goffe costruzioni dell'inferno descritte dai romanzi e dalle varie leggende, che in ogni paese a quei dì correano per mano della plebe. Ma per contrario con assennato ragionare si afferma dal poeta, che più facilmente avrebbe Davo colla lira tratto a se il delfino, e disciolti i forti enimmi della Sfinge, di quello che la gente idiota riesca mai a figurarsi l'Inferno ed il Paradiso di Dante. Come asserire questo, io ripeto, se chi dice non aveane co' propri occhi riconosciuta la difficoltà? La quale in vero è tale, e tanta pel solo Inferno, che i più grandi uomini ed i più profondi architetti e matematici vi penarono molto e molto per intenderla ed adombrarne la figura in carte. Nè questa difficoltà, che già sembra massima nell'Inferno, si fa minore: chè anzi cresce a mille doppi nella cantica del Paradiso. Il perchè assennatamente disse maestro Giovanni :

» Et secreta poli vix experata Platoni. »

Certo sì, il secreto meccanismo di tutto il Paradiso dantesco è così recondito e seminato di tai difficoltà ed astruserìe scientifiche d'ogni fatta, che il Del Virgilio così poco ne intendeva quanto alla struttura celestiale, che non risparmiato se stesso, tutto che letterato e poeta, affermò che soltanto, anzi appena Platone basterebbe a quella comprendere tutta ed ammirare : *vix exsperata Platoni.* La qual frase dall'antico postillatore si risolve in *ex spera tracta*, quasi a dire tratta fuori dalla oscurità che involve la scienza della sfera celeste. In fatti Dante non descrisse solo che lo stato delle anime beate in Paradiso, ma facendosele venire incontro in ciascuna delle nove sfere mobili, seppe meglio che gli antichi poeti innestare alla descrizione della beatitudine anche la scienza fisica, metafisica ed astrologica (così allor s'appellava la scienza dei cieli) in tutta la sua estenzione, secondo che a quei tempi era conosciuta. Però chi non è bene addentro nella cognizione della universale scienza filosofica antica, è niente che riesca a figurarsi il dantesco Paradiso. Nè qui havvi per noi esagerazione alcuna: è Dante che di questo ne fa scorti là sul cominciare del secondo capitolo di questa ultima parte. « O voi che siete in piccioletta barca (ei grida ad ogni lettore) Desiderosi d'ascoltar seguiti Dietro al mio legno che cantando varca, Tornate a riveder li vostri liti, Non vi mettete in pelago; chè forse Perdendo me, rimarreste smarriti. L' acqua, ch'io prendo, giammai non si corse, Minerva spira, e conducemi Apollo, E nove muse mi dimostran l'Orse. Voi altri pochi, che drizzaste il collo Per tempo al pan degli angeli, del qual Vivesi quì,

ma non sen vien satollo, Metter potete ben per l'alto sale Vostro naviglio, servando mio solco Dinanzi all' acqua che ritorna eguale. Quei gloriosi che passaro a Colco, Non s'ammiraron, come voi farete, Quando Iason vider fatto bifolco ». A sì solenne, a sì calzante ammonizione, mirava di fermo maestro Giovanni quando disse del Paradiso :

« Et secreta poli vix experata Platoni. »

Imperocchè traducendo ben tosto in latino questi medesimi concetti, a mostrare che Dante nei versi volgari invano si promette l'attenzione dei sapienti, pei quali, e non per gli idioti, si dichiara aver dettato il Paradiso, così parla in persona di lui; e tosto gli risponde :

« *Non loquor his, immo studio callentibus, inquis;*
» *Carmine sed laico* : clerus vulgaria temnit,
» Etsi non varient, quum sint idiomata mille. »

Dissi che qui è traduzione : in fatti il *non loquor his*, che son gli idioti, risponde all'*O voi che siete in piccioletta barca*.... Tornate a riveder li vostri liti, chè io non parlo a voi. E quell'*immo studio callentibus* è il *voi pochi, che per tempo drizzaste il collo al pan degli angeli*, metter potete vostro navigio ec. Avvertasi in conferma di questo che l'amico da Bologna non scrisse tu *dirai*, *inquies*, come usa chi vuol prevenire una risposta che gli possa venir fatta; ma assolutamente *inquis*, *tu dici*, al modo di chi attende a ribattere l'altrui espresse ragioni. Dunque

non rimane dubbio che maestro Giovanni già sapeva di certa e propria conoscenza, che nel poema di Dante, e massime nel Paradiso, era volgare il verso, ma ricco di profonda dottrina il concetto, così che appena Platone avrebbe saputo ammirarne la piena bellezza. Però non meravigli alcuno che noi dopo tali argomenti e premesse passiamo a conchiudere definitivamente, che l'autore del *carmen* esaminato conosceva per propria lettura, non pure le prime due, ma sì anche una non breve porzione dei canti dell'ultima parte della Commedia.

Il processo da noi seguito per giugnere a questa conclusione fu per guisa rigoroso nei raziocini, grave nelle testimonianze allegate e concatenato nelle susseguite deduzioni, da prometterci favorevole il suffragio di tutti i nostri lettori. Conciossiacosachè certo è che niun uomo assennato si accinge a parlare di un poema ch'egli non conosca; molto meno ciò farà discorrendo con altra persona valente; e meno ancora quando di quello ne parli, anzi quando ne scriva al proprio autore, e ad un autore della tempera che fu Dante Allighieri. Laonde tutti saran meco ad affermare, che poichè maestro Giovanni del Virgilio entra con franca parola sul minuto giudizio dello spirito principale di ciascuna parte della Commedia con un solenne poemetto latino al poeta autore, è tra le cose ragionevoli il dire e sostenere, che egli ebbene innanzi avuta chiara, distinta e piena cognizione: questo però non potè essere che previa una posata lettura di quella composizione: dunque è tra le cose certe che maestro Giovanni, all'epoca del 1319, ebbe tra mano, oltre tutti quelli della pri-

ma e della secenda, anche parecchi canti dell'ultima parte del sacrato poema. Nè ciò solo oso dire, ma quindi mi spingo ad asseverare che a quell'epoca stessa già era universalmente divulgata la Commedia, non pure nelle intere prime cantiche, ma ed oltre alla metà anche nella terza. Ondechè probabile si fa e la narrazione del Sacchetti della severa lezione data al ferraio, e della forte batacchiata che Dante adirato diede al mulattiere che dicean male il suo libro (1): e il fattarello delle femmine di Verona che, udendo lui, « Ecco dicevano, verso Dante, colui che va per l'inferno e torna quando a lui piace, e qua reca novelle di quelli che laggiù sono ». Di vero anche Filippo delli Stabili, più noto sotto il nome di Cecco d'Ascoli, nel suo poema l'*Acerba*, pubblicato molto innanzi dell'anno 1327, in cui morì, non lascia di criticare l'Inferno di Dante come se questi fosse vivente ad udirlo, nè si dimentica di dire che Beatrice conduce seco il suo amante in Paradiso (2). E messer Cino da Pistoia non prima intese la morte del suo amico Dante, avvenuta in Ravenna, che tosto dettò una caldissima canzone in sua lode, nella cui licenza, imprecando a Firenze le dice: « .... Ben puo'trar guai, Ch' omai ha' ben da lungi al becco l'erba. Ecco la profezia che ciò sentenza: Or è compiuta, Fiorenza, e tu'l sai . . . » (3). Ma senza ciò fa cenno al santo fine di tutta la Commedia dicendola « L'acqua, nella quale si potea specchiare Cia-

(1) *Novelle* di Francesco Sacchetti. *Novella* 114.
(2) *L'Acerba* lib. 2, cap. 1.; lib. 5, cap. 10 e lib. 1, cap. 2.
(3) Canzone : « Su per la costa, amor de l'alto monte.

scun del suo errare, Se ben volem guardar nel dritto segno » (1). E qui, per tacer di altre men decisive, si aggiunga la validissima testimonianza dell'*Ottimo Commento* (come da molti si appella), il cui autore, già amico e famigliare di Dante, conforta alcuna fiata le sue chiose come se le avesse udite dallo stesso poeta a tal uopo espressamente interpellato (2). Cose tutte, fatti e parole che presumono nel 1319 l'universale divulgazione di presso che tutta la divina Commedia.

Ben so io che a sì forti ed esplicite conclusioni si opporrà da taluno la sentenza di Ugo Foscolo: il quale sostenendo a suo modo, che Dante non pubblicò mai verso del poema, sia per cessare la persecuzione del clero e dei potenti e delle città in quello infamati, sia per poter innestare nel suo lavoro tutti quei nuovi fatti, che mano mano si presentavano, ad infamia degli avversari, ed a commendazione degli amici: pure concede che Cino da Pistoia possa « aver indotto l'autore a lasciarli conoscere alcuni tratti sconnessi del suo gran poema; » e più forse che non erano noti a moltissimi. » Inoltre lascia comprendere che più ancora ne conoscesse Cecco d'Ascoli (3). Nè dissente dal supporre che alcuni canti del Paradiso fossero anche mostrati a Can Grande della Scala (4). Ora soggiungeranno gli

(1) « I'penso ch'egli è secca quella fonte — Nella cui acqua si potea specchiare — Ciascun del suo errare, — Se ben volem guardar nel dritto segno. » —

(2) Inf. c. X, v. 85, e c. XIII, v. 144.

(3) *La Commedia* ec. illustrata § CLXIV.

(4) Ivi § LXXXIX.

oppositori, come l'ebbe Cino da Pistoia, Cecco d'Asoli e Cangrande, così potè averne notizia privata e ristretta anche l'amico maestro Giovanni Del Virgilio; e su questa lieve cognizione privata di alcuni canti separati poteva agevolmente ragionarli, come nel suo *carmen* fa, di tutta la Commedia e della insuperabile arduità a pienamente comprenderla. Il perchè non è vero che dalla poesia latina di messer Giovanni si arguisca la pubblicazione della Commedia, vivente l'autore.

Questa opposizione, comecchè appoggiata alla sentenza di un rinomato autore, è più debole che altri non crede. Ugo Foscolo, a quanto rilevo dal suo discorso sul testo della Commedia, ove non ne fa parola, non seppe di questa poetica corrispondenza tra Dante e maestro Giovanni. Se l'avesse conosciuta, certo avrebbe o mutata opinione, o studiato nuovi sotterfugi per evadersi dalle potentissime difficoltà che indi gli si attraversano. Perocchè visto come in esso *carmen* si toccano distintamente certe cose che fan certo arguire la cognizione di tutto il poema, avrebbe trovato qualche scappatoio come fece coll'ascolano dicendo, che gli fu comunicata la commedia segretamente, *il quale fu condannato nel* 1327 *dal santo uffizio.* Facendo così sospettare che questi fosse in secretissima lega di setta con Dante. Ma questo non è che un gettare una spaventosa nube agli occhi dei lettori perchè non veggano più avanti. Vano sotterfugio: l'Ascolano critica e deride nell'*Acerba* non uno, non due canti, ma quasi tutto l'Inferno: e lo fa con quella sua natural albagia, che lo svela invidioso della fama, che pel

poema Dante universalmente godeva: il che distrugge affatto il supposto consorzio di setta. Cino poi parla del libro di Dante per guisa, che fa comprendere essere stato cognito non pure a se, ma comunemente ai letterati di quel tempo. « Io penso ch' egli è secca quella fonte (così lamenta la morte dell' Autore) Ne la cui acqua si potea specchiare Ciascun del suo errare, *Se ben volem guardar nel dritto segno.* » Qui s' intende senza meno della Commedia, e se ne parla come di libro non riservato, non raro, ma alla mano di tutti: « Nella cui acqua *si potea speechiare Ciascun* del suo errare. » In mia fe difficilmente ciascuno potrà specchiarsi in un'acqua gelosamente occultata. Dunque di niuna forza è contro noi la fatta obiezione, come quella che poggia su delle false supposizioni.

Quì però non mancherà chi nuovamente instando ripeta, che ben si concede che il testo della Commedia fosse a cognizione di alcuni amici dell' autore, tra' quali maestro Giovanni, ai quali fosse dal poeta con somma riservatezza mostrato, o anche mandatane copia: ma che pur tuttavia la natura stessa del libro fa chiunque persuaso, che non dovesse mai venir pubblicato dal proprio autore, se pur voleva cessare le più gravi persecuzioni.

Nè questo pure si concede. Primieramente chi crederà che Dante, supposto dal Foscolo così guardingo e timoroso da nascondere il poema per non arrischiare la vita, volesse poi lasciarne copia ad alcuni amici? E non era questo l'esporsi a certo risico che, discoperto il satirico suo lavoro da quella esagerata moltitudine di nemici, che il Foscolo enu-

mera, fosse quando che sia, e quando men l'aspettava compromesso nella pace e nella vita? Era infatti tra i possibili eventi, e che il trasmesso manoscritto cadesse tra via nelle mani degli invidi: e che in quei tempi dalle parti travagliatissimi, quando molti mutavan parte dalla state al verno, l'amico stesso, cangiatosi d'opinione, producesse contro l'autore, qual corpo di accusa, alla parte avversa l'esemplare della Commedia. Il perchè non è chi non veda che inammissibili in qualunque modo ritornano tutte quante le fatte opposizioni.

Se non che a qual dei lettori non tornassero sufficienti le addotte risposte, quasi che gli sembrassero intessute di gratuite ragioni; abbiane qui altre che a quelle faranno opportuno ed incrollabile appoggio. Nè queste traggonsi altronde che dalla stessa poetica corrispondenza, di che abbiamo cominciato e continuato a ragionare. Io dico adunque che dalle poesie di maestro Giovanni si desume con tutta la desiderabile certezza, che nel 1319 al volgo, non che ai letterati, era noto e saputo quasi tutto il sacrato poema. In fatti opinando l'amico Giovanni che non sia da comporre di cose scientifiche nel verso volgare trascurato dai letterati, aveagli detto che il volgo non intende, e che per arroto colla mala pronunzia espone sulle piazze alla pubblica derisione il suo dettato:

» Quae tamen in triviis numquam digesta coaxat
» Comicomus nebulo, qui Flaccum pelleret orbe ».

Non è questo un aperto dire: Il tuo poema è pei

trivi ignorantemente gracidato da tai buffoni comici che costringerebbero Flacco, se ci fosse, a fuggire del mondo? Certa cosa è che il latino usa verbo sprezzativo e di tempo presente (*coaxat*): certa cosa è che questo fatto, come a tutti noto, lo scrivea Giovanni direttamente a Dante; il quale se, come testè venne supposto, a lui solo avesse confidato un esemplare della Commedia, poteva e dovea dirgli indignato: Se il buffone lo gracchia pei trivi, il primo buffone fosti tu, messer Giovanni mio, che hai fatto pubblico uno scritto che a tutto rischio della mia persona confidai al tuo più alto segreto. Questa risposta sarebbe stata ben naturale: ma Dante non la fece, e l'amico senza temerla, e senza offender l'amicale segreto, ha potuto dirgli che la sua poesia: *In triviis comicomus nebulo coaxat.* Laonde abbiasi per fermo che nel 1319 quasi tutta la divina Commedia era e pubblicata, e divulgata, e cantata dai buffoni pei trivi e sulle piazze.

In verità che se gli uomini fatti men cavillosi fossero più docili alla voce del vero, non sarebbero abbisognate tante parole a far riconoscere ed accettare per genuina la nostra illazione. Bastava pure l'ingenua lettura dei versi di maestro Giovanni per udirsi confermare dal proprio intimo senso, che quivi parlasi della Commedia come di un libro notissimo a tutti i letterati, ma poco da essi apprezzato, ed universalmente così divulgato nel popolo che correa per la bocca di tutti i zanni. Di fermo non era questo il principio del *carmen*?

» Pieridum vox alma, novis qui cantibus orbem
» Mulces lethifluum, vitali tollere ramo
» Dum cupis, evolvens triplicis confinia sortis ....
» Tanta quid heu semper iactabis seria vulgo ?
» Et nos pallentes nihil ex te vate legemus ? »

Vale a dire : « O tu che da tanti anni vai blandendo il mondo corrotto (ove i sapienti non eran compresi) con versi di nuovo idioma , perchè continuerai tu ancora a gettare le preziose tue sentenze al volgo; e noi, fatti pallidi all'ombra di Parnaso, non leggerem mai nulla di tuo nel linguaggio dei dotti? » « Tanta quid *heu semper* iactabis seria vulgo ? » In verità che è ormai tempo di finirla con questo tuo continuo cantare della Commedia. » Tale è il compendiato, ma vero concetto dei versi allegati. Ove però alcuno (ammesso questo per verissimo, quale ce lo presentano le parole), dubitasse tuttavia se il libro gracidato pei trivi e a tutti noto comprendesse tutta la Commedia, o alcuni tratti soltanto , giugnerebbe opportuno quel brano, con che Dante nell' egloga risponde all'amico da Bologna:

» ...Quum mundi circumflua corpora cantu,
» Astricolaeque meo, velut infera regna, patebunt,
» Devincire caput hedera lauroque iuvabit. »

Che in sentenza viene a dire: « Allorquando col mio canto avrò reso a tutti cogniti e manifesti i corpi celesti, ed i loro abitatori (*Quum mundi circumflua corpora, astricolaeque patebunt*), come già lo si sono i due regni inferiori, il Purgatorio e l'Inferno (*ve-*

lut infera regna), allora, dico, io penserò a coronarmi di edera e di alloro. Quindi l'autor dichiara all'amico che l'Inferno già era pubblicato, e che similmente già lo era il Purgatorio, ma che a quel tempo era tutto sul metter fine al Paradiso per tosto mandarlo alla luce. Dunque nel 1319 per attestazione espressa dell'autore, già essendosi fatta quella delle prime due, più non mancava che la pubblicazione della cantica terza ed ultima. Se non che noi ci siamo testè avveduti per le sue parole e sentenze, che il Del Virgilio avea già conosciuto alcuna cosa anche del Paradiso, solo però ci era dubbio se in tutto, o lo conoscesse soltanto in alcuni de'suoi canti. Ora nel sentire dal poeta che questa parte non era ancor così manifesta come le prime due, siam fatti scorti che di vero il Paradiso non era interamente nè pubblicato, nè finito, ma che pur ciò non ostante neppur era al tutto sconosciuto. Tanto si raccoglie dalle parole di Dante, il quale non dice che il Paradiso non era al tutto noto; ma che non lo era al modo stesso, ciò è interamente, come lo erano e l'Inferno ed il Purgatorio: « Quum mundi cir- » cumflua corpora, astricolaeque, *velut infera regna*, *patebunt* ». In tal modo ci si mostran d'accordo e l'amico che discorre coll' autore sulla difficoltà di questa cantica, e l'autore che risponde all' amico: « Sono occupato a terminarla per farla tutta pubblica essa pure, come le prime due già lo sono ». Però dicono vero ambidue insieme, e noi da loro apprendiamo, che poco più mancava al pubblico per allietarsi nell'armonia dell'intera Commedia.

Parrà di qualche rilievo (certo io lo spero) que-

sta asserzione, come quella che, mantenutasi conforme alla sentenza di maestro Giovanni, ha ottenuto l'esplicito suffragio dello stesso Allighieri. Ma ove un mio giudizio fosse approvato, noi potremmo affermare, con molta probabilità di bene apporci, che il poeta era di quei giorni inteso agli ultimi dieci canti. Dirò in breve per quali indizi mi lascio condurre a così fatto pensare. Esternato che ebbe Dante, sotto nome di Titiro, all' amico Melibeo, come egli non volea pensare al poetico alloro se non compiuta la Commedia, si rifà destramente sulle opposizioni che in disprezzo del suo poema volgare gli scrisse l'amico Del Virgilio: e ripetutele tutte una per una, quasi che gli fossero parute forti sì, ma tali ad ogni modo che ei potesse a soprabbondanza superarle colla maestria degli ultimi canti del Paradiso, così, in risposta a Melibeo, continua:

Tit. « .... Quum mundi circumflua corpora cantu
» Astricolaeque meo, velut infera regna, patebunt,
» Devincire caput hedera lauroque iuvabit.
» Concedat Mopsus? (*Melib*:) Mopsus, tunc ille,
quid? inquit.
Tit. « Comica nonne vides ipsum reprehendere verba,
» Tum quia foemineo resonant ut trita labello,
» Tum quia castalias pudet acceptare sorores?
» Ipse ego respondi: versus iterumque relegi,
» Mopse, tuos. Tunc ille humeros contraxit, et,
Melib. Ergo
» Quid faciemus, ait, Mopsum revocare volentes?
Tit. » Est mecum, quam noscis, ovis gratissima, dixi,
» Ubera vix quae ferre potest, tam lactis abundans,

» (Rupe sub ingenti carptas modo ruminat herbas)
» Nullo iuncta gregi, nullis assuetaque caulis,
» Sponte venire solet, numquam vi poscere mulctram:
» Hanc ego praestolor manibus mulgere paratis;
» Hac implebo decem missurus vascula Mopso ».

La pecorella fecondissima di latte, docile a Titiro, e sopra ogn'altra a lui cara, la quale ruminava allora allora le colte erbette all'ombra d'una rupe ingente, io la interpreto per la feconda fantasia, cioè la musa italiana, di Dante: la quale prontissima ad ogni sua brama poetica si prestava usualmente al suo verseggiare. Or questa fantasia, raccolte già le cognizioni opportune, stavasi meditandole all' ombra d'un'alta montagna, che è la filosofia, cioè tutto il corpo delle scienze. In fatti ruminare figuratamente significa ripassare colla mente le concepite idee: e questo non si fa utilmente che all'ombra, cioè coll'aiuto, della filosofia, che è la vera sapienza ordinatrice, propria ed unica delle mentali nostre operazioni (1). Il perchè Dante rispose a Melibeo, che attendeva la sua mistica pecorella, da cui mungerà tosto dieci mastelletti di latte, simbolo di altrettanti canti della Commedia, per mandarli a Mopso: acciocchè, sottintendi, veduto sì bel dono muti pensiero per modo sulla

(1) Dice monsignor Dionisi (nota a questo verso, Aned. IV): « Con questa rupe smisurata volle il poeta accennare il monte altissimo del Purgatorio, a fornir la cantica del quale egli allora » era intento. » Ciò mi è veramente inconcepibile. Poichè la cantica seconda, così come la terza e la prima, è un latte proceduto dal ruminare dell'agnella di Dante; or come stavasi questa ruminando all'ombra del monte del Purgatorio, il quale fa parte integrale del medesimo latte?

Commedia, da dover credere il suo autore degno della poetica corona. Che questa fosse la intenzione di Dante in quelle parole simboliche, di far ricredere l'amico Del Virgilio (sotto nome di Mopso) intorno al merito della sua commedia col misterioso dono del latte, lo si rileva necessariamente dall'essere essa l' unica risposta a Melibeo, che udita la contrarietà di lui alla rima volgare chiedeva a Titiro: « *Quid faciemus Mopsum revocare volentes*? Ecco che faremo, disse Titiro: *Est mecum ovis gratissima, hac implebo decem missurus vascula Mopso.* Lo convertirò, gli farò mutar parere, con questo nuovo regalo. Chè se a questo non fosse stata diretta l'intenzione di Dante con quelle parole, egli (cosa incredibile) non avrebbe dato risposta al *quid faciemus Mopsum revocare volentes* di Melibeo: chè in vero altra non ne trovi per tutta l'egloga esaminata.

Io pertanto, persuaso che i dieci vasetti di latte regalati a Mopso per rivocarlo siano figura di alquanti capitoli del Paradiso, chè le prime cantiche, come provato è, già eran compiute e pubblicate: e ritenuto che già era nota in parte anche questa, ma non interamente: e considerato che Dante voleva pur convincere l' amico che la poesia volgare può quanto la greca e la latina farsi degna dell'alloro: aggiunto pure che Dante questo non volea (e lo dice espressamente) se non compiuta la Commedia: io per tutto questo rilevo che le dieci misure di latte della carissima agnella di Titiro siano il vero simbolo degli ultimi dieci canti che ancor mancavano al pieno compimento del poema sacrato: i quali però non erano a quei giorni composti, ma

l'autore intentamente vi si era occupato : *Rupe sub ingenti carptas modo ruminat herbas: hanc praestolor manibus mulgere paratis.*

La nostra deduzione sembra in parte conforme, ed in parte contrar ia alla costante tradizione del poema. Dalla quale sappiamo che l'autore morì senza aver pubblicato gli ultimi tredici canti del Paradiso: i quali pur nondimeno erano composti essi pure, ma giacevan così gelosamente celati, che fu quasi miracolo il rinvenirli. Laonde come può dirsi con verità, che il poeta promette gli ultimi dieci canti all'amico, quando sappiamo, che non solo questi, ma ben tredici ne mancavano a far compiuto il volume? Questo par vero: ma chi sottilmente consideri le parole dell'egloga s'avvedrà, che Titiro non afferma espressamente, che manderà questi soli dieci vaselli di latte, ma sì, che mugnerà dieci vaselli da mandare a Mopso; colle quali parole non vieta che con questi dieci da mugnere tra breve sia per mandarne tre altri munti nella stessa giornata. In somma Dante transuntivamente fa noto che attendeva alla tessitura degli ultimi dieci canti da inviare all'amico: ma lascia luogo a supporre che a questi avrebbene aggiunto alcun altro, poco prima ultimato, per dar compimento a tutto il poetico lavoro.

Non so se tutti i miei lettori ammetteranno la presente interpretazione, la quale per verità determinerebbe in quale stato fosse tutta la Commedia nel 1319. So pur nondimeno che ad alcuno potran sorgere in mente due obiezioni, che, comechè a me sembrino lievi ed inammissibili da una critica rigorosa, pure non mancherà chi le creda forti ed in-

superabili. Per tanto a questo luogo non so dispensarmi che dell' una e dell' altra non faccia parola. La prima opposizione può essere contro al senso ch'io diedi al *mundi circumflua corpora*, *astricolaeque*, che io interpreto per una circonlocuzione della sola cantica del Paradiso: contro la opinione di monsignor Dionisi, che coll'antico postillatore dell'egloga la intende del Paradiso e del Purgatorio. La seconda è contro alla spiegazione dei dieci vasetti di latte, nei quali monsignore non ravvisa che pur il mito della stessa egloga prima. In fatti, per farci alla prima difficoltà, il postillatore, e con esso il Dionisi, spiega così: « Quum mundi circumflua corpora, » astricolaeque meo cantu velut infera regna patebunt »: cioè quando il Purgatorio (*circumflua corpora*) ed il Paradiso (*astricolaeque*) saranno col mio canto, come l'Inferno (*infera regna*) illustrati, allora ec. « Cum perfecero (così il postillatore) *Purgatorium* et *Paradisum* comoediae, ut *Infernum* perfeci. » Ondechè per lo stesso Dante sapremmo, che la seconda e la terza cantica nel 1319 non erano nè pubblicate, nè tampoco finite.

Tale è la prima obiezione: ma sia detto con buona pace del venerando postillatore, egli prese veramente un granchio a secco quando s' immaginò che nel *mundi circumflua corpora* si racchiudesse il significato del Purgatorio. Ma viva pur sempre la verità, qual havvi nesso tra questa frase e quella parte della Commedia? o vogli intendere per Purgatorio le anime purganti, o il monte ove queste si purgano, niuno comprenderà mai come potesse mente sana appellarlo *mundi circumflua corpora*.

Non le anime, che non sono corpi nè della terra, nè del mondo: non il monte, che se è corpo di quella, nol può essere di questo, avvegnachè la terra stessa non sia che una parte del mondo. Molto meno poi il sacro monte del Purgatorio appellerassi rettamente *corpora circumflua*: sia che tal voce presa intransitivamente significhi aggirantisi, volgentisi in giro; perchè tutta la terra e con esso lei il monte sacro era per Dante immobile: sia che passivamente presa abbia l'altro significato di circonfuso, cinto di acque: perchè in tal supposto verrebbono additate anzi le isole della terra, che l'isolato monte del Purgatorio. Più conseguente ed acuto fu il conte Balbo, il P. Pianciani (1), ed alcuno dei moderni che ravvisarono nel *mundi circumflua corpora* il complesso di tutti i mobili celesti, che invero solennemente si veggono illustrati nella terza canzone. Causa principale d'inganno all'antico postillatore fu, s'io ben discerno, l'aver troppo superficialmente riconosciuto nell'*infera regna* il significato della sola cantica dell' Inferno: mentre in genere chiude in se, come ognun sente, quello di *regni inferiori o bassi* (2): ove con egual proprietà di concetto comprendesi tanto il regno del Purgatorio, quanto l'altro dell'Inferno: i quali ve-

(1) Balbo, Vita di Dante lib. II, cap. XVI. Pianciani, *Ragionamento* inserito negli *Annali delle scienze religiose*, serie II, fasc. IV, 1846.

(2) Vedi il Calepino alla voce *inferus, infera, inferum*, e vi troverai per illustrazione: « Quod est infra, quemadmodum superus, » *supera superum*, quod est supra. » E tosto vien questo esempio di Cicerone nel I delle tuscolane: « Eademque ab animo, tamquam » ab oculis, caliginem dispulit, ut omnia *supera, infera, prima, me-* » *dia, ultima* videremus.

ramente in ordine al Paradiso, prima immediatamente nominato, sono proprio i *regni inferiori*, *infera regna*. Ben io mel so che *infera regna* tal fiata negli autori latini, in lato senso, vale il solo *inferno*: ma non per ciò si vieta che tal altra, premesso un oggetto superiore ed altissimo, non possa e non debba più propriamente significarne due, o tre altri inferiori che veramente, come nel caso presente, il processo del raziocinio presuppone e richiede : e tali per avventura sono il Purgatorio e l'Inferno poeticamente descritti nelle cantiche dello stesso nome.

Ora il postillatore, che non seppe ravvisare nella frase *infera regna* anche il Purgatorio, mentre già vi avea scorto l'Inferno, veggendosi mancare il segno della seconda parte del poema, dovette trovarla o bene o male nell'oscura frase *circumflua corpora*: al che vedevasi aiutato dall' altra *astricolaeque*, significante le sante schiere celebrate nella cantica estrema. Laonde egli per sì comoda supposizione, veduto il Paradiso nell'*Astricolae*, l'Inferno nell'*infera regna*, chiamossi ben fortunato di poter designare nel *mundi circumflua corpora* il Purgatorio.

Ma comecchè ciò egli per suo comodo facesse, noi ad ogni modo concluderemo che mal ragionò la bisogna il postillatore, quando dai versi esaminati raccolse, che Dante abbia detto all'amico Del Virgilio: Quando avrò compiuto il Purgatorio ed il Paradiso della Commedia, come ho compiuto l'Inferno, allora mi piacerà coronarmi poeta: e più grossamente che non l'antico errarono tutti quegli interpreti moderni che come pecore matte, accettato a chius'occhi lo errore di lui, dissero, e sostennero con queste

parole di Dante, che nel 1319 nè la terza, nè la seconda cantica erano pubblicate.

Ma perchè, dirà qui taluno che vuol schiarare a più angusto vaglio, perchè mai Dante designò con doppia frase la sua cantica del Paradiso: che tali sono il *mundi circumflua corpora* e l'*astricolaeque*? Non v'ha qui alcuna cosa di superfluo? e senza ciò non sarebbe improprio quel dire « Canto i corpi rotanti del mondo » per accennare alla beata pace dell' empireo! Nulla di superfluo in quelle parole, ripiglio io, nulla d' improprio: anzi tutto necessario, e tutto proprio a rigor di parola. Il *mundi circumflua corpora* designa elegantemente i pianeti ed i cieli mobili tutti quanti, ove entrato Dante, incontra successivamente i gloriosi drappelli delle anime elette, che l' *astricolae* opportunamente per esatta parola rappresenta alla mente dei lettori. Chè veramente cose tra se per essenza diverse sono così i cieli ed i pianeti dal viatore trascorsi, come le schiere dei beati comprensori che questi in quelli contempla: dunque come per natura diversi, diversi vocaboli, e distinti modi di parlare richiedevano. E bene dice Dante, ch'ei canta i *rotanti corpi del mondo*, ed i loro *abitatori*, per accennare la cantica terza; poichè di vero in essa da ottimo poeta teologo descrive la celeste gioia dei santi, intanto che da profondo astrologo fisico e metafisico tramezza magistralmente alla gioia il moto, l'influsso e l'origine degli angeli e dei corpi celesti, e di tutto quanto per occhio e per mente si gira: però non v'ha dubbio che son da lui cantati *mundi circumflua corpora astricolaeque* nell'atto medesimo che intesseva la terza cantica della sua

commedia. E dopo ciò, ritornando col discorso all'oggetto principale, onde per correr dietro alle opposizioni ci siamo allontanati, dobbiamo conchiudere la risposta alla prima istanza dicendo, che sta sempre inconcusso, che mentre Dante dettava la sua prima egloga a Giovanni del Virgilio, fa saputo a questo con allegorica parola che al compimento del suo poema non mancavano più che dieci canti, dei quali istantemente era occupato : « *Est mecum ovis gratissima* : *Rupe sub ingenti carptas modo ruminat herbas. . . . Hanc praestolor manibus mulgere paratis.*

E qui oh come lieve mi sarebbe il provare che appunto meditava in quei dì gli ultimi canti ! in tanto che in un di essi, che è il venticinquesimo, trovansi quei medesimi desiderii, quegli stessi concetti, quegli identici sospiri alla patria , e reminiscenze dei molti anni già trascorsi, di cui quivi affettuosamente sfoga il suo animo coll'amico bolognese. Eccoti quì successivamente l'un tratto, e l'altro, e giudica tu, lettor mio bello, quanta conformità, o piuttosto medesimità di concetto, fra loro si trovi.

Dante, sotto nome di Titiro, disse a Melibeo, che l'amico Del Virgilio, sotto quello di Mopso, lo invita al poetico alloro in Bologna, ove egli ben sarebbe disposto a recarsi, ma se ne astiene per le insidie che quivi teme. Ciò detto, continua così :

Titiro « Nonne triumphales melius pexare capillos,
» Et, patrio redeam si quando, abscondere canos
» Fronde sub inserta solitum flavescere Sarno ?
Melibeo: « Ille: quis hoc dubitet? propter quod respice tempus,

» Tytire, quam velox; nam iam senuere capellae
» Quas concepturis dedimus nos matribus hircos.
Titiro: « Tunc ego: quum mundi circumflua corpora cantu
» Astricolaeque meo, velut infera regna, patebunt,
» Devincire caput hedera lauroque iuvabit. »

Tali erano i voti che egli cantava nell' egloga: ai quali fanno eco i seguenti della Commedia :

» Se mai continga che il poema sacro,
Al quale ha posto mano e cielo e terra,
E che m'ha fatto per più anni macro,
Vinca la crudeltà che fuor mi serra
Del bel ovile, ov'io dormii agnello
Nemico ai lupi che gli danno guerra;
Con altra voce omai, *con altro vello*,
Ritornerò poeta, ed in sul fonte
Del mio battesmo prenderò il cappello. »

In verità in ambidue troviamo la difficoltà di tornare in patria, *Patrio si redeam Sarno*; e la brama di esservi incoronato, compiuto il poeta: *quum mundi circumflua corpora Astricolaeque meo cantu patebunt, devincire caput iuvabit*: e il lungo penare di anni ed anni esiliato, per cui gli incanutì la chioma: *iam senuere capellae - abscondere canos* ec., con quelle mille altre rassomiglianze che un occhio acuto vi sa ravvisare. Tanta effusione di ugualissimi affetti, tanta conformità di sentimenti, e quasi di parole, non manifesta, che o l'egloga scriveasi ad un tempo col 25 del Paradiso, o che questa fu causa occasionale

di quello? sì che possa l'uomo accorgersi che a quella stagione l'autore del tripartito poema era giunto agli estremi canti del suo stupendo lavoro ?

Ma è tempo ormai che passiamo alla seconda obiezione per udirla e farle opportuna risposta. È questa una deduzione da quanto monsignor canonico Dionisi opinò dei dieci vaselletti di latte, di cui Titiro promette far dono all'amico Mopso. I quali, secondo lui, non di altrettanti capitoli del Paradiso , come abbiamo detto noi, ma sono mito della prima egloga, che Dante mandò all'amico Giovanni. Ecco le vere parole da monsignore annotate a quelle dell'egloga nel capitolo XIX a carte 108. « Che faremo , disse (Melibeo) , volendo noi rinvitarlo (Mopso)? cioè s' intende , bisogna (come spiega l' anonimo) , in qualche modo rispondergli; se non e' non ci scriverà più. Quindi il poeta consigliasi egloga latina mandargli ch'è questa istessa , in cui egli sotto la persona di Titiro finge tener sermone con Melibeo ». Per queste parole del Dionisi sappiamo adunque , che quel *decem missurus vascula Mopso* è simbolo certissimo della presente egloga; e quindi si deduce l'insussistenza dell'opinione di chi lo disse figura di dieci canti del Paradiso : il perchè falsa manifestasi la sentenza di chi sostiene, che Dante, mentre dettava quest'egloga, fosse inteso agli ultimi dieci canti della sua Commedia.

A questa difficoltà mi è lievissima e sicura la risposta. Monsignore prima fonda la sua interpretazione su di un falso supposto, e poi strascina le parole dell'egloga in significato opposto a tutto il contesto della medesima. Egli comincia dal dire, che il *Quid*

faciemus Mopsum revocare volentes significhi: « Che faremo volendo noi rinvitar Mopso? cioè, bisogna in qualche modo rispondergli, se no e'non ci scriverà più »: e perciò riconosce nel *revocare* la forza di *rinvitare*. Ma sebbene in certi costrutti possa avere tal forza, soprattutto in relazione dell'*invitare* che espressamente preceda, pure se non sia preceduto questo verbo, ed aggirandosi il discorso sopra diversità di pareri tra due contendenti, il *revocare* sì in latino e sì in italiano ha più naturalmente il significato di indurre altrui a mutare sentenza, maniera di agire, e simili. Di questo genere ne sono esempi di autori latini ed italiani; per noi basti il seguente del nostro poeta in persona di Beatrice: « Nè l'impetrare spirazion mi valse, Con le quali ed in sogno e altrimenti *Lo rivocai*: sì poco a lui ne calse » (1). Questo *rivocai* dal Biagioli sanamente s'interpreta per, *Lo rivocai alla vera via*. Ed il P. Carlo d'Aquino con pari eleganza ed esattezza di concetto lo traduce: *rectum in callem revocaret*. Questo in vero e non altro è il significato di tal voce nel luogo presente. È quistione tra Mopso e Titiro: quegli invita l'amico a recarsi a Bologna a ricevere il cappello per la poesia latina; questi risponde, bramarlo, ma in Firenze, e per la poesia italiana. Si espongono prima le ragioni del primo, e quindi si chiede: *Quid faciemus Mopsum revocare volentes*? e tosto si passa a dire in risposta: « Io gli farò regalo del latte di certa mia agnella carissima: » vale a dire: « Io lo *rivocherò* con tal dono. » Che significa il revocare in

(1) Purg. c. XXX, v. 123.

questo luogo? Secondo il Dionisi: Gli scriverò perchè Mopso continui a scrivermi; il che ognun comprende quanto sia estraneo alla domanda ed alla quistione antecedente. Io invece dico: Che faremo per indurre Mopso a mutar sentenza? cioè, s'intende, a concedere che siam coronati per la poesia italiana? Dopo questo vien opportunissimo il dono del latte della pecora prediletta e non ben conosciuta di Titiro, la quale non può in alcun modo esser simbolo di quanto concerne l' egloga e l'idioma latino, come in più aperto sermone apparirà da quello che siamo per dire. Intanto mi giova l'avvertire che, così interpretato il *revocare volentes*, ritorna consentaneo, naturale, e concatenato l'antecedente col conseguente di tutta l'egloga: di più si appalesa in Dante l'intenzione di rivocare maestro Giovanni dal disprezzo manifestato intorno al suo poema: cosa che altamente dovea toccare il cuor del poeta. Che però il *Quid faciemus Mopsum revocare volentes*, in sostanza equivale ad un: Che faremo per convincere Mopso in contrario di questa sua sentenza? Alla quale domanda di Melibeo presta molta luce la (da noi testè riferita ed interpretata) risposta di Titiro, al cui minuto esame vogliamo tosto procedere.

Titiro: « Est mecum, quam noscis, ovis gratissima,
dixi etc.
Hanc ego praestolor manibus mulgere paratis;
Hac implebo decem missurus vascula Mopso: »

Dice monsignor Dionisi, che i dieci vasetti di latte, destinati da Titiro per Mopso, significano « il

volergli mandare *egloga latina*, che è questa istessa in cui egli sotto la persona di Titiro finge tener sermone con Melibeo: » (1). Ma da qual cosa trasse egli il fondamento della sua interpretazione? Per quanto io mi studiassi almeno d' indovinarlo, se non altro, tutto fu niente. Intanto io deggio avvedermi che tutto il contesto di questa poesia latina dimostrasi contrario alla presente interpretazione. Imperocchè egli è precetto di Dante, che innanzi di cercare l'allegorico nelle altrui scritture debba chi legge intendere alla vera intelligenza del senso letterale (2). Ora se dietro sì fido ammaestramento noi ricorriamo la corteccia della lettera nell'egloga in discorso, troveremo che Melibeo, l'amico interlocutore di Titiro, è, per espressa testimonianza di questo, uomo così tutto volgare ed idiota che nulla si conosce del parlare latino tenuto da Mopso a Titiro nel *Carmen* antecedente. Nè punto egli si offende che l'amico Titiro lo chiami ignaro di tal favella: solo si conforta di poterne almeno intendere il concetto mediante la sua spiegazione. Ecco il dialogo su questo proposito:

Moelib. « Tytire, quid Mopsus, quid vult? edissere, dixit.
Tyt. « Stulte, quid insanis? . . . . . .
» Pascua sunt ignota tibi, quae Menalus alto
» Vertice declivi celator solis inumbrat . . . .
» Mopsus in his, dum lenta boves per gramina ludunt,

(1) Anned. IV, cap XIX.
(2) Conv. tr. II, cap. I.

» Contemplatur ovans hominum, superumque labores:
» Inde per inflatos calamos interna recludit
» Gaudia . . . . . .

Moelib. « Tytire, tunc, si Mopsus, ait, decantat in herbis
» Ignotis, ignota tamen sua carmina possim,
» Te monstrante, meis vagulis prodiscere capris.

E Titiro si accinge di tratto ad esporre in concetto l'intera poesia di Mopso: ma noi tornando all'argomento osserviamo che Melibeo, udito ch'ei non comprendeva il parlare di Mopso, rispose in questa sentenza: Vero è che Mopso usa un linguaggio per me ignoto: ma spiegando tu, io potrei intenderlo così bene da saperlo poi ripetere anche alle mie capre: *Si Mopsus decantat in herbis ignotis*, *ignota sua carmina possim*, *te monstrante*, *meis prodiscere capris.* Dunque, ripigliamo noi, il Melibeo dell'egloga non si conosce del parlare di Mopso, e per conseguenza neppur conosce il fonte da cui sgorga la sua poesia latina. Ora noi sentiamo che Titiro, determinato a cimentarsi di *rivocare* Mopso (*quid faciemus Mopsum revocare volentes*?), dice a quest'esso Melibeo:

Tyt. « Est mecum, quam noscis, ovis gratissima, dixi,
Ubera vix quae ferre potest, tam lactis abundans:
(Rupe sub ingenti carptas modo ruminat herbas)
Nulli iuncta gregi, nullis assuetaque caulis,
Sponte venire solet, numquam vi poscere mulctram.
Hanc ego praestolor manibus mulgere paratis;
Hac implebo decem missurus vascula Mopso. »

Vale a dire in sentenza: Io tengo una gratissima pecorella, che tu ben conosci (*quam noscis*) abbondantissima di latte, che non usa mai con altro gregge, nè mai entra in altrui ovile: io mugnerò da queste dieci vascoletti da regalare a Mopso (*Hac implebo decem missurus vascula Mopso*). Sappiam pure da Titiro che cotal pecora era conosciuta da Melibeo: e da questo è da arguire, che cognito pur gli fosse il latte che Titiro ne solea ritrarre. La quale illazione è tanto naturale e necessaria, che non mi trattengo a confortarla di prove. Laonde sta che Melibeo, conoscendo per propria scienza la pecora del compagno Titiro, ed il latte di quella, dovea pur conoscere anche il merito di questo dono promesso a Mopso. Laonde a mio giudizio è tolto ogni dubbio se questo latte medesimo, cioè la cosa da esso adombrata, fosse o non fosse in sostanza diverso da quello che Mopso col *Carmen* latino avea prima inviato a Titiro. E diverso dovea essere veramente: conciossiachè questo di Mopso abbiam già inteso per sua confessione, che il sozio Melibeo non lo conosce (*ignota sua carmina possim, te monstrante, prodiscere ec.*): ma questo di Titiro invece gli è cognito come la pecora onde si mugne. Per tali osservazioni non mi par proprio vero che ben s'apponesse il Dionisi quando asserì, che i dieci vasetti di latte siano simbolo dell'egloga presente. In questo parere poi maggiormente mi confermano le pellegrine qualità della pecora che lo dà. In primo luogo dice Titiro, che essa è nota a Melibeo uomo idiota e volgare, poi dice che gli è carissima, cioè cara sop ra qualunque altra, ed abbondante di latte: quindi si aggiunge, che è schiva delle

altre greggi, e non usa in alcun altro ovile: di più si loda per la sua docilità e mansuetudine, perchè suole venire al mastello spontanea senza che mai alcuno la debba sforzare. Ora io qui ripiglio, quale altra cosa mai, rispetto a Dante, poeta celebratissimo nei versi volgari, può nascondersi sotto il nome di sì fatta pecora se questa non è la musa italiana? La quale senza fallo può dirsi e carissima a Dante, e nota a Melibeo, e abbondantissima di latte poetico italiano, e schiva degli altri ovili e degli altri greggi, avendo nulla di comune cogli altri poeti italiani, se pur n' eccettui l' esteriorità del verso: nè gli manca il pregio della docilità di prestarsi volonterosa e spontanea ai desiderii del mistico pastore, che da lei mugne per uso frequentissimo il latte canoro di tante sue lodate poesie. Diremo noi che questa, non l'italica, ma possa adombrarne la musa latina? Or e quando mai Dante frequentò questa sorta di verseggiare? Quando mostrossi più appassionato di questa, che della poesia italiana? come fe'conoscere che questa pecora usasse, cioè avesse per uso frequente, di presentarsi spontanea alla muguitura di Dante, il quale pei versi latini (tranne le egloghe composte nei due ultimi anni di sua vita) sino a quel tempo non fu mai conosciuto poeta? Nè questo lo dico io, è Giovanni del Virgilio che di ciò appunto ne lo rimprovera nel *Carmen*. E sino a quando, gli dice, tu non verseggerai altro che per gli idioti: e noi, fatti pallidi per lo studio, non *vedrem mai nulla di tuo* nella lingua dei letterati? « Tanto quid heu » semper iactabis saria vulgo, Et nos pallentes ni- » hil ex te vate legemus? » Ma per concludere una

volta la mia risposta, a noi pare al tutto improbabile l'interpretazione di monsignor Dionisi, come quella che lascerebbe senza risposta la domanda di Melibeo, ed ammetterebbe un'aperta contraddizione tra le diverse parti dell'egloga stessa, nè sarebbe conforme alle speciali qualità che il poeta attribuisce alla pecorella di Titiro. Pertanto crediam provato a sufficienza, che le dieci misure di latte da mandare a Mopso possano significare altrettanti degli ultimi canti del Paradiso.

Veramente io mi tenea per fermo, che qui avesse fine la nostra controversia: ma ecco nel più bello postami innanzi tal' altra istanza che si ha per insuperabile. Monsignor Dionisi, si dice, per prova che l'egloga di Dante sia veramente simboleggiata dai dieci vasetti di latte, adduce anche le parole di maestro Giovanni, il quale nella sua egloga responsiva a questa afferma, in persona di Mopso, di voler mandare a Titiro tanto latte quanto esso ne regalò prima a lui: « Tot mandabimus illi vascula, quot no» bis praemisit Tytirus ipse. » Ora Mopso col suo latte non intese che la egloga stessa, ove questo dice; dunque a giudizio di maestro Giovanni anche Titiro nel suo regalo di latte promesso a Mopso non poteva non intendere l'egloga stessa, ove tal cosa annunziava.

All'udire sì nuova obiezione non so tenermi che forte non mi meravigli della critica del Dionisi. Il testo, come lo presentano i codici, non ha *praemisit*, ma *promisit*: così: « Tot mandabimus illi vascula, quot nobis *promisit* Tytirus ipse »: onde appare che il latte *promesso* da Titiro significa tal cosa che

ancora non era giunta a Mopso, quando rispondeva all'egloga di Dante già ricevuta e letta: e però sgorga l'assoluta conseguenza, che l'egloga non era la cosa adombrata nel *decem missurus vascula Mopso* di Dante. Ma monsignore, che, sposata un'opinione difficilmente la lascia, non che si concedesse persuaso in contrario dalle sentenze di maestro Giovanni, trovò più comodo il tacciare di menda il codice che ha *promisit*; ed affermò che devesi leggere non *promisit*, ma *praemisit*: ecco le sue formali parole in nota: « (59) *Così nel ms.* Ma se per li dieci vasetti promessi dal poeta nella sua egloga prima (v. 64) s'intende l'egloga stessa, avendola questa effettivamente mandata, legger conviene *praemisit* ». Ottimamente osservato, noi ripigliamo: se nei dieci vasetti promessili da Titiro Mopso avesse inteso significata l'egloga; avendola questi effettivamente ricevuta, non avrebbe scritto *promisit*, ma *praemisit*. Siccome però Mopso volle scrivere non *praemisit*, ma *promisit*, la sana logica insegna a conchiudere, che per li dieci vasetti, promessi dal poeta nella sua egloga prima, non s'intende l'egloga stessa, ma sì un'altra cosa molto da quella diversa: poichè l'egloga fu effettivamente ricevuta, ed i dieci mastelli tuttora non sono che *promessi*; *tot mandabimus illi quot nobis promisit*. Affè che se il ragionare del Dionisi fosse adottato, e si permettessero come leciti simili ritocchi nelle scritture altrui, tutte le quistioni si risolverebbero senza manco nessuno a nostro favore! Ma ciò per bella ventura non consentì mai la santissima arte critica. I codici sono documenti sacri, inviolabili, nè mai lice all'interprete porvi mano violenta per indurvi mutazione, se pur

non appaia manifesto, e certo l'errore dell'amanuense. E noi, tornando al nostro proposito, non che ci diam vinti a questa obiezione, anzi con maggior fiducia di bene apporci, ripetiamo, che dal presente luogo dell'egloga di mae stro Giovanni si fa non solo probabile, ma certissimo, che nei dieci vasetti di latte prome ssi da Titiro a Mopso non può, nè deve intender si l'egloga che Dante a questo inviò per la prima. E poichè siamo entrati a toccare dell'egloga di Giovanni del Virgilio, giova esaminarne tutto il passo accennato; come quello, onde sgorgheran novelle prove per la nostra interpretazione: però non gravi ai lettori di seguirmi ancora per breve istante:

» Quid tamen interea mugit mea bucula circum?
» Quadrifluumne gravat coxis humentibus uber?
» Sic reor: en propero situlas implere capaces
» Lacte novo, quo dura queant mollescere crusta.
» Ad mulctrale veni, si (1) tot mandabimus illi
» Vascula, quot nobis promisit Tytirus ipse.
» Sed lac pastori fors est mandare superbum. »

Finge maestro Giovanni in persona di Mopso, che la sua vaccherella a gonfie poppe mugghi, invitando il pastore a mungerla di presente. Al che egli accintosi all'i stante, dice voler mandare a Titiro altrettanti vasi di latte quanti esso a lui ne promise: ma aggiunge che a quel pastore vuolsi mandare latte superbo. Notiamo sul bel principio che Titiro promise a Mopso latte di pecora, e Mopso dice di

(1) Il Dionisi molto ragionevolmente annota a questo *si*: » Par meglio *sic*. »

mandarlo di vacca: qui havvi tal differenza in bontà tra l'uno e l'altro dono, quale esiste tra la pecora e la vaccherella. Ove noi volessimo ravvisare nel vicendevole dono la rispettiva egloga, dovremmo dire che maestro Giovanni si annunziò a Dante cotanto a lui superiore in merito ed in ricchezza poetica quanto il latte di vacca è superiore a quello di pecora, quanto il possessore di una manza è più ricco di chi possiede un'agnella. Ma non sia chi impronti sì nuova e troppo manifesta arroganza al poeta bolognese. Egli ben sa che, se il galateo poco è conosciuto dai volgari, è però gelosamente osservato dai pastori di Arcadia; egli certo lo seppe, che fe'dire da Mopso a Titiro, che gli era maestro (« Ipse levi calamo, sed tu gravitate *magistrum* Firmius insinuans » (v. 51): però non poteva cadere in sì grossolana ed insultante millanteria. Però forza è avvedersi, che il gentile pastore, quando contrapponeva a quel dell'agnella di Titiro il latte della sua manza, intendesse di oggetti tra se sostanzialmente così diversi, come sostanzialmente diverso suol essere tra amici il ricambio dei doni. Chè in vero non poco ingiuria farebbe l'amico all'amico presentandogli in contraccambio pane per pane, vino per vino; se pur queste cose non fossero in qualità molto tra loro diverse, come pane comune e pan di Spagna, vino del paese e vino forestiere. Il perchè siccome il latte di Mopso significa l'egloga stessa ove questo si promette, così il latte di Titiro può ben significare un latte canoro, ma in qualità differente tanto, quanto quello di vacca lo è da quello di agnella. Tale appunto, o io m'inganno, è la poetica composizione latina messa di

costa alla volgare. Dunque mi par da capo confermato, che di poesia italiana, e non latina, sian simbolo i vasetti di latte che Titiro promise a Mopso. Non mancano nelle allegate parole di maestro Giovanni nuove ragioni per avvederci della differenza grande, che, anche in ordine al tempo, passa tra quello di Mopso ed il regalo di Titiro. Questi non disse, io mungo di presente il latte per Mopso: ma piuttosto, io ho una pecora fecondissima di latte; in quest'ora stassi ruminando le pasciute erbette sotto di un'alta rupe: io attendo questa colle mani già pronte a mugnere (« Rupe sub ingenti carptas modo ruminat herbas . . . . Hanc ego praestolor manibus mulgere paratis »). In verità la pecora che rumina le erbe non è ancor presta alla mugnitura, nè prima lo sarà che la pastura siasi convertita in latte. Titiro dunque promette il dono per quando lo avrà ottenuto; e Mopso, che ben comprese la figura, non dice di averlo ricevuto; ma che a lui lo promise, *nobis promisit.* Ma della sua manza ei fece ben altra esposizione: ei la dice di già mugghiante per l'incomodo del troppo latte; e senza indugio accignesi veloce all'abbondante mungitura:

» *Quid tamen interea mugit mea bucula circum?*
» — *en propero situlas implere capaces*
» *Lacte novo,* —
» *Ad mulctrale veni, etc.*

Laonde siccome bene sta che l' egloga presente di Giovanni sia adombrata dal latte, che ei di presente mugne: così ugualmente sta bene che il latte, da

Titiro promesso per alcun tempo più tardi, non possa figurarsi dall'egloga ove questo si promettea.

Ma si dirà qui; adottata simile interpretazione, Mopso che regala il contraccambio a Titiro innanzi di ricevere il dono a se promesso, e senza mostrare almeno il desiderio di esserne possessore, non avrebbe fatto intendere copertamente, che di quello ei non si cura? Mopso (rispondo io) ci avea già provveduto molto garbatamente alcuni versi innanzi a questi. Ove rescrivendo a Titiro, che gli augura l' adempimento de'suoi desiderii di essere coronato sulla riva del patrio Sarno; intanto però che (causa le civili discordie) questa consolazione pena ad affettuarsi, lo invita con grande istanza ed affetto a trasferirsi alle delizie della sua capanna; ove ei troverà, con tutti i comodi e divertimenti che si possa desiderare, anche l'edera preparata per far corona alla sua commedia: e per aggiunta vi sarà una mano di amici letterati, i quali son bramosi di udire ammirati dal suo labbro stesso i nuovi carmi volgari, e d'impararne anche i latini: ch'egli con ragionevole corrispondenza appella i *carmi antichi*. Ecco ciò che spetta a quest' ultima parte:

» Iamque superserpunt hederae radicibus antrum,
» Serta parata tibi; nulla est cessura voluptas.
» Huc ades: huc venient, qui te pervisere gliscent
» Parrhasii iuvenesque senes, et carmina laeti
» Qui nova mirari, cupiantque antiqua doceri. »

Non è egli questo un dirgli: Gradisco il dono nel latte della tua pecora simboleggiato, ma sarammi assai

più grato se a me lo recherai tu stesso? tu vieni alla casa del tuo amico, porta la promessa poesia con teco, e nel recitarla riscuoterai la maraviglia dei sapienti, che qui trarranno a farti corona.

Essendo ferma pertanto l'asserzion mia, che meglio dell'egloga, come dice il Dionisi, il latte regalato da Titiro a Mopso sia mito di alquanti capitoli del Paradiso: mi giova sperare che non pochi de' miei lettori converranno con meco. Ma ove contro l'aspettazion mia ei la sentissero diversamente, sia pure con loro pace: e non per questo ne avverrebbe danno veruno al mio assunto principale; che cioè Dante abbia pubblicato innanzi il 1319 tutto il poema, salvo gli ultimi tredici canti. In questo la mia proposizione fu sostenuta da argomenti tali, e mi si mostra in ogni sua parte così naturale, così conseguente, e così voluta da tutto il contesto della corrispondenza di Dante e di maestro Giovanni; che io penso doversi registrare tra le notizie più certe e più utili ai chiosatori, che intorno alla divina commedia ci siano pervenute.

(*Sarà continuato*)

INDICE DELLE MATERIE

CONTENUTE

NEL TOMO CXVI, VOL. 346, 347, 348 DEL GIORNALE ARCADICO

SCIENZE

Chelini, Di alcuni teoremi del Gauss relativi alle superficie curve (Continuazione e fine.) . . . PAG. 3
Cialdi, Ultime disposizioni date ai lavori sul porto canale di Fiumicino . . . . . » 21
Tortolini, Sulla riduzione di alcuni integrali definiti ai trascendenti ellittici ec. . . . . . » 137 e 265
Vaccolini, Dell' economia pubblica in accordo colla morale. . . . . . » 185
Coppi, Relazione sulla tariffa e sulla libertà di fare e di vendere il pane. . . . . . » 201
Caro, Corso elementare di filosofia . . . . . » 297

LETTERATURA

Da Rignano, Ragionamento intorno al Cristoforo Colombo del Costa . . . . . » 51
Rambelli, Traduzione del primo libro delle quistioni accademiche di Cicerone (Continuazione e fine.) » 132
Witte, Quando e da chi sia composto l'ottimo comento di Dante . . . . . » 210
— *Alcuni supplementi alla bibliografia dantesca del visconte Colomb de Batines* . . . . . » 233
Capozzi, Sulle antiche milizie romane . . . . . » 310
Ponta, Sulla corrispondenza poetica di Dante e di Giovanni del Virgilio . . . . . » 326

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

INDICE DEL VOL. 348.

SCIENZE

Tortolini, Sulla riduzione di alcuni integrali definiti ai trascendenti ellittici ec. . , . . *pag.* 265
Caro, Corso elementare di filosofia. » 297

LETTERATURA

Capozzi, Sulle antiche milizie romane. » 310
Ponta, Sulla corrispondenza poetica di Dante e di Giovanni del Virgilio. » 326